Zur Berechnung von Charaktertafeln

Jörg Alexander Hulpke

Diplomarbeit im Fach
Mathematik
an der Rheinisch-Westfälischen
Technischen Hochschule Aachen

Februar 1993

Inhalt

Meiner Ansicht nach steht das Inhaltsverzeichnis besser am Anfang. [...]
Aber wenn es am Anfang stehen soll, dann wirklich am Anfang.
Manche Bücher aus dem angelsächsischen Raum plazieren es nach dem Vorwort,
und oft kommt nach dem Vorwort auch noch die Einleitung zur ersten Auflage
und die Einleitung zur zweiten Auflage. Barbarisch. Dümmer geht's nicht,
man kann es genausogut gleich irgendwo in der Mitte bringen.

Umberto Eco: Wie man eine wissenschaftliche Abschlußarbeit schreibt.

Vorwort **5**

1 Grundlagen **7**
1.1 Teilerfremde Reste . . . 7
1.2 Nebenklassen und Doppelnebenklassen . . . 8
1.3 Das Zentrum der Gruppenalgebra . . . 9
1.4 Rationale Klassen . . . 11
1.4.1 Rationale Charaktere . . . 12
1.5 Operation von Gruppen auf Mengen . . . 13
1.6 Operation von Normalteilern und Faktorgruppen . . . 15
1.7 Einige Bemerkungen zu Vektorräumen und Endomorphismen . . . 16
1.8 Formale Potenzreihen . . . 16
1.9 Homogen linear rekursive Folgen . . . 17
1.10 Rechnen mit Gruppenelementen . . . 19
1.10.1 Ag-Gruppen . . . 20
1.10.2 Permutationsgruppen . . . 22

2 Der Algorithmus von Dixon und Schneider **23**
2.1 Ein Verfahren . . . 23
2.1.1 Theoretische Grundlage . . . 24
2.1.2 Der Schritt zur Praktikabilität . . . 24
2.1.2.1 Berechnen der Charaktergrade . . . 25
2.1.2.2 Zurück nach $\mathbb{C}$ . . . 25
2.2 Algebrentheoretische Interpretation . . . 26
2.3 Basen für Charakterräume . . . 28
2.4 Berechnung der (Spalten der) Klassensummenmatrizen . . . 29
2.4.1 Abzählen einer Gruppe . . . 30
2.4.1.1 In einer Permutationsgruppe... . . . 30
2.4.1.2 ... und in einer AgGruppe . . . 30
2.4.2 Klasseninvarianten . . . 31
2.4.2.1 Permutationsgruppen . . . 31
2.4.2.2 AgGruppen . . . 32
2.4.3 Zykelstruktur bei Operation auf Nebenklassen . . . 33
2.4.4 Kanonische Klassenrepräsentanten in AgGruppen . . . 35

2.4.4.1 Vereinfachung der affinen Operation . . . 36
2.4.4.2 Weitere einfache Verbesserungen des Verfahrens . . . 37
2.4.5 Galois-Konjugation . . . 38
2.4.6 Relationen der Klassenmultiplikationskoëffizienten . . . 38
2.4.7 Bahnen auf Klassen . . . 39
2.4.7.1 Berechnung der Bahnen auf großen Klassen . . . 39
2.5 Berechnung von Doppelnebenklassen . . . 39
2.5.1 Die aufsteigende Untergruppenkette . . . 40
2.5.2 Kanonische Nebenklassenvertreter . . . 42
2.5.2.1 Permutationsgruppen . . . 43
2.5.2.2 AgGruppen . . . 43
2.5.3 Operation auf Nebenklassen in AgGruppen . . . 43
2.5.4 Vergleich der Verfahren . . . 45
2.6 Kombinatorisches Aufspalten von Charakterräumen . . . 45
2.6.1 Zweidimensionale Räume . . . 46
2.6.2 Mögliche Charaktergrade . . . 46
2.7 Lineare Charaktere . . . 48
2.7.1 Charaktere abelscher Gruppen . . . 48
2.7.2 Tensorprodukte . . . 48
2.8 Die Gruppe der Charaktermorphismen . . . 49
2.8.1 Die Operation der Galoisgruppe . . . 49
2.8.2 Bahnen auf (gradnormierten) Charakteren . . . 50
2.8.3 Räume aus einer Bahn . . . 51
2.8.4 Räume aus mehreren Bahnen . . . 52
2.8.4.1 Räume aus zwei Bahnen . . . 53
2.9 Berechnung der Eigenwerte . . . 54
2.9.1 Der Algorithmus von Berlekamp und Massey . . . 55
2.10 Wahl der Matrix . . . 59
2.10.1 Kosten der Aufspaltung . . . 59
2.10.2 Qualität der Aufspaltung . . . 60
2.10.3 Intermezzo: Optimale Aufspaltung . . . 61
2.10.4 Zusammenfassung . . . 62
2.11 Abschätzung der Charaktergrade . . . 63
2.11.1 Verwendung von Unter- und Obergruppen . . . 64
2.12 Überblick . . . 65
2.13 Charaktertheoretische Methoden . . . 66
2.14 Zerlegungseigenschaften und Dualität . . . 67

A Anmerkungen zur Implementation 69
A.1 Bemerkungen zur Effizienz . . . 69
A.1.1 Ein fairer Vergleich? . . . 69
A.1.2 Vorgehensweise . . . 70
A.1.3 Laufzeiten . . . 70
A.2 Analyse des Laufzeitverhaltens . . . 72
A.3 Grenzen . . . 73

B Beispiele **75**
B.1 Zur Konstruktion der Beispiele . . . 75
B.2 Beschaffung der Klassen . . . 76
B.3 $SL_2(11)$ . . . 76
B.4 Weitere Angaben und Lesehinweise . . . 77
B.5 Co_2M8, $U_6(2)M7$, $Fi_{22}M10$ und $Fi_{23}M11$ . . . 77
B.5.1 Ausblick auf den Rest der Serie . . . 78
B.5.2 Normalteilerverbände und andere Informationen . . . 80
B.5.3 $U_6(2)M7$ . . . 82
B.5.4 Co_2M8 . . . 84
B.5.5 $Fi_{22}M10$ . . . 94
B.5.6 $Fi_{23}M11$ . . . 100
B.6 $Fi_{22}M11$ . . . 108
B.6.1 Normalteilerverband . . . 111
B.7 $Fi_{22}M7$ . . . 111
B.8 $Fi_{23}M7$ . . . 118
B.9 $Fi_{23}M8$ . . . 128
B.9.1 Zur Konstruktion und Struktur . . . 133
B.10 $Fi_{23}M10$ . . . 134

Literatur **142**

Einige Worte zu Beginn

Denn deine Hoffart verlangte es nach dem Elementarischen,
und du gedachtest es zu gewinnen in der dir gemäßesten Form,
dort wo's als algebraischer Zauber mit stimmiger Klugheit
und Berechnung vermählt.
Thomas Mann: Doktor Faustus

Der Begriff *Algebra* ist eine Ableitung des arabischen Begriffes *al-ğabr*, welcher in etwa das Umformen von Brüchen bedeutet. Bekannt wurde dieser Begriff durch ein Rechenlehrbuch, durch das Hisab fil–dschabr–Mukabala des persischen Gelehrten Abu Ja'far Muḥammad ibn Mûsâ al-Khwârizmî, dessen Name noch heute im Wort „Algorithmus" weiterlebt. Besagtes Rechenlehrbuch ist insofern von nicht geringer Bedeutung, als daß das mittelalterliche Europa aus ihm das Rechnen im Dezimalsystem — Stellenschreibweise und Null — lernte. Algebra war dementsprechend die Lehre vom expliziten Rechnen und vom Auflösen von Gleichungen. Die moderne Algebra beginnt mit der Gruppentheorie, genauer mit ihrer Erfindung durch Evariste Galois und Nils Henrik Abel. Diese wandten erstmals erfolgreich Strukturüberlegungen an, um das Problem des Auflösens von Polynomgleichungen zu lösen. Die moderne Algebra beendete so bereits bei Ihrer Entstehung ganze Forschungsgebiete der bis dahin bekannten Algebra. Auch in einer ganz anderen Hinsicht war diese neue Algebra dem expliziten Rechnen zunächst wenig gewogen: Die von ihr betrachteten Objekte sind vielgestaltiger als die sonst üblichen Zahlen, dementsprechend ist auch das Rechnen mit diesen Objekten umständlicher und damit schwieriger. Ähnlich dem Dezimalsystem des bereits erwähnten Al-Khwârizmî, das das Rechnen mit großen Zahlen erst handhabbar machte, haben sich die in den letzten Jahrzehnten entwickelten elektronischen Digitalrechenmaschinen zu einem unschätzbaren Hilfsmittel beim expliziten Rechnen mit algebraischen Objekten entwickelt, und die Untersuchung größerer Objekte erst möglich gemacht.

Diese Arbeit handelt vom expliziten Rechnen mit und Berechnen von Objekten aus der Gruppen-, genauer der Darstellungstheorie. Beschäftigt man sich mit endlichen Gruppen, so lernt man schon bald die *Charaktertafel* als ein überaus nützliches Extrakt der Gruppe kennen. Überraschenderweise wird die eigentliche Bestimmung von Charaktertafeln in der Literatur meist stiefmütterlich behandelt, die Gruppen S_5 und A_5 markieren meist den Gipfel der Komplexizität.
Ich möchte auf den folgenden Seiten ein Verfahren vorstellen, welches eine mehr oder weniger automatische Bestimmung der Charaktertafel einer gegebenen endlichen Gruppe gestattet. Dabei wird a priori sehr wenig von der Struktur der Gruppe vorausgesetzt, so daß diese Methode auch als Werkzeug zur Untersuchung von nur durch ihre Erzeuger gegebenen Gruppen von Interesse sein dürfte. Als Demonstration der Leistungsfähigkeit mag Anhang B dienen, der etliche bis dato unbekannte Charaktertafeln maximaler Untergruppen einfacher Gruppen aufführt, welche mittels des vorzustellenden Verfahrens berechnet werden konnten.

Wegweiser

Für den einen oder anderen prospektiven Leser der folgenden Seiten mag es von Nutzen sein, einige Hinweise mit auf den Weg zu bekommen:

Das erste Kapitel beschreibt die grundlegende Theorie; weniger als vollständiges Kompendium, hier gibt es berufenere Geister, als zur Auflistung der benötigten Sätze und Definitionen, so sie nicht — oder nicht in dieser Form — zwangsläufig vorausgesetzt werden können. Der fortgeschrittene Leser mag diese Seiten zunächst überblättern und nur nachträglich bei Bedarf konsultieren.
Das zweite Kapitel beschreibt das eigentliche — nun schon häufig genug angekündigte — Verfahren.
Wenn auch aus Gründen der Lesbarkeit darauf verzichtet wurde, eine explizite Darstellung der verwendeten Algorithmen in Form einer Befehlsfolge zu geben, dürfte der Text doch genügend Informationen geben, um bei Bedarf eine Implementation durchzuführen.
Eine solche ist als Bestandteil dieser Diplomarbeit im Computeralgebrasystem GAP zu finden, technische Informationen dazu findet der Leser in Anhang A. Eine eigentliche Bedienungsanleitung kann dem Handbuch [Sch93] entnommen werden, auf einen erneuten Abdruck wurde verzichtet.
Der weniger am *wie*, als am *was*, das heißt der an konkreten Ergebnissen interessierte Leser schließlich mag Anhang B, der — wie bereits erwähnt — einige erstmals berechnete Charaktertafeln nebst weiteren, daraus ermittelten, Informationen über die betreffenden Gruppen enthält, konsultieren.

Diese Arbeit ist im Verlaufe des vergangenen Jahres am Lehrstuhl D für Mathematik der RWTH Aachen entstanden. Es gibt wohl kaum einen Mitarbeiter dort, den ich nicht bisweilen um Hilfe gebeten oder um Rat gefragt habe. Ihnen allen sei für die stets bereitwillige Hilfe, für unermeßliche Geduld mit meinen bisweilen ausufernden Berechnungen auf dem Computer und nicht zuletzt für eine äußerst anregende Arbeitsatmosphäre gedankt.
Das Thema dieser Arbeit verdanke ich Herrn Prof. Neubüser. Ihm sei für die stets hilfsbereite Betreuung gedankt, die mir dennoch große Freiräume bei der Bearbeitung ließ.
Die Implementation des Dixon-Algorithmus begann als gemeinsames Projekt des Autors mit Kirsten Bremke und Heiko Theißen. Beide haben mir dabei sehr geholfen, die Darstellungstheorie im Allgemeinen und das Verfahren im Besonderen zu verstehen, wofür ich mich an dieser Stelle nochmals bedanken möchte.
Letztgenanntem sei insbesondere auch für unzählige Hilfen durch die Tücken der Orthographie des Deutschen gedankt. Diese Arbeit verdankt ihm ungezählte ß.
Klaus Lux hat des öfteren mit seiner Kenntnis von Charaktertafeln und einfachen Gruppen dazu beigetragen, Klippen zu umschiffen. Ihm verdanke ich auch die Idee der Verwendung von Galoisgruppen.
Thomas Breuer half mir dankenswerterweise immer wieder, Diskrepanzen zwischen den Charaktertafeln der Theorie und den Charaktertafeln des Computers zu klären.
Dank an Christoph Jansen für ein überaus nützliches Programm zum Ausdrucken von Charaktertafeln, ohne das ich Anhang B nie fertiggestellt hätte.
Mehr als irgendjemand anderem schließlich, schulde ich jedoch meinen Eltern Dank. Sie haben mich stets ermutigt und unterstützt, und mir das Studium der Mathematik erst ermöglicht.

Es verbleibt mir letztendlich nur noch die obligatorische Erklärung, diese Arbeit selbst angefertigt, und dabei keine unerlaubten Hilfsmittel verwandt zu haben.

Kapitel 1

Grundlagen

Es gilt die allgemeine Theorie der Bekämpfung von Elektrodrachen zu schaffen. Der Drache auf dem Mond ist dann nur ein Einzelbeispiel und als solches leicht aufzulösen.

STANISŁAW LEM: Robotermärchen

Wir werden im folgenden einige grundlegende Begriffe wie *Gruppe*, *Homomorphismus* oder auch *Charakter* und ähnliche Begriffe aus der Gruppen- und Darstellungstheorie in dem Sinne, wie in [Hup67] und [Isa76] verwenden. Teilweise abweichend von der dortigen Notation bezeichnen wir Gruppen mit großen Buchstaben, Gruppenelemente mit Kleinbuchstaben, insbesondere in Nebenbemerkungen ohne dies explizit anzugeben. Morphismen werden durch griechische Buchstaben bezeichnet. Abbildungen werden von *rechts* angewandt.
Gruppen sind im folgenden stets endlich.
Wird eine Menge M vermöge einer Äquivalenzrelation $\sim$ in Klassen aufgeteilt, so bezeichnen wir eine Menge $R \subset M$ als *Repräsentantensystem* dieser Klassen, wenn die folgenden beiden Bedingungen erfüllt sind:

$$\begin{aligned} &\text{für alle } x \in M \text{ existiert ein } y \in R, \text{ so daß } x \sim y \\ &\text{für alle } x, y \in R \text{ gilt: } x \sim y \Rightarrow x = y \end{aligned} \tag{1.1}$$

Ist ohne vorherige Definition von einem Repräsentantensystem die Rede, so sei dieses ohne weitere Bedingungen einmal fest gewählt.

1.1 Teilerfremde Reste

(1.2) Satz ([Hup67])**:** Für $n \in \mathbb{N}$ sei $\mathcal{M}_n := (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times$. Dann gilt:

a) $\mathcal{M}_n \cong \mathrm{Aut}(\mathbb{Z}_n)$

b) Falls $n = a \cdot b$ mit $\mathrm{ggT}(a, b) = 1$, dann ist $\mathcal{M}_n \cong \mathcal{M}_a \times \mathcal{M}_b$

c) Falls $p > 2$ Primzahl, dann ist $\mathcal{M}_{p^n} \cong \mathbb{Z}_{p^{m-1}(p-1)}$

d) Falls $m > 1$, so ist $\mathcal{M}_{2^m} \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_{2^{m-2}}$

e) $\mathcal{M}_2 \cong \mathbb{Z}_1$

f) $|\mathcal{M}_n| = \varphi(n)$ (die EULER'sche Funktion)

Diese Gruppen $\mathcal{M}_n$ treten auch im Zusammenhang mit Kreisteilungskörpern auf, wie der folgende Satz zeigt.

(1.3) Satz: Sei ε eine primitive n-te Einheitswurzel. Dann ist $\mathrm{Gal}(\mathbb{Q}(\varepsilon), \mathbb{Q}) \cong \mathcal{M}_n$.
Beweis: Offenbar kann jedes Element aus $\mathbb{Q}(\varepsilon)$ als Polynom in ε dargestellt werden. Ein Automorphismus ist also vollständig bestimmt, wenn das Bild von ε bekannt ist. Aus Morphismusgründen muß dies wieder eine primitive n-te Einheitswurzel sein, also muß jeder Automorphismus von der Form $\sigma : \varepsilon \mapsto \varepsilon^m$ mit $\mathrm{ggT}(m, n) = 1$ bei entsprechender Fortsetzung sein. Dies liefert einen Isomorphismus von $\mathrm{Gal}(\mathbb{Q}(\varepsilon_n), \mathbb{Q})$ auf eine Untergruppe von $\mathcal{M}_n$. Da $|\mathrm{Gal}(\mathbb{Q}(\varepsilon), \mathbb{Q})| = \deg \Phi_n = \varphi(n)$ ist dies ganz $\mathcal{M}_n$. □

Eine primitive n-te Einheitswurzel bezeichnen wir im folgenden mit ε_n.

(1.4) Bemerkung: Die Operation als Galoisgruppe auf Einheitswurzeln entspricht genau der Operation als Automorphismengruppe einer zyklischen Gruppe: $\mathcal{M}_n$ operiert durch Potenzieren mit teilerfremder Ordnung. Wir deshalb werden im folgenden nur noch von *einer* Gruppe $\mathcal{M}_n$ reden, die entsprechend diesen Sätzen in geeigneter Weise operiert.

(1.5) Folgerung: Gelte $m|n \in \mathbb{N}$. Dann ist $\mathcal{M}_m$ Faktorgruppe von $\mathcal{M}_n$, das heißt es existiert ein Epimorphismus $\phi\colon \mathcal{M}_n \to \mathcal{M}_m$.
Beweis: Für $m|n$ ist $\mathbb{Q}(\varepsilon_m) \leq \mathbb{Q}(\varepsilon_n)$, nach dem Hauptsatz der Galoistheorie also $\mathcal{M}_m$ Faktorgruppe von $\mathcal{M}_n$. Dies geschieht vermöge der Abbildung $\phi\colon \mathcal{M}_n \to \mathcal{M}_m$, $\phi\colon \sigma \to \sigma_{|_{\mathbb{Q}(\varepsilon_m)}}$. □

(1.6) Bemerkung: Da ϕ eine Einschränkung ist, ist insbesondere die Operation stets gleich, das heißt für $m|n$ operieren $\mathcal{M}_n$ und $\mathcal{M}_m$ auf $\mathbb{Z}_m$ (oder einem anderen der nach (1.4) gleichwertigen Operationsbereiche) in gleicher Weise, insbesondere gibt es zu jedem zu m teilerfremden Exponenten auch einen zu n teilerfremden Exponenten, so daß Potenzieren modulo m dasselbe Ergebnis liefert.

1.2 Nebenklassen und Doppelnebenklassen

(1.7) Definition: Seien G eine Gruppe und $U \leq G$. Für $g \in G$ bezeichnen wir die Menge $Ug := \{ug | u \in U\}$ als *Rechtsnebenklasse* von G nach U mit Repräsentant g. Die Menge aller Rechtsnebenklassen von G nach U bezeichnen wir mit $U\backslash G$. Analog definieren wir Linksnebenklassen gU.

(1.8) Bemerkung: Ist nur von „Nebenklassen“ die Rede, so sind stets Rechtsnebenklassen gemeint.

(1.9) Definition: Seien $U, V \leq G$, $g \in G$. Dann heißt die Menge $UgV := \{ugv | u \in U, v \in V\}$ die *U-V-Doppelnebenklasse* mit Repräsentant g. Die Menge aller U-V-Doppelnebenklassen wird mit $U\backslash G/V$ bezeichnet.

(1.10) Bemerkung: Ist $V = \{1\}$, so ist $U\backslash G = U\backslash G/V$ als Mengen. Analoges gilt für Linksnebenklassen. Folglich kann man alle Aussagen über Doppelnebenklassen auch als Aussagen über Rechts- und Linksnebenklassen auffassen.

(1.11) Lemma: Seien wiederum $U, V \leq G$

a) Jedes Element einer Doppelnebenklasse kann als Repräsentant derselben gewählt werden.

b) Die U-V-Doppelnebenklassen von G bilden eine Partition von G.

c) Ist $g_1, \ldots, g_n$ ein Repräsentantensystem der U-V-Doppelnebenklassen von G, so bilden die Inversen $g_1^{-1}, \ldots, g_n^{-1}$ ein Repräsentantensystem der V-U-Doppelnebenklassen. Die Inversen der Elemente einer U-V-Doppelnebenklasse bilden eine V-U-Doppelnebenklasse und umgekehrt.

d) Eine U-V-Doppelnebenklasse ist disjunkte Vereinigung derjenigen Rechtsnebenklassen von U, die sie enthält. Diese bilden eine Bahn unter V per Rechtsmultiplikation.

Beweis: trivial. □

1.3 Das Zentrum der Gruppenalgebra

Als *Konjugiertenklasse* bezeichnen wir eine Menge der Form: $\{g \in G | \exists\, h \in G, g = x^h\}$ ($x \in G$ fest). Die n Konjugiertenklassen einer Gruppe seien im folgenden fest geordnet. Sie werden mit K_i ($1 \leq i \leq n$) bezeichnet, wobei K_1 diejenige Klasse sei, die das 1-Element enthält, k_i bezeichne einen einmal fest gewählten Repräsentanten der i-ten Klasse. Entsprechend bezeichne C_i den Zentralisator von k_i; $\mathcal{C}_i$ bezeichne die entsprechende *Klassensumme* in der Gruppenalgebra $\mathbb{C}G$. Ist i der Index einer Klasse, so bezeichne i' den Index der Klasse der Inversen dazu.
Die Menge $R(x) := \{y^g | g \in G, y = x^m \text{ mit } \mathrm{ggT}(m, |x|) = 1\}$, also die Vereinigung der Klassen der teilerfremden Potenzen, wird als *rationale Klasse von x* bezeichnet (zur Motivation dieser Benennung siehe (1.24)). Auch die rationalen Klassen seinen durchnumeriert, wobei R_1 die Klasse des 1-Elementes ist (beachte, daß die Numerierung nicht mit der Numerierung der Klassen korreliert ist). Mit $\mathcal{R}_i$ bezeichnen wir die Summe der rationalen Klasse R_i, die wir (nicht ganz korrekt, aber „Rationaleklassen-Summe“ klingt furchtbar) „rationale Klassensumme“ nennen. Die Anzahl der Klassen in R_i sei mit l_i bezeichnet.
Die Klassensummen bilden eine $\mathbb{C}$-Basis des Zentrums $\mathcal{Z} := Z(\mathbb{C}G)$ der Gruppenalgebra.

(1.12) Lemma: $\mathcal{Z}$ ist halbeinfach.
Beweis: $\mathbb{C}G$ ist halbeinfach, also nach Satz von Wedderburn als Ring (bis auf Isomorphie) direkte Summe von vollen Matrixringen über $\mathbb{C}$. Damit ist das Zentrum direkte Summe der Zentren dieser Matrixringe, welche — da isomorph zu $\mathbb{C}$ — einfach sind, also halbeinfach. □

In gewisser Weise dual zu den Klassensummen verhalten sich die *absolut irreduziblen Charaktere* der Gruppe, die mit $\mathrm{Irr}(G)$ bezeichnet werden. Sie bilden eine Orthonormalbasis des Raumes der Klassenfunktionen bezüglich des Skalarproduktes

$$(\chi, \psi) = \frac{1}{|G|} \sum_{i=1}^{n} |K_i| \chi(k_i) \overline{\psi(k_i)} = \frac{1}{|G|} \sum_{i=1}^{n} |K_i| \chi(k_i) \psi(k_i^{-1}) \tag{1.13}$$

Sofern keine Mißverständnisse zu erwarten sind, werden wir von diesen als den „irreduziblen Charakteren“ oder auch nur „Charakteren“ reden.
Für gewöhnlich notiert man die Werte der verschiedenen irreduziblen Charaktere auf den einzelnen Klassen in der *Charaktertafel*

$$T = \begin{pmatrix} & j \rightarrow \\ i \downarrow & [\chi_i(k_j)] \end{pmatrix}.$$

Setzt man zusätzlich

$$D := \frac{1}{|G|} \begin{pmatrix} |K_1| & & \\ & \ddots & \\ & & |K_n| \end{pmatrix},$$

so kann man die Orthonormalität der irreduziblen Charaktere auch als:

$$T \cdot D \cdot \bar{T}^{\mathrm{tr}} = E$$

schreiben. Damit muß T invertierbar sein. Multipliziert man von links mit T^{-1} und von rechts mit T, so erhält man also

$$D \cdot \bar{T}^{\mathrm{tr}} \cdot T = E,$$

was sich wiederum in der Form

$$\sum_{i=1}^{n} |K_r| \overline{\chi_i(k_r)} \chi_i(k_s) = \delta_{r,s}|G|$$

schreiben läßt. Dies liefert die 2. Orthogonalitätsrelation:

$$\sum_{i=1}^{n} \overline{\chi_i(g_r)} \chi_i(g_s) = \delta_{r,s}|C_r|. \tag{1.14}$$

Betrachtet man Darstellungen der Algebra $\mathcal{Z}$, so erhält man in bijektiver Beziehung zu den Charakteren die *zentralen Charaktere* ω_χ:

$$\omega_\chi(\mathcal{C}_i) = \frac{|K_i|\chi(k_i)}{\chi(1)}, \tag{1.15}$$

welche eindimensionale Darstellungen der Algebra sind.
Zerlegen wir das Produkt zweier Klassensummen wieder als Linearkombination von Klassensummen, so erhalten wir die *Strukturkonstanten* $c_{rst} \in \mathbb{C}$ des Zentrums:

$$\mathcal{C}_r \cdot \mathcal{C}_s = \sum_{i=1}^{n} c_{rst} \mathcal{C}_t \tag{1.16}$$

Betrachten wir jetzt das Zentrum als regulären Modul; dies liefert eine Darstellung desselben als Matrixalgebra. Das Bild des Basisvektors $\mathcal{C}_s$ unter der Operation von $\mathcal{C}_r$ ist dann $\sum_c c_{rst}\mathcal{C}_t$, das heißt, wir erhalten als Bild von $\mathcal{C}_r$ unter dem Darstellungshomomorphismus Ξ (da das Zentrum kommutativ ist, können wir diesen Linksmodul als Bimodul auffassen) die Matrix

$$M_r := \begin{pmatrix} & t \rightarrow \\ s \downarrow & [c_{rst}] \end{pmatrix}, \tag{1.17}$$

welche wir die r-te *Klassensummenmatrix* nennen. Da die Summe der 1-Klasse ein Basisvektor ist, ist diese Darstellung treu (ist $\mathcal{X}\mathcal{C}_1 = 0$, so muß $\mathcal{X} = 0$ sein).
Notieren wir einige weitere Eigenschaften der Strukturkonstanten:

(1.18) Lemma: $c_{rst} \in \mathbb{Z}$
Beweis: Durch Nachrechnen sieht man sofort, daß c_{rst} die Anzahl der Lösungen der Gleichung $x \cdot y = z$ für $x \in K_r$, $y \in K_s$ mit $z \in K_t$ fest ist. □

Insbesondere lassen sich diese Strukturkonstanten aus der Charaktertafel berechnen, wie das folgende Lemma zeigt:

(1.19) Lemma:

$$c_{rst} = \frac{|K_r| \cdot |K_s|}{|G|} \sum_{\chi \in \mathrm{Irr}(G)} \frac{\chi(k_r)\chi(k_s)\overline{\chi(k_t)}}{\chi(1)}$$

Beweis: Sei $\chi \in \mathrm{Irr}(G)$. Durch Anwenden eines zentralen Charakters ω_χ auf beide Seiten von (1.16) folgt mit (1.15):

$$\frac{|K_r|\chi(k_r)}{\chi(1)} \cdot |K_s|\chi(k_s) = \sum_i c_{rsi}|K_i|\chi(k_i) \tag{1.20}$$

Multipliziert man nun beide Seiten mit $\frac{\overline{\chi(k_t)}}{|G|}$, und summiert abschließend über alle $\chi \in \mathrm{Irr}(G)$, so folgt durch Anwendung der zweiten Orthogonalitätsrelation (1.14):

$$\begin{aligned} c_{rst} &= \sum_i \delta_{it}\frac{|K_i|\cdot|C_i|}{|G|}c_{rsi} \overset{(1.14)}{=} \frac{1}{|G|}\sum_i c_{rsi}|K_i| \sum_{\chi\in\mathrm{Irr}(G)} \chi(k_i)\overline{\chi(k_t)} \\ &\overset{(1.20)}{=} \frac{|K_r|\cdot|K_s|}{|G|} \sum_{\chi\in\mathrm{Irr}(G)} \frac{\chi(k_r)\chi(k_s)\overline{\chi(k_t)}}{\chi(1)} \end{aligned}$$

□

In Vorgriff auf 2.1 bemerken wir noch, daß die Umkehrung ebenfalls gilt; das heißt die Charaktertafel läßt sich aus den Strukturkonstanten errechnen. Dies wird uns ein praktikables Verfahren zur Berechnung einer Charaktertafel liefern.

1.4 Rationale Klassen

Wie das folgende Resultat von R. Brauer zeigt, lassen sich alle irreduziblen Darstellungen in einer — a priori angebbaren — endlichen Erweiterung von relativ geringem Index über $\mathbb{Q}$ realisieren:

(1.21) Satz: Sei G eine endliche Gruppe und $e = \exp(G) = \mathrm{kgV}(|x| \mid x \in G)$. Sei ε eine primitive e-te Einheitswurzel. Dann sind alle irreduziblen Darstellungen von G über $\mathbb{Q}(\varepsilon)$ realisierbar. Insbesondere sind alle Werte der irreduziblen Charaktere aus $\mathbb{Q}(\varepsilon)$.

(1.22) Bemerkung: Damit operiert die Gruppe $\mathcal{M}_e$ als Galoisgruppe (nach (1.3)) in natürlicher Weise auf der Menge der irreduziblen Darstellungen. Dies impliziert eine Operation auf den irreduziblen Charakteren, die ebenfalls als Galoisgruppe geschieht.

Einen ähnliches Ergebnis erhalten wir beim Zugang über die Klassen, das heißt die Spalten der Charaktertafel:

(1.23) Lemma: Die Charakterwerte auf der i-ten Klasse sind Summen $|k_i|$-ter Einheitswurzeln.
Beweis: Sei Δ eine irreduzible Darstellung. Schränkt man Δ auf $\langle k_i\rangle$ ein, so erhält man eine Darstellung der abelschen Gruppe $\langle k_i\rangle$, die daher in eindimensionale Darstellungen zerfällt. Folglich läßt sich Δk_i diagonalisieren, so daß auf der Diagonalen $|k_i|$-te Einheitswurzeln stehen. Da die Spur unter Basiswechsel invariant ist, folgt die Behauptung. □

(1.24) Bemerkung: Auf den Konjugiertenklassen operiert $\sigma \in \mathcal{M}_e$ per Potenzieren mit zum Gruppenexponenten teilerfremden Exponenten s: $g \mapsto g^s$. Der Galoismorphismus σ bildet die Elemente einer Klasse auf die Elemente der Klasse der s-ten Potenzen ab.
Dies induziert eine Operation auf den Spalten der Charaktertafel. Nach (1.23) erhalten wir dabei aber dasselbe Ergebnis, wenn wir σ als Galoismorphismus auf den Darstellungen operieren lassen, es gilt $g(\Delta\sigma) = \Delta(g)^s = \Delta(g^s)$. Wie in (1.4) versprochen erhalten wir auch hier wieder *eine* Operation von $\mathcal{M}_e$.
Da aus $\mathrm{ggT}(s, |G|) = 1$ nach dem Satz von Lagrange $\mathrm{ggT}(s, g) = 1$ für alle $g \in G$ folgt, werden dabei die Klassen nur innerhalb einer rationalen Klasse permutiert. Die Menge der Spalten einer

Charaktertafel zu einer rationalen Klasse bleibt also unter der Galoisgruppe invariant (dies zur Bezeichnung „rationale Klasse“).
Folglich kann jeder Galoismorphismus sowohl als Permutation der Zeilen, als auch als Permutation der Spalten einer Charaktertafel aufgefaßt werden.

(1.25) Definition: Die Operation von $\mathcal{M}_e$ auf G bezeichnen wir demnach als *Galoiskonjugation*. Zwei Elemente heißen *rational konjugiert*, wenn sie in derselben rationalen Klasse liegen.

(1.26) Folgerung: Zwei Elemente g und h aus G sind rational konjugiert, wenn ein Galoiskonjugiertes von g zu h konjugiert ist.

Die Werte der i-ten Spalte einer Charaktertafel sind nach (1.23) Summen $|k_i|$-ter Einheitswurzeln. Entsprechend erhält man die Spalten, die zu den übrigen Klassen der rationalen Klasse gehören bereits durch Bilder unter der Galoisgruppe $\mathcal{M}_{|k_i|}$ (welche nach (1.5) Faktorgruppe von $\mathcal{M}_e$ ist), während der zugehörige Normalteiler trivial operiert.

(1.27) Definition: (siehe [The93]) Wir bezeichnen den Stabilisator der i-ten Spalte der Charaktertafel, das heißt die Menge

$$\mathrm{Gal}(k_i) := \left\{\sigma \in \mathcal{M}_{|k_i|} \mid \chi(k_i)^\sigma = \chi(k_i) \text{ für alle } \chi \in \mathrm{Irr}(G)\right\}$$

als *Galoisgruppe der Konjugiertenklasse von* k_i, beziehungsweise als Galoisgruppe von k_i.

(1.28) Bemerkung: Wir erhalten demnach Repräsentanten der übrigen Klassen der rationalen Klasse, indem wir k_i mit den Exponenten zu Nebenklassen von $\mathrm{Gal}(k_i)\backslash\mathcal{M}_{|k_i|}$ potenzieren.

Schließlich können wir diese Galoisgruppen auch gruppentheoretisch charakterisieren:

(1.29) Lemma: Für $g \in G$ ist $\mathrm{Gal}(g) \cong N_G(\langle g\rangle)/C_G(g)$.
Beweis: Ist $h \in N_G(\langle g\rangle)$, so bildet h bei Konjugation g auf ein Element aus $\langle g\rangle$ ab, welches gleiche Ordnung hat. Wir setzen daher $\varphi\colon N_G(\langle g\rangle) \to \mathcal{M}_{|g|}$ mit $\varphi\colon h \mapsto i$ mit $g^i = g^h$. Dann ist φ (wie man leicht nachrechnet) ein Homomorphismus. Weiter ist $\mathrm{Kern}(\varphi) = \{h \in N_G(\langle g\rangle) | g^h = g^1 = g\} = C_G(g)$. Schließlich ist (da $g^i = g^h$ konjugiert zu g) $\mathrm{Bild}(\varphi) \subseteq \mathrm{Gal}(g)$.
Sei umgekehrt $\sigma \in \mathrm{Gal}(g) \subset \mathcal{M}_{|g|}$. Nach (1.24) bildet σ g auf g^i ab. Da $\sigma \in \mathrm{Gal}(g)$ ist nach Definition g^i in derselben Klasse wie g, also ist $g^i{=}g^h$ mit $h \in G$. Folglich ist $h \in N_G(\langle g\rangle)$ und also $\sigma = h\varphi$.
Somit ist φ surjektiv und die Behauptung folgt mit dem Homomorphiesatz. □

1.4.1 Rationale Charaktere

Ein häufig angewandtes Verfahren der Algebra ist es durch Bahnsummen unter einer Gruppe invariante Elemente zu schaffen. Eingedenk dessen führen wir die folgende Operation durch: Wir summieren jeweils die Bahnen (als Menge!) eines irreduziblen Charakters unter der Galoisgruppe $\mathcal{M}_e$ auf, dies liefert Charaktere, die unter der Galoisgruppe fest sind.

(1.30) Bemerkung: Ist ein irreduzibler Charakter bereits unter $\mathcal{M}_e$ fix, so ist diese Summe wieder ebendieser Charakter, es handelt sich also nicht um die übliche Spurabbildung der Zahlentheorie.

(1.31) Bemerkung: Führt man zu jedem Charakter eine Galoisgruppe (die Galoisgruppe des Wertekörpers) ein, und bildet die Spur dieses Charakters unter seiner Galoisgruppe, so erhalten wir dieselben Summen.

Beweis: Sei $S \leq \mathcal{M}_e$ der Stabilisator des Charakters unter der Galoisgruppe. Dann entsprechen die verschiedenen Bilder gerade den Nebenklassen von S, also (da $\mathcal{M}_e$ abelsch ist) der Faktorgruppe M_e/S (die Operation ist nach (1.5) dieselbe bei Einschränkung). Nach dem Hauptsatz der Galoistheorie ist dies die Galoisgruppe von $\mathrm{Fix}_{\mathbb{Q}(\varepsilon)}(S)$, was aber nach Definition von S als Stabilisator gerade der Wertekörper des Charakters ist. □

(1.32) Bemerkung: Die hier erhaltenen Charaktere sind unter der Galoisgruppe fest. Nach (1.24) müssen sie also auf einer rationalen Klasse konstant sein. Es genügt also die Charakterwerte nur auf den *rationalen Klassen* zu notieren.

(1.33) Definition: Die so erhaltenen Abbildungen ρ auf den rationalen Klassen heißen *rationale Charaktere*, die Tafel

$$\begin{pmatrix} & j \rightarrow \\ i \downarrow & [\rho_i(r_j)] \end{pmatrix}$$

mit $r_j \in R_j$ *rationale Charaktertafel*.

Die rationale Charaktertafel erhält man über Bahnen der Galoisgruppe auf der Charaktertafel. Für eine derartige Operation gibt es ein allgemeines Resultat:

(1.34) Satz (Permutationslemma von Brauer, siehe [Hup67])**:** Sei A eine Gruppe die auf den irreduziblen Charakteren und den Konjugiertenklassen von G operiert, so daß für alle $\chi \in \mathrm{Irr}(G)$, alle $g \in G$ und alle $a \in A$ gilt: $\chi^a(g) = \chi(ga)$. Dann folgt:

1) Jedes $a \in A$ läßt gleichviele Charaktere wie Konjugiertenklassen fest und

2) A hat gleichviele Bahnen auf den Konjugiertenklassen und den irreduziblen Charakteren.

Beweis: Sei T die Charaktertafel und $a \in A$ gegeben. Dann erhält man das Bild X^a durch Zeilenpermutation oder Spaltenpermutation, es gibt also Permutationsmatrizen $P = a\varphi$ und $Q = a\psi$, so daß $T^a = PT = TQ$, beziehungsweise $a\psi = T^{-1}(a\varphi)T$. Also sind die Darstellungen ψ und φ von A äquivalent. Die Anzahl der Fixpunkte einer Permutationsmatrix ist aber die Spur, woraus 1) folgt.
Seien Ψ der Charakter der Darstellung ψ und Φ der von φ. Dann ist die Anzahl der Bahnen auf den Charakteren gleich $(\Phi, 1_A)_A \overset{\psi \sim \varphi}{=} (\Psi, 1_A)_A$ gleich der Anzahl der Bahnen auf den Klassen, was zu zeigen war. □

(1.35) Folgerung: Die rationale Charaktertafel ist quadratisch.
Beweis: Nach (1.34) hat die rationale Charaktertafel genausoviele Zeilen wie es Bahnen auf den Klassen gibt. Diese summieren sich aber gerade zu einer rationalen Klasse. □

1.5 Operation von Gruppen auf Mengen

Sei G eine Gruppe, die auf einer Menge Ω operiere. Der Einfachheit halber sei Ω gleich einem Anfangsstück von $\mathbb{N}$: $\Omega = \{1, \ldots, o\}$. Wir können diese Operation durch eine Zykeldarstellung der Elemente repräsentieren: Hierbei werden jeweils *aufeinanderfolgende* Elemente einer Bahn, beginnend mit dem kleinsten, in Form eines Zykels geschrieben. Ist die Operation treu (wie zum Beispiel bei Permutationsgruppen), so können wir jedes Element aus G mit seiner Zykeldarstellung identifizieren.

(1.36) Definition: Als *Zykelstruktur* eines Elementes (bezüglich der Permutationsdarstellung) bezeichnen wir die sortierte Folge der Längen der einzelnen Zykel.

(1.37) Bemerkung: Die Zykelstruktur bleibt bei Konjugation invariant.

(1.38) Definition: Ein System paarweise disjunkter, nichtleerer Mengen $B_1, \ldots, B_k$ mit $\Omega = B_1 \cup \ldots \cup B_k$ heißt *invariante Partition*, beziehungsweise *Blocksystem*, wenn für $i, j = 1, \ldots, k$ und $g \in G$ gilt: Ist $B_i^g \cap B_j \neq \emptyset$, so ist $B_i^g = B_j$. Die Mengen B_i heißen *Blöcke* der Partition.

(1.39) Bemerkung: Mit anderen Worten: Blöcke werden stets als *ganzes* abgebildet, das heißt, G operiert ebenfalls auf den Blöcken per Permutation. Dies liefert einen kleineren Operationsbereich. Operiert G transitiv auf Ω, so operiert es auch transitiv auf den Blöcken.

(1.40) Beispiel: Die Systeme $\{\{1\}, \ldots, \{m\}\}$ und $\{\Omega\}$ bilden stets jeweils ein Blocksystem. Diese beiden Blocksysteme heißen triviale Blocksysteme.

(1.41) Definition: Operiert G derart auf Ω, so daß nur die beiden trivialen Blocksysteme gibt, so heißt die Operation *primitiv*.

(1.42) Bemerkung: Das Bild eines Blockes ist wieder ein Block (desselben Blocksystems).
Beweis: Sei B_i ein Block, $g \in G$. Dann ist $B_i^g \subset \Omega$, also existiert ein B_j mit $B_i^g \cap B_j \neq \emptyset$, also ist $B_i = B_j$. □

(1.43) Lemma: Eine Partition von Ω in disjunkte, nichtleere Mengen $B_1, \ldots, B_k$ ist ein Blocksystem, genau dann, wenn für alle i und alle $g \in G$ ein j existiert, so daß aus $\omega_1, \omega_2 \in B_i$ folgt, daß $\omega_1^g, \omega_2^g \in B_j$ gilt. Das Bild eines Blockes ist also durch das Bild eines Elementes bereits bestimmt.
Beweis: Ist die Partition ein Blocksystem, so sind nach (1.42) die Bilder von Blöcken wieder Blöcke, woraus die Behauptung folgt.
Sei nun umgekehrt $\{B_i\}$ eine Partition, die die Eigenschaften aus der Behauptung erfüllt. Seien i, j sowie $g \in G$ gegeben, daß $B_i^g \cap B_j \neq \emptyset$ gelte. Dann existiert ein $\omega_1 \in B_i$ mit $\omega_1^g \in B_j$. Nach Voraussetzung folgt für alle $\omega \in B_i$ wiederum $\omega^g \in B_j$. Also ist $B_i^g \subset B_j$. Mit gleichem Argument folgt aber (da $B_i \cap B_j^{g^{-1}}$), daß $B_j^{g^{-1}} \subset B_i$ gilt. Aus Ordnungsgründen ist dann $B_i = B_j$. Folglich ist die Partition ein Blocksystem. □

Operiert G *transitiv* auf Ω, so gelten zuätzlich die beiden folgenden Eigenschaften für Blöcke:

(1.44) Bemerkung: G operiere transitiv. Sind B_i und B_j Blöcke aus einem Blocksystem, so gilt $|B_i| = |B_j|$. Weiterhin ist das Blocksystem durch einen Block bereits vollständig bestimmt.
Beweis: Sei $\omega \in B_i$. Da G transitiv operiert, gibt es ein $g \in G$, mit $\omega^g \in B_j$. Also ist $B_i^g = B_j$. Schließlich erhält man auf diese Weise offenbar jeden Block, woraus die Behauptung folgt. □

(1.45) Folgerung: Ist B ein Block in Ω, dann ist $|B| \,\Big|\, |\Omega|$. Insbesondere ist die Operation auf jeder Menge von Primzahlordnung primitiv.

Im weiteren können wir meist davon ausgehen, daß G transitiv operiert. Dann entsprechen die Elemente $\omega \in \Omega$ den Nebenklassen von $U = \mathrm{Stab}_G(1)$ vermöge der Bijektion $\omega \leftrightarrow Ug \Leftrightarrow 1^g = \omega$. Der folgende Satz liefert eine entsprechende Bijektion für Blöcke:

(1.46) Satz: G operiere transitiv auf Ω, sei $U = \mathrm{Stab}_G(1)$. Die Blöcke in Ω entsprechen dann den Untergruppen von G, die über U liegen.
Beweis: Wir betrachten jetzt die — nach obiger Bemerkung äquivalente — Operation von G auf den Nebenklassen von U. Wir betrachten den Block V, der $U1$ enthält. Dann ist

(1.47) $$V = U \cup Ug_2 \cup \ldots \cup Ug_n \qquad \text{mit geeigneten } g_i \in G \ (g_1 = 1).$$

Ist nun $g \in V$, so ist $Ug \subset V$, also aufgrund der Blockeigenschaft auch $Ug_ig \subset V$ für alle g_i. Also ist V eine Untergruppe von G.
Sei nun umgekehrt V eine Untergruppe von G über U. Dann läßt sich V ebenfalls in einer Zerlegung nach Nebenklassen wie in (1.47) darstellen. Die Bilder von V unter G sind die Nebenklassen $V\backslash G$. Diese bilden eine Partition des Operationsbereiches $U\backslash G$. Seien Vg und Vh zwei „Stücke“ (wir wollen zeigen, daß es Blöcke sind) aus dieser Partition. Sei $f \in G$ mit $Vgf \cap Vh = (Vg)^f \cap Vh \neq \emptyset$. Dann existieren $v, w \in V$ mit $vgf = wh$, also $gfh^{-1} = v^{-1}w$, also $gfh^{-1} \in V$. Folglich ist $Vgfh^{-1} = V$, beziehungsweise $Vgf = Vh$. Damit erfüllt die Partition die Bedingung, ein Blocksystem zu sein. □

Notieren wir noch einige triviale Konsequenzen aus dieser Korrespondenz, welche wir später brauchen werden:

(1.48) Bemerkung: Wir identifizieren wiederum den Operationsbereich mit den Nebenklassen des Punktstabilisators U. Sei $V > U$ ein Block der Permutationsdarstellung. Dann sind die Nebenklassen von V gleich den übrigen Blöcken des Blocksystems. Der Blockstabilisator des Blockes Vg ist gleich V^g.

1.6 Operation von Normalteilern und Faktorgruppen

Sei $N \trianglelefteq G$ gegeben. Dann ist für alle $g \in G$: $gN = Ng$. Wir werden deshalb (in Übereinstimmung mit der übrigen Literatur) Nebenklassen in der Form gN schreiben, da dies später mit der Rechtsoperationskonvention verträglicher sein wird.
Zu allen Elementen der Faktorgruppe seien Urbilder fest gewählt. Sei $g \in G$. Dann bezeichnen wir das Urbild von gN mit $\bar{g}$. Damit ist $g = \bar{g}\underline{g}$ mit $\underline{g} \in N$.

(1.49) Satz (1. Homomorphieprinzip)**:** Operiert G auf einer Menge Ω, so sind die Bahnen von N ein Blocksystem für die Operation von G
Beweis: Sei Ω_1 eine Bahn von N und $\omega_1, \omega_2 \in \Omega_1$, das heißt es gibt ein $n \in N$ mit $\omega_1 n = \omega_2$. Sei $g \in G$. Dann ist $\omega_2 g = \omega_1 ng \overset{N \trianglelefteq G}{=} \omega_1 gn'$ mit $n' \in N$. Folglich sind $\omega_1 g$ und $\omega_2 g$ in derselben Bahn unter N. □

Sind $g, h, x \in G$ mit $g^x = h$, so ist offenbar (der Übergang zur Faktorgruppe ist ein Homomorphismus) $gN^{xN} = hN$. Bilder der Repräsentanten der Konjugiertenklassen enthalten folglich ein Repräsentantensystem der Konjugiertenklassen der Faktorgruppe. Der folgende Satz beschreibt den umgekehrten Schritt:

(1.50) Satz (2. Homomorphieprinzip)**:** ([LNS84]) Sei $N \trianglelefteq G$, $\{g_1N, \ldots, g_rN\}$ sei ein Repräsentantensystem der Konjugiertenklassen von G/N. $\bar{Z}_1, \ldots, \bar{Z}_r$ seien die entsprechenden Zentralisatoren in der Faktorgruppe und $Z_1, \ldots, Z_r$ die vollständigen Urbilder davon in G. Dann operiert Z_i per Konjugation auf g_iN. Repräsentanten dieser Bahnen sind Repräsentanten der Konjugiertenklassen von G, die jeweiligen Stabilisatoren sind die Zentralisatoren.
Beweis: Da es sich um die Urbilder der Zentralisatoren handelt, muß Z_i bei Konjugation g_iN insgesamt festlassen, operiert also darauf per Konjugation.
Sei $g \in G$. Dann ist gN zu einem der g_iN konjugiert. Also existiert ein $x \in G$ mit $gN^{xN} = g^xN = g_iN$. Also ist $g^x \in g_iN$. Die Repräsentanten der Konjugiertenklassen können also in den g_iN gewählt werden. Seien $g, h \in g_iN$. Sind g und h in derselben Bahn unter Operation von Z_i, so sind sie offenbar in derselben Konjugiertenklasse. Sind g und h umgekehrt in derselben Konjugiertenklasse, dann existiert ein $x \in G$ mit $g^x = h$. Dann ist allerdings $g_1N^{xN} = gN^{xN} = g^xN = hN = g_1N$, also $xN \in \bar{Z}_i$, also $x \in Z_i$. Elemente aus g_iN sind also genau dann unter G konjugiert, wenn sie unter Z_i konjugiert sind. □

1.7 Einige Bemerkungen zu Vektorräumen und Endomorphismen

Sei V ein endlich dimensionaler K-Vektorraum und $\alpha \in \mathrm{End}(V)$. Sei a ein Eigenwert von α. Als *Hauptraum* von α zum Eigenwert a bezeichnen wir $K := \mathrm{Kern}(\alpha - a\mathbb{1})^s$ mit $s \in \mathbb{N}$ genügend groß, so daß $\mathrm{Kern}(\alpha - a\mathbb{1})^{(s+1)} = K$; offenbar entspricht dies in einer der Jordan-Normalform angepaßten Basis dem Erzeugnis derjenigen Basisvektoren, die Jordankästchen zu a entsprechen. Zerfällt das charakteristische Polynom in Linearfaktoren, so läßt sich V als direkte Summe der Haupträume zerlegen. Da α mit $\alpha - a$ kommutiert, folgt unmittelbar, daß Haupträume unter dem Endomorphismus α invariant bleiben.
Sei $v \in V$. Bezeichnen wir $\langle v \rangle_\alpha := \langle v, v\alpha, \ldots \rangle$ als den *von v und α erzeugten zyklischen Teilraum*, so bedeutet dies insbesondere, daß die von Elementen aus einem Hauptraum erzeugten zyklischen Teilräume in diesem Hauptraum liegen.

(1.51) Lemma: Sei K ein endlicher Körper. Ein n-dimensionaler K-Vektorraum kann nicht Vereinigung von weniger als $|K| =: q \in \mathbb{N}$ *echten* Teilräumen sein.
Beweis: Ein k-dimensionaler K-Vektorraum enthält q^k Elemente, echte Teilräume also maximal q^{k-1} Elemente. Da jeder Teilraum den Nullvektor enthalten muß, enthalten q echte Teilräume *weniger* als $qq^{k-1} = q^k$ Elemente, also nicht den gesamten Raum. □

(1.52) Definition: Eine $r \times c$-Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1c} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{r1} & \ldots & a_{rc} \end{pmatrix}$$

heißt in *Staffelform*, wenn sie vollständig Gauß-eliminiert mit normierten Zeilen ist. Das heißt ist $a_{ij} = 0$ für $j < k$ und $a_{ik} \neq 0$, so ist $a_{ik} = 1$ und $a_{lk} = 0$ für alle l. Falls nur die letzte Bedingung nicht erfüllt ist, so heißt A in *Stufenform*.

1.8 Formale Potenzreihen

Sei F ein Körper, $(g_i)_{i \in \mathbb{N}}$ eine Folge aus F. Wir schreiben diese Folge in der Form

$$G(x) = \sum_{i=0}^{\infty} g_i x^i \tag{1.53}$$

als *formale Potenzreihe*. Solche Potenzreihen lassen sich zwar analog wie Polynome addieren und multiplizieren, jedoch ist das Einsetzen von Körperelementen im allgemeinen nicht mehr wohldefiniert, da keine Konvergenzbedingungen bestehen. Zwei formale Potenzreihen sind genau dann gleich, wenn alle Koëffizienten übereinstimmen.
Durch Nachrechnen verifiziert man, daß die Menge $F[[x]]$ der formalen Potenzreihen über F einen Integritätsbereich bildet, der den Polynomring $F[x]$ als Teilring vermöge der natürlichen Einbettung

$$\sum_{i=0}^{m} a_i x^i \mapsto \sum_{i=0}^{\infty} \widehat{a}_i x^i \text{ mit } \widehat{a}_i = \begin{cases} a_i & \text{falls } i \leq m \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

enthält. Im Gegensatz zu den Polynomen existieren im Ring der formalen Potenzreihen multiplikativ Inverse für eine Vielfalt von Reihen:

(1.54) Satz ([LN83])**:** Sei eine formale Potenzreihe durch (1.53) gegeben. Dann hat G ein multiplikativ Inverses genau dann, wenn $g_0 \neq 0$ gilt.
Beweis: Ist $H(x) = \sum_{i=0}^{\infty} h_i x^i$ gegeben, dann ist $GH = 1$ wenn h_i Lösung des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} g_0 h_0 &= 1 \\ g_0 h_1 + h_0 g_1 &= 0 \\ &\vdots \\ g_0 h_i + g_1 h_{i-1} + \cdots + g_i h_0 &= 0 \\ &\vdots \end{aligned}$$

ist. Aus der ersten Gleichung folgt, daß $g_0 \neq 0$ notwendig ist. Dann lassen sich die restlichen Koëffizienten rekursiv berechnen. □

Offenbar sind die Inversen eindeutig bestimmt.

1.9 Homogen linear rekursive Folgen

Sei $F = \mathrm{GF}(q)$ ein endlicher Körper. Eine Folge $s = s_0, s_1, \ldots$ aus F heißt *homogen linear rekursive Folge* (HLRF), wenn $k \in \mathbb{N}$ und $a_0, \ldots, a_{k-1} \in F$ existieren, so daß gilt:

$$s_{n+k} = a_{k-1} s_{n+k-1} + \ldots + a_0 s_n \qquad \text{für alle } n \in \mathbb{N}_0. \tag{1.55}$$

Dann heißt die formale Potenzreihe $G := \sum_{i=0}^{\infty} s_n x^n$ *erzeugende Funktion* von s. Der Folge assoziiert ist die folgende Matrix $A \in F^{k \times k}$:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \ldots & \ldots & \ldots & 0 & a_0 \\ 1 & 0 & \ldots & \ldots & 0 & a_1 \\ 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 & a_2 \\ \vdots & 0 & \ddots & & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \ldots & \ldots & \ldots & 1 & a_{k-1} \end{pmatrix}, \tag{1.56}$$

es gilt für die "Zustandsvektoren" $\vec{s}_i = (s_i, \ldots, s_{i+k-1})$: $\vec{s}_{i+j} = \vec{s}_i \cdot A^j$. Als *charakteristisches Polynom* der HLRF s bezeichnen wir das charakteristische Polynom von A:

$$f(x) = x^k - a_{k-1} x^{k-1} - \cdots - a_0. \tag{1.57}$$

Entsprechend heißt

$$f^*(x) = 1 - a_{k-1} x - a_{k-2} x^2 - \cdots - a_0 x^k \tag{1.58}$$

das *reziproke charakteristische Polynom*, und es gilt: $f^*(x) = x^k f(\frac{1}{x})$.

(1.59) Lemma: Ist G die erzeugende Funktion einer HLRF und f^* das reziproke charakteristische Polynom, so gilt mit

$$g(x) = -\sum_{j=0}^{k-1} \sum_{i=0}^{j} a_{i+k-j} s_i x^j$$

wobei $a_k = -1$ ist:

$$G(x) = \frac{g(x)}{f^*(x)} \tag{1.60}$$

Ist umgekehrt $g(x) \in F[x]$ mit $\deg(g) < k$ und f^* durch (1.58) gegeben, so definiert (1.60) eine formale Potenzreihe, die erzeugende Funktion einer HLRF mit reziprokem charakteristischem Polynom f^* ist, also die Rekursionsbeziehung (1.55) erfüllt.
Beweis: Aufgrund (1.54) besitzt f^* eine multiplikative Inverse, die Gültigkeit von (1.60) ist also äquivalent zu der Gültigkeit von $f^*(x)G(x) = g(x)$. Es ist jedoch:

$$\begin{aligned} f^*(x)G(x) &= -\left(\sum_{i=0}^{k} a_{k-i}x^i\right)\left(\sum_{i=0}^{\infty} s_i x^i\right) \\ &= -\sum_{j=0}^{k-1}\left(\sum_{i=0}^{j} a_{i+k-j}s_i\right)x^j - \sum_{j=k}^{\infty}\left(\sum_{i=0}^{j} a_{i+k-j}s_i\right)x^j \\ &= g(x) - \sum_{j=k}^{\infty}\underbrace{\left(\sum_{i=0}^{k} a_i s_{j-k+i}\right)}_{=:c_j}x^j \end{aligned}$$

das heißt die Bedingung ist dann und nur dann erfüllt, wenn alle $c_j = 0$ sind, dies ist aber genau die Rekursionsbeziehung. □

Ein Glied einer HLRF ist jeweils durch die k vorhergehenden Glieder bestimmt. Da es hierfür nur endlich viele Möglichkeiten gibt, ist jede HLRF periodisch, sagen wir von Periode r. Dann kann die erzeugende Funktion offenbar in der Form

$$G(x) = (s_0 + s_1x + \cdots + s_{r-1}x^{r-1})(1 + x^r + x^{2r} + \cdots) = \frac{s^*(x)}{1 - x^r}$$

mit $s^*(x) = s_0 + s_1x + \cdots + s_{r-1}x^{r-1}$ geschrieben werden. Andererseits ist nach (1.60) $G(x) = g(x)/f^*(x)$. Setzt man diese beiden Darstellungen gleich, so erhält man die Identität $f^*(x)s^*(x) = (1 - x^r)g(x)$. Setzt man nun $s(x) = s_0x^{r-1} + s_1x^{r-2} + \cdots + s_{r-2}x + s_{r-1}$ (so daß wieder die Reziprokitätsbeziehung zu s^* besteht), dann erhält man die Identität:

$$f(x)s(x) = x^k f^*\left(\frac{1}{x}\right)x^{r-1}s^*\left(\frac{1}{x}\right) = (x^r - 1)x^{k-1}g\left(\frac{1}{x}\right) =: -h(x) \tag{1.61}$$

(wobei man das so definierte h als

$$h = \sum_{j=0}^{k-1}\sum_{i=0}^{k-j-1} a_{i+j+1}s_i x^j \in F[x] \tag{1.62}$$

errechnen kann), insbesondere gilt damit $\deg(h) < \deg(f)$.
Eine HLRF kann verschiedenen Rekursionsbeziehungen genügen, man wird im allgemeinen also verschiedene charakteristische Polynome erhalten. Wie bei Matrizen (über die man diese Polynome ja erhalten hat) wünscht man sich daher ein *Minimalpolynom* μ, so daß für alle möglichen charakteristischen Polynome einer HLRF gilt $\mu | f$. Der hierzu übliche Beweis, zu zeigen, daß alle charakteristischen Polynome ein Ideal bilden, ist hier nicht möglich, da zwischen Monomen x^i und dem entsprechenden Glied s_i einer HLRF nur ein formaler Zusammenhang besteht und die Polynome nicht alle *ein* Objekt annihilieren. Nichtsdestotrotz gilt:

(1.63) Satz ([LN83])**:** Sei $s = s_0, s_1, \ldots$ eine HLRF in F. Dann existiert ein eindeutig bestimmtes normiertes Polynom $\mu(x) \in F[x]$, so daß für jedes normierte Polynom $f(x) \in F[x]$ gilt: f ist charakteristisches Polynom von s, genau dann, wenn μ f teilt. Dieses Polynom μ heißt *Minimalpolynom*.

Beweis: Sei f_0 das charakteristische Polynom einer Rekurrenzrelation, die die HLRF erfüllt, h_0 entsprechend (1.62) gegeben. Sei d der (normierte) größte gemeinsame Teiler von f_0 und h_0, dann ist $f_0(x) = m(x)d(x)$ und $h_0(x) = b(x)d(x)$ mit geeigneten $b, m \in F[x]$. Dann ist $\mu := m$ das gesuchte Polynom:
Sei $f \in F[x]$ ein beliebiges weiteres charakteristisches Polynom der gegebenen Folge, h das dazu bestimmte Polynom gemäß (1.62). Mit g, g_0 aus (1.59) gilt dann:

$$G(x) = \frac{g_0(x)}{f_0^*(x)} = \frac{g(x)}{f^*(x)}$$

Folglich gilt: $g(x)f_0^*(x) = g_0(x)f^*(x)$ und mit (1.61) folgt dann

$$\begin{aligned} h(x)f_0(x) &= -x^{\deg(f)-1} g\left(\frac{1}{x}\right) x^{\deg(f_0)} f_0^*\left(\frac{1}{x}\right) \\ &= -x^{\deg(f_0)-1} g_0\left(\frac{1}{x}\right) x^{\deg(f)} f^*\left(\frac{1}{x}\right) \\ &= h_0(x)f(x) \end{aligned}$$

teilt man beide Seiten dieser Gleichung durch $d(x)$, so erhält man daraus: $h(x)m(x) = b(x)f(x)$. Nun sind m und b teilerfremd (als Cofaktoren zum ggT), folglich muß m f teilen.
Sei nun umgekehrt $f \in F[x]$ ein normiertes Polynom, das von m geteilt wird, es sei $f(x) = m(x)c(x)$ mit geeignetem $c(x)$. Bei Übergang zu den reziproken Polynomen gilt dann: $f^*(x) = m^*(x)c^*(x)$. Außerdem gilt weiterhin $h_0(x)m(x) = b(x)f_0(x)$, folglich erhält man aus (1.62):

$$\begin{aligned} g_0(x)m^*(x) &= -x^{\deg(f_0)-1} h_0\left(\frac{1}{x}\right) x^{\deg(m)} m\left(\frac{1}{x}\right) \\ &= -x^{\deg(m)-1} b\left(\frac{1}{x}\right) x^{\deg(f_0)} f_0\left(\frac{1}{x}\right) \end{aligned}$$

Nun ist $\deg(b) < \deg(m)$ (da $\deg(h_0) < \deg(f_0)$), das Produkt der ersten beiden Faktoren auf der rechten Seite der Gleichung ist also ein Polynom $a(x) \in F[x]$, und es gilt: $g_0(x)m^*(x) = a(x)f_0^*(x)$. Mit (1.59) folgt dann:

$$G(x) = \frac{g_0(x)}{f_0^*(x)} = \frac{a(x)}{m^*(x)} = \frac{a(x)c^*(x)}{m^*(x)c^*(x)} = \frac{a(x)c^*(x)}{f^*(x)}$$

und es gilt:

$$\deg(ac^*) = \deg(a) + \deg(c^*) < \deg(m) + \deg(c) = \deg(f)$$

Aus der Rückrichtung von (1.59) folgt damit, daß f ein charakteristisches Polynom der Folge ist. Die Eindeutigkeit des Minimalpolynoms folgt unmittelbar aus seinen übrigen Eigenschaften. □

1.10 Rechnen mit Gruppenelementen

Befaßt man sich mit Gruppen, so arbeitet man im allgemeinen mit abstrakten Elementen $g, h, \ldots$. Wenn es jedoch darum geht, in den Gruppen zu *rechnen*, so muß eine geeignete Form der Behandlung gewählt werden. Zunächst wird es natürlich erscheinen, Gruppenelemente als Produkt aus den Erzeugern zu schreiben. Man operiert also mit Worten in den Erzeugern. Ist die Gruppe nicht frei, so wird es jedoch Gruppenelemente geben, die auf *verschiedene* Weise als Produkt der Erzeuger geschrieben werden können. Will man also Erzeugerworte auf Gleichheit testen, muß die Möglichkeit bestehen, jedes Produkt von Erzeugern durch Anwenden der Relationen in eine — wie auch immer geartete — *Normalform* zu überführen. Dies impliziert insbesondere die Lösbarkeit des Wortproblems, was im Widerspruch zu einem bekannten Resultat von NOVIKOFF steht.

1.10.1 Ag-Gruppen

Anders verhält es sich jedoch, wenn von der Gruppe bekannt ist, daß sie auflösbar ist: Dann existiert eine Subnormalreihe mit Faktoren, die zyklisch sind:

$$G = G_0 \triangleright \ldots \triangleright G_n = \langle 1 \rangle, \qquad G_{i-1}/G_i \cong \mathbb{Z}_{m_i} \quad (m_i \in \mathbb{N}, m_i > 1)$$

Wählen wir nun ein System $\{g_1, \ldots, g_n\}$ mit der Eigenschaft, daß

1. $g_i \in G_{i-1}$ und
2. $G_{i-1}/G_i = \langle g_i \varphi_i \rangle$ (wobei φ_i der natürliche Homomorphismus von G_{i-1} auf G_{i-1}/G_i sei)

gilt, so folgt, daß $G_i = \langle g_{i+1}, \ldots, g_n \rangle$ ist.

(1.64) Lemma: Unter diesen Voraussetzungen läßt sich jedes Element g aus der Gruppe eindeutig als $g = g_1^{\nu_1} \cdot \ldots \cdot g_n^{\nu_n}$ mit $0 \le \nu_i < m_i$ schreiben. (Insbesondere ist also das Wortproblem lösbar.)

Beweis: Zur Existenz: Beweis per Induktion über G_k: Da $gh = hg \cdot [g,h]$ genügt es per Induktion offensichtlich, zu zeigen, daß $[g_i, g_{k-1}] \in G_k$ für $i \ge k$ ist, denn damit läßt sich jede Darstellung in den Gruppenerzeugern iteriert in die Normalform bringen. Dies folgt aber sofort, da $g_i, g_{k-1} \in G_{k-1}$, also $[g_i, g_{k-1}] \in G'_{k-1} \le G_k$ gilt (G_{k-1}/G_k ist zyklisch, also abelsch). Da $g_i^{m_i}\varphi_i = 1_{G_{i-1}/G_i}$ ist $g_i^{m_i} \in G_i$, also läßt es sich als Produkt der folgenden Erzeuger schreiben, womit ebenfalls die Exponenten auf den geforderten Bereich eingeschränkt werden können.

Zur Eindeutigkeit: Diese folgt unmittelbar aus der folgenden Aussage:
$(*)$
Der Index des ersten Exponenten ungleich Null in der normierten Darstellung ist eindeutig.

Sei $G \ni g = g_1^{\nu_1} \cdot \ldots \cdot g_n^{\nu_n} = g_1^{\mu_1} \cdot \ldots \cdot g_n^{\mu_n}$ eine nicht eindeutige Darstellung. Sei i der (nach $(*)$ eindeutige) Index des ersten Exponenten ungleich Null. Durch mehrfache Multiplikation mit G_i^{-1} von links (d.h. erniedrigen der jeweiligen Exponenten) erhält man eine (normierte) Darstellung, in der (o.B.d.A.) $\mu_i = 0$, $\nu_i \ge 0$ gilt. Nach $(*)$ muß dann auch $\nu_i = 0$ gelten, iteriert erhält man so die Gleichheit aller Exponenten, und damit die Eindeutigkeit.
Bleibt also, $(*)$ zu beweisen: Sei G eine Gruppe, in der $(*)$ nicht gelte, $g \in G$ ein Element, für das ein Paar von Darstellungen existiert, das $(*)$ widerspricht. Sei i der kleinere der beiden Indizes der führenden nicht-Null Exponenten. Dann ist $g = g_i^x \cdot a = b$, wobei $m_i > x > 0$, $a, b \in G_i$ Produkte der weiteren Erzeuger entsprechend der Darstellungen. Folglich ist

$$1_{G_{i-1}/G_i} \overset{\langle g_i\varphi_i\rangle = G_{i-1}/G_i}{\neq} g_i^x\varphi_i = g_i^x\varphi_i \underbrace{a\varphi_i}_{=0 \quad (a \in G_i = \mathrm{Kern}\varphi_i)} = b\varphi_i \overset{b \in G_i = \mathrm{Kern}\varphi_i}{=} 1_{G_{i-1}/G_i}$$

ein offensichtlicher Widerspruch. □

Die beschriebene Umformung auf die Normalform (auch „collecten“ genannt) kann man mit Hilfe von Relatoren der Form:

$$g_i^{m_i} = g_{i+1}^{\nu_{i,i+1}} \cdot \ldots \cdot g_n^{\nu_{i,n}} \quad (0 < i \le n)$$

sowie

$$[g_i, g_j] = g_{i+1}^{\nu_{i,j,i+1}} \cdot \ldots \cdot g_n^{\nu_{i,j,n}} \quad (0 < i < j \le n)$$

vollführen. Eine derartige Präsentation nennen wir *AG-Präsentation*, die Menge der Erzeuger ein *AG-System*. Die m_i heißen *relative Ordnung* des Erzeugers g_i.
Ist $G \ni g = g_1^{\nu_1} \cdots, g_n^{\nu_n}$, so heißt $(\nu_1, \ldots, \nu_n)$ der *Exponentenvektor* zu g. Nach (1.64) entspricht jedes Element eindeutig einem Exponentenvektor. Ist $\nu_j = 0$ für $j < i$ und $\nu_i \ne 0$, so heißt $T(g) := i$ die *Tiefe* von g. Insbesondere ist $T(g_i) = i$. Damit gilt: $g \in G_i$ genau dann, wenn $T(g) > i$ ist.

(1.65) Bemerkung: Ist $G_i \trianglelefteq G$, so bilden die Bilder der $g_1, \ldots, g_i$ unter dem natürlichen Homomorphismus ein AG-System für G/G_i. Man erhält dabei die Exponentenvektoren für Bilder in der Faktorgruppe durch einfaches „Abschneiden“ der Exponentenvektoren. Entsprechend erhält man Urbilder durch „Ergänzen“ des Exponentenvektors. Wir werden im allgemeinen als kanonisches Urbild den mit Nullen ergänzten Exponentenvektor verwenden.

(1.66) Lemma: Sind $g, h \in G$ von Tiefe s, beziehungsweise t. Sei $m := \min(s,t)$. Dann ist die Tiefe des Produktes gh mindestens m und der Exponent des m-ten Erzeugers in gh ist die Summe der entsprechenden Exponenten in g und h modulo der relativen Ordnung des m-ten Erzeugers. Insbesondere ist also auch $T(gh) = m$, falls $t \neq s$.
Beweis: Offenbar ist $g, h \in G_{m-1}$. Also ist $gh \in G_{m-1}$, damit $T(gh) \geq m$. Nach Definition eines AG-Systems ist der Kommutator des m-ten Erzeugers mit allen weiteren Erzeugern von Tiefe größer m, womit bei Übergang zur Faktorgruppe G_{m-1}/G_m die Behauptung folgt. □

Wählen wir nicht eine beliebige Subnormalreihe mit zyklischen Faktoren, sondern eine Verfeinerung einer Hauptreihe, so entsprechen gewisse Schritte der Reihe stets elementar abelschen Faktoren, also Vektorräumen. Um in diesen wie man es gewohnt ist zu rechnen, empfiehlt es sich, die Subnormalreihe maximal zu verfeinern, so daß die Faktoren zyklisch von Primzahlordnung sind. In einem elementar abelschen Faktor entsprechen die Exponentenvektoren bei Reduktion modulo p dann gerade der Darstellung von Elementen als Linearkombination bezüglich der Basis $g_i, \ldots, g_{i+l}$. Eine entsprechende Präsentation heißt dann *PAG-Präsentation*, die Menge der Erzeuger *PAG-System*.
Im Fall eines Vektorraumes bieten die Exponentenvektoren eine Möglichkeit, ein Element sehr einfach als Produkt der Erzeuger darzustellen. Gleiches wünscht man sich auch für Untergruppen. Untergruppen einer auflösbaren Gruppe sind stets auflösbar, und man könnte für diese ein eigenes PAG-System berechnen. Allerdings will man oft sowohl mit der Gruppe, als auch mit der Untergruppe rechnen. Nun gilt folgendes:

(1.67) Lemma ([LNS84])**:** Zu jeder Untergruppe $U \leq G$ läßt sich ein Ag-Erzeugendensystem $\{u_1, \ldots, u_r\}$ berechnen, elches die folgende Eigenschaft hat: Ist $u_i = g_1^{\nu_{i1}} \cdots g_n^{\nu_{in}}$, so ist die Matrix der Exponentenvektoren

$$\begin{pmatrix} \nu_{11} & \ldots & \nu_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \nu_{r1} & \ldots & \nu_{rn} \end{pmatrix}$$

in Staffelform ist. Ein solches Erzeugendensystem heißt *CGS* (canonical generating system) von U.
Beweis: Siehe [LNS84]. Die Berechnung geschieht über eine nicht-kommutative Gauß-Elimination. □

(1.68) Definition: Ist die Matrix der Exponentenvektoren lediglich in Stufenform, so heißt $\{u_1, \ldots, u_r\}$ ein *IGS* (induced generating system).

(1.69) Bemerkung: Da die u_i ein AG-System bilden, kann man jedes $g \in U$ als Produkt der Form $g = u_1^{\mu_1} \cdots u_r^{\mu_r}$ darstellen. Insbesondere entspricht der Exponent des führenden u_i, das heißt für i minimal mit $\mu_i \neq 0$, dem Exponenten des $T(u_i)$-ten Erzeugers in der Darstellung von g als Exponentenvektor.
Damit läßt sich also durch iteriertes Abdividieren feststellen, ob ein $g \in G$ in U enthalten ist.

1.10.2 Permutationsgruppen

Ist das Problem nicht, alle Kombinationen des Namens Gottes zu finden? Gut, schau mal in dieses Handbuch, hier hab ich ein kleines Programm in Basic zur Permutation aller Sequenzen von vier Buchstaben. Sieht ganz so aus, als wär's extra für IHVH gemacht.

UMBERTO ECO: Das Foucaultsche Pendel

Eine weitere Möglichkeit zur Rechnerdarstellung von Gruppen bietet die *Permutationsdarstellung* einer Gruppe G auf den Nebenklassen einer herzlosen Untergruppe U, das heißt einer Untergruppe U mit $\bigcap_{g\in G} U^g = \langle 1\rangle$. Dies liefert eine treue Permutationsdarstellung von G. Im allgemeinen wird man eine Untergruppe von möglichst geringem Index wählen, um eine Darstellung auf wenigen Punkten zu erhalten. Als Untergruppe des direkten Produktes von transitiven Permuationsgruppen erhält man weiterhin auch intransitive Permutationsgruppen. Diese gestatten in einigen Fällen Permutationsdarstellungen auf weniger Punkten, als es mit transitiven Darstellungen möglich wäre.
Wir werden davon ausgehen, daß Permutationen (zumindestens auf der Ebene des Benutzers eines Programmes, die interne Darstellung soll unberührt bleiben) in Zykeldarstellung gegeben sind. Die Multiplikation geschehe so, daß sie mit der Rechtsoperationskonvention verträglich ist, zum Beispiel ist $(1,2,3)\cdot(2,3) = (1,3)$.
Wir werden weiterhin davon ausgehen, daß zu einer Permutationsgruppe stets eine *Base* und eine *Stabilisatorkette* gegeben ist, das heißt eine Menge $B = \{b_1,\ldots,b_m\}$ sowie eine Kette von Untergruppen $S_0 = G$, $S_i = \mathrm{Stab}_{S_{i-1}}(b_i)$ mit $S_m = \langle 1\rangle$.
Ohne Beschränkung der Allgemeinheit operiere eine Permutationsgruppe stets auf $1,\ldots,n$

Im folgenden werden wir diese beiden Typen von Gruppen — so sie verschieden behandelt werden müssen — als **AgGruppen**, bzw. **Permutationsgruppen** bezeichnen, und damit immer die Darstellung im Rechner meinen.
Weiterhin gehen wir davon aus, daß für diese Gruppen effiziente Verfahren zur Berechnung von speziellen Bahnen und Stabilisatoren, sowie ein Test auf Enthaltensein in einer Bahn zur Verfügung stehen, welche dann unter anderem die Berechnung von Konjugiertenklassen, Zentralisatoren und Normalisatoren gestatten. In einigen Fällen werden wir jedoch spezielle Verfahren für derartige Probleme angeben, falls die üblichen Verfahren zu aufwendig wären.

Kapitel 2

Der Algorithmus von Dixon und Schneider

Das wichtigste Kriterium bei der Beurteilung des Romans ist daher der Grad der Genauigkeit [...] in der Darstellung des Charakters.

Susan Sontag: Kunst und Antikunst

Wir wollen im weiteren davon ausgehen, daß wir eine endliche Gruppe G durch ihre Erzeuger gegeben haben. Wir möchten nun die Charaktertafel von G bestimmen.

Die Zugänge zur Lösung sind zweigestaltig: Zum einen besteht die Möglichkeit, mit Charakteren zu rechnen, wie zum Beispiel in [NPP84] praktiziert. Dies liefert Verfahren, die den Benutzer beim „Zusammenbau“ einer Charaktertafel unterstützen. Ein Nachteil dieser Verfahren ist, daß man im allgemeinen nicht zu Beginn angeben kann, ob die bekannten Informationen ausreichen werden. Der große Vorteil liegt allerdings darin, daß weniger die Größe der Gruppe, als die der Tafel eine Grenze für dieses Verfahren setzt.
Hat man dagegen eine Gruppe über ihre Erzeuger gegeben, so wird man für gewöhnlich keinen Ansatzpunkt für solche Methoden haben. Hier ist vielmehr ein Verfahren gefordert, das die Charaktere durch Rechnungen in der Gruppe ermittelt. Als Grenze wirkt dann natürlich der Zwang, Gruppenelemente noch im Rechner darstellen zu müssen. Man wird solche Verfahren daher nicht zur Berechnung der Charaktertafel *sehr* großer Gruppen verwenden, von denen schon einiges über die Struktur bekannt ist (so zum Beispiel Chevalley-Gruppen). Von durch ihre Erzeuger gegebenen Gruppen ist jedoch sehr oft nicht einmal der Isomorphietyp bekannt, was die große praktische Bedeutung eines solchen Verfahrens ausmacht.

2.1 Ein Verfahren

Das hier beschriebene Verfahren zur Berechnung der Charaktertafel durch Rechnen in der Gruppe beruht auf Ideen, die bereits den Schöpfern der Charaktertheorie bekannt waren. So gibt bereits William Burnside in [Bur11] als Beispiel die Berechnung der Charaktertafel der D_{10} an. Die Idee dieses Verfahrens wurde von John McKay in [McK68] aufgegriffen. Das dort vorgestellte Verfahren rechnet vollständig in Charakteristik 0, die (notwendige) Berechnung von Eigenvektoren kann daher nur numerisch geschehen. Dies bedingt eine aufwendige Ermittlung algebraischer Zahlen mittels einer möglichst guten numerischen Approximation. Dieses Problem wurde von John Dixon in [Dix67] dadurch gelöst, daß die eigentliche Rechnung über einem geeigneten endlichen Körper durchgeführt wird. Weitere Verbesserungen wurden in den vergangenen Jahren von Gerhard Schneider durchgeführt ([Sch90]).
Im folgenden soll zunächst das Grundgerüst des Verfahrens dargestellt werden.

2.1.1 Theoretische Grundlage

Wir gehen von Gleichung (1.20) aus Kapitel 1 aus, die hier nochmals mit leichter Umbenennung der Variablen wiederholt sei:

$$\frac{|K_r|\chi(k_r)}{\chi(1)} \cdot |K_t|\chi(k_t) = \sum_s c_{rts}|K_s|\chi(k_s). \tag{2.1}$$

Weiterhin bemerken wir, daß $c_{rst} \cdot |K_t| = c_{rts} \cdot |K_s|$ gilt, was unmittelbar aus der Darstellung gemäß (1.19) folgt. Damit erhalten wir folglich

$$\frac{|K_r|\chi(k_r)}{\chi(1)} \cdot \chi(k_t) = \sum_{s=1}^{n} \chi(k_s)c_{rst} \tag{2.2}$$

Die absolut irreduziblen[1] Charaktere χ sind — so sie als Zeilenvektoren aufgefaßt werden — also *gemeinsame (Links)-Eigenvektoren* der Klassensummenmatrizen $M_r = (c_{rst})$.

(2.3) Lemma: Die Charaktere sind bis auf skalare Vielfache die einzigen gemeinsamen Eigenvektoren der M_r.
Beweis: Sei v gemeinsamer Eigenvektor aller M_r, jeweils zum Eigenwert η_r. Da die irreduziblen Charaktere eine Basis des Raumes der Klassenfunktionen bilden, können wir v in der Form $v = \sum_{\chi\in\mathrm{Irr}(G)} a_\chi\chi$ mit geeigneten $a_\chi \in \mathbb{C}$ darstellen. Dann ist

$$\sum a_\chi \frac{|K_r|\chi(k_r)}{\chi(1)}\chi = \sum a_\chi\chi M_r = \eta_r \sum a_\chi\chi \tag{2.4}$$

Ein Koëffizientenvergleich aufgrund der linearen Unabhängigkeit der χ liefert: $\eta_r a_\chi = \frac{|K_r|\chi(k_r)}{\chi(1)}a_\chi$, also folgt für alle χ, für die $a_\chi \neq 0$ ist, daß

$$b_r := \frac{\eta_r}{|K_r|} = \frac{\chi(k_r)}{\chi(1)} \tag{2.5}$$

gilt. Angenommen, v sei nicht skalares Vielfaches eines Charakters, dann existieren also $\chi, \psi \in \mathrm{Irr}(G)$ mit $a_\chi \neq 0, a_\psi \neq 0$, folglich gilt nach (2.5) für alle Klassenrepräsentanten k_r:

$$\chi(k_r) = \frac{\chi(1)}{\psi(1)}\psi(k_r) \tag{2.6}$$

in offensichtlichem Widerspruch zur linearen Unabhängigkeit der irreduziblen Charaktere. □

Da für alle $\chi \in \mathrm{Irr}(G)$ gilt: $(\chi, \chi) = 1$ sowie $\chi(1) > 0$; kann man aus skalaren Vielfachen letztendlich die Charaktere errechnen.

2.1.2 Der Schritt zur Praktikabilität

Das Bestimmen von Eigenvektoren großer Matrizen ist im allgemeinen über $\mathbb{C}$ nur numerisch durchführbar. Solche Ergebnisse sind jedoch bei einer Charaktertafel zunächst wertlos, da die Darstellung als algebraische Zahlen gesucht ist. Eine Approximation wie in [McK68] soll hier vermieden werden.

Wie in (1.21) gesehen, liegen die Charakterwerte in $\mathbb{Q}(\varepsilon_e)$, wobei $e = \exp(G)$ ist. Alle Charakterwerte sind also als Polynome in einer primitiven e-ten Einheitswurzel darstellbar. Da Charakterwerte ganzalgebraische Zahlen sind, kann dieses Polynom in $\mathbb{Z}[x]$ gewählt werden.

[1] Auch hier werden wir wiederum die Konvention verwenden, sofern keine Mißdeutung möglich ist, nur von Charakteren oder irreduziblen Charakteren zu reden.

(2.7) Satz (DIRICHLET)**:** Sind $a, m \in \mathbb{N}$ mit $\mathrm{ggT}(a,m) = 1$, so existieren unendlich viele Primzahlen p mit $p \equiv a \pmod{m}$.
Den (aufwendigen) Beweis findet man zum Beispiel in [SO80].

Nach diesem Satz existiert daher eine Primzahl p, so daß $e|(p-1)$ (da sogar unendlich viele solche Primzahlen existieren, dürfen wir später sogar noch untere Schranken für p festsetzen). Folglich existiert ein Element $z \in F := \mathrm{GF}(p)$ mit $z^e = 1_F$, $z^f \neq 1_p$ für $f < e$. Dann ist die Abbildung

$$\vartheta\colon \mathbb{Z}[\varepsilon_e] \to F \qquad \vartheta\colon \varepsilon_e \mapsto z, \quad \text{auf Polynome homomorph fortgesetzt,} \tag{2.8}$$

ein Ringhomomorphismus: Hierzu muß nur noch die Wohldefiniertheit gezeigt werden: Φ_e bezeichne das e-te Kreisteilungspolynom. Ist $f \in \mathbb{Z}[x]$ ein Polynom mit $f(\varepsilon_e) = 0$, so folgt $\Phi_e | f$. Dies gilt sowohl über $\mathbb{Z}$ als auch über F.
Nun ist

$$x^a - 1 = \prod_{b|a} \Phi_b(x), \tag{2.9}$$

was ebenfalls über $\mathbb{Z}$ und F gilt. Nach Wahl der Variablen gilt außerdem, daß ε_e sowie z jeweils Nullstellen von $x^e - 1$, jedoch nicht von $x^d - 1$ für $d < e$ sind. Nun folgt aus (2.9) aufgrund der Nullteilerfreiheit von F, daß $\Phi_d(z) = 0$ für ein $d|e$. Wäre $d < e$, so wäre nach (2.9) z aber Nullstelle von $x^d - 1$, Widerspruch.
Folglich ist $\Phi_e(z) = 0$ und damit $f(z) = 0$, womit die Behauptung folgt.

Betrachten wir unsere Matrizen M_r nun über F, so sind die Bilder der Charaktere unter ϑ offenbar wieder gemeinsame Eigenvektoren der modularen M_r. Über F ist jedoch das Problem der Bestimmung von Eigenvektoren lösbar, da Verfahren existieren, die beliebig große Polynome faktorisieren können (was über $\mathbb{C}$ Probleme aufwarf).
Die Bilder der Charaktere sind wieder linear unabhängig (sie bilden ein Erzeugendensystem von $\mathbb{Z}[\varepsilon_e]^n$, folglich bilden die Bilder ein solches für F^n, was aus Dimensionsgründen eine Basis sein muß), wie bei (2.3) sieht man, daß sie wiederum als gemeinsame Eigenvektoren bis auf skalare Vielfache eindeutig bestimmt sind.

2.1.2.1 Berechnen der Charaktergrade

Um aus diesen Eigenvektoren wieder die Bilder der Charaktere unter ϑ zu erhalten, muß — wie oben bereits erwähnt — der Grad der Charaktere berechnet werden. Aus der übertragenen ersten Orthogonalitätsrelation (Kapitel 1,(1.13)) folgt: ist $v = a\chi$ mit $v(1) = 1_F$ (diese normierte Form der Charaktere modulo p ist offenbar stets wählbar), das heißt $a = \frac{1}{\chi(1)}$, so ist $(v,v) = a^2(\chi,\chi) = a^2$, damit erhält man also $\chi(1)^2$ (modulo p). Um davon auf $\chi(1)$ schließen zu können, wählt man p zusätzlich so groß, daß $p > 2\sqrt{|G|}$ gilt (in der Praxis kann es nötig sein, eine bessere Abschätzung zu verwenden; vergleiche hierzu Abschnitt 2.11). Dann ist der Grad wegen $\chi(1) \leq \sqrt{|G|}$ ($|G| = \sum_{\chi \in \mathrm{Irr}(G)} \chi(1)^2$) eindeutig bestimmbar.

2.1.2.2 Zurück nach $\mathbb{C}$

Schließlich muß die Möglichkeit bestehen, letztendlich die Charaktere über $\mathbb{C}$ auszurechnen. Offenbar ist ϑ *nicht* invertierbar (so liegt z.B. p im Kern), man kann folglich nicht die Charakterwerte einzeln heben. Nun sind die Charakterwerte keine „gewöhnlichen“ Zahlen; es ist

$$\chi(k_r) = \sum_{s=0}^{e-1} m_{rs} \varepsilon_e^s, \quad (m_{rs} \in \mathbb{Z})$$

wobei die Einheitswurzelpotenzen auf der Diagonalen der Darstellungsmatrizen (bei angepaßter Basis) stehen, also für $l \in \mathbb{N}$:

$$\chi(k_r^l) = \sum_{s=0}^{e-1} m_{rs} (\varepsilon_e^s)^l, \quad (m_{rs} \in \mathbb{Z}) \tag{2.10}$$

Damit ist für festes $r, t \in \mathbb{N}$:

$$\frac{1}{e} \sum_{l=0}^{e-1} \chi(k_r^l) \cdot \varepsilon_e^{-tl} \overset{(2.10)}{=} \frac{1}{e} \sum_{s=0}^{e-1} m_{rs} \underbrace{\sum_{l=0}^{e-1} \varepsilon_e^{(s-t)l}}_{} = m_{rt}. \tag{2.11}$$

$$= \begin{cases} \sum_{l=0}^{e-1} \varepsilon_e^0 = e & \text{wenn } s-t = 0; \\ \sum_{l=0}^{e-1} \varepsilon_e^{(s-t)l} = 0 & \text{wenn } s-t \neq 0 \end{cases}$$

Ist die Potenzabbildung, sowie ein vollständiger irreduzibler Charakter bekannt, so kann man also die Koëffizienten der Einheitswurzelpotenzen der einzelnen Einträge wieder errechnen. Diesen Vorgang kann man ebenso in F durchführen, und entsprechend den $\mathbb{C}$-Charakterwert aus den Koëffizienten zusammensetzen. Dabei interpretieren wir Zahlen aus dem endlichen Körper vermöge der symmetrischen Modulo-Abbildung $\{-(p-1)/2 \ldots (p-1)/2\} \to F$ als Elemente aus $\mathbb{Z}$. Die Wahl der Primzahl im vorherigen Abschnitt impliziert (der Grad eines Charakters gibt an, als Summe wievieler Einheitswurzeln man die Charakterwerte erhält), daß die Vorfaktoren m_{ij} stets aus diesem Bereich stammen.
Aus Gleichung (2.10) entnimmt man noch, daß man den Charakterwert für Klassen von Potenzen durch Einsetzen der entsprechenden Potenz von ε in dasselbe Polynom erhält. Es genügt also, die Ermittlung der m_{rs} nur für diejenigen Klassen durchzuführen, aus welchen man durch Potenzieren von Repräsentanten Repräsentanten für alle Klassen erhält.
Wir bemerken noch, daß man einiges an Effizienz gewinnen kann, indem man nicht stets mit $\exp G$-ten Einheitswurzeln rechnet: $\chi(k_r)$ ist Summe von $|k_r|$-ten Einheitswurzeln, folglich genügt es, in (2.11) $e = |k_r|$ zu setzen.

(2.12) Bemerkung: Für diesen Prozeß des Zurückhebens wird nirgendwo verwendet, daß es sich um *irreduzible* Charaktere handelt. Wir können ebenso gewöhnliche Charaktere heben (sofern die Sicherheit besteht, daß die einzelnen m_{rt} klein genug bleiben, um noch eindeutig mit einer Zahl aus $\mathbb{Z}$ identifiziert werden zu können).

Wir wollen nun den Hauptteil des Algorithmus, das Berechnen einer gemeinsamen Eigenvektorbasis der Klassensummenmatrizen, einer genaueren Analyse unterziehen: Zur Berechnung dieser Basis wird man vom gesamten Vektorraum ausgehen, und diesen vermöge der einzelnen Klassensummenmatrizen nach und nach bis auf die gemeinsamen Eigenräume aufspalten. Die auf dem Weg dahin erhaltenen Eigenräume einiger Matrizen wollen wir als *Charakterräume* bezeichen. Die Aussage aus (2.3) ist zwar aus theoretischer Sicht völlig zufriedenstellend, in der Praxis möchte man aber natürlich keine „unnötigen“ Berechnungen durchführen (man wird zum Beispiel mit dem Rechnen aufhören, wenn die Charaktere bestimmt sind). Es wird also von Vorteil sein, wenn man *a priori* bereits Aussagen machen kann, ob eine gegebene Matrix die Aufspaltung verbessert. (So ist zum Beispiel M_1 die Einheitsmatrix, folglich wird sie *nie* eine Aufspaltung liefern.)

2.2 Algebrentheoretische Interpretation

Wie in 1.3 gezeigt, ist das Zentrum $\mathcal{Z}$ der Gruppenalgebra direkte Summe von (Kopien von) $\mathbb{C}$, der reguläre Modul ist also direkte Summe von n eindimensionalen Moduln. Die reguläre Darstellung ist treu, wir fassen im folgenden $\mathcal{Z}$ dementsprechend als Matrixalgebra vermöge der

regulären Darstellung auf. Die eindimensionalen Moduln entsprechen den (eindimensionalen, also irreduziblen) Darstellungen von $\mathcal{Z}$. Da es nach 1.3 aber mit den zentralen Charakteren bereits n nichtisomorphe Darstellungen gibt (eindimensionale Darstellungen sind isomorph, wenn sie gleich sind), entsprechen diese Moduln den zentralen Charakteren. Zerlegt man den regulären Modul, berechnet man also gemeinsame Eigenvektoren der die Erzeuger darstellenden Matrizen, so erhält man die zentralen Charaktere. Dies ist genau das Verfahren aus Abschnitt 2.1, die eigentliche Eigenwertformel (2.2) ist lediglich Übergang zur transponierten Schreibweise, wobei besondere Eigenschaften der Matrizen ausgenutzt werden.
Die erzeugenden Matrizen lassen sich also simultan diagonalisieren, wobei die Eigenwerte (also die zentralen Charakterwerte) auf der Diagonalen stehen (offenbar besteht dann die gesamte Algebra aus Diagonalmatrizen). Das Zentrum der Gruppenalgebra ist folglich zur Algebra der Spalten der zentralen Charaktertafel isomorph (wobei das Produkt durch komponentenweise Multiplikation — analog dem Tensorprodukt von Charakteren — definiert sei).
Gemeinsame Eigenvektoren von Matrizen sind insbesondere auch Eigenvektoren von Linearkombinationen, beziehungsweise des Produktes. So erhaltene Matrizen können aber nie die Aufspaltung verbessern: Sind v, w in gemeinsamen Eigenräumen von X und Y, so gilt: $vX = \lambda v$, $wX = \lambda w$, $vY = \mu Y$ und $wY = \mu Y$, somit $v(\alpha X + \beta Y) = \alpha\lambda v + \beta\mu v = (\alpha\lambda + \beta\mu)v$, ebenso für w; gleiches gilt für das Produkt: v und w bleiben jeweils Eigenvektoren zum gleichen Eigenwert. Notieren wir also

(2.13) Lemma: Operationen in der Algebra können die Aufspaltung nicht verbessern.

Dies gestattet uns nun eine Charakterisierung derjenigen Mengen von Klassen, deren Klassensummenmatrizen eine vollständige Aufspaltung liefern:

(2.14) Satz: Seien $i_1, i_2, \ldots, i_m$ $(m \leq n)$ gegeben. Dann liefern $M_{i_1}, \ldots, M_{i_m}$ genau dann eine vollständige Aufspaltung, wenn $\mathcal{Z}$ als Algebra von $\mathcal{C}_{i_1}, \ldots, \mathcal{C}_{i_m}$ erzeugt wird.
Beweis: Ohne Beschränkung der Allgemeinheit seien $\{i_1, \ldots, i_m\} = \{1, \ldots, m\}$. Da die M_i Bilder der $\mathcal{C}_i$ unter der regulären Darstellung sind, werden M und $\mathcal{C}$ miteinander identifiziert, d.h. die Algebra als Matrixalgebra aufgefaßt.
Bilden die M_i nun ein Erzeugendensystem, so kann man jedes Element aus der Algebra mit Algebraoperationen daraus erzeugen, so erhaltene Elemente können die Aufspaltung aber nicht verbessern, folglich müssen die M_i bereits eine vollständige Aufspaltung liefern (denn alle Klassensummen liefern diese).
Seien umgekehrt nun die M_i so gewählt, daß sie eine vollständige Aufspaltung liefern. Gezeigt werden soll, daß das Algebraerzeugnis der M_i eine Basis von $\mathcal{Z}$ enthält. Offenbar liegt $\mathbb{1}$ in diesem Erzeugnis.
Wir betrachten die Matrizen bezüglich einer Basis, bezüglich derer sie diagonal sind (eine solche Basis sind z.B. die zentralen Charaktere).
Sei w der erste Basisvektor, also ein Erzeuger eines gemeinsamen Eigenraumes. Sei λ_i der Eigenwert von M_i, so daß $wM_i = \lambda_i w$ gilt. Ist $\lambda_i = 0$, so setze $N_i := M_i + \mathbb{1}$, andernfalls setze $N_i := \frac{1}{\lambda_i} M_i$. Damit liegen die N_i im Erzeugnis der M_i, außerdem sind die Eigenräume von M_i und N_i gleich.
Seien $\mu_1, \ldots, \mu_b$ die Eigenwerte von N_i, die ungleich λ_i sind. Setze nun

$$P_i := \prod_{j=1}^{b} (N_i - \mu_j \mathbb{1})$$

Dann ist (bis auf skalare Vorfaktoren) P_i orthogonaler Projektor auf den Eigenraum von M_i, der w enthält (orthogonal bezüglich des Standardskalarprodukts).

Setze nun $P := \prod P_i$. Da $\mathcal{Z}$ kommutativ ist, das Produkt kommutierender orthogonaler Projektoren jedoch stets orthogonaler Projektor auf den Schnitt der Bilder ist, ist P orthogonaler Projektor auf den Schnitt der Eigenräume der M_i, die w enthalten. Da die M_i jedoch eine vollständige Aufspaltung liefern sollten, kann dies nur $\langle w \rangle$ sein. Folglich ist (bis auf Vorfaktoren) $P = \mathrm{diag}(1, 0, \ldots, 0)$.
Entsprechend erhält man so aus den M_i Matrizen vom Typ $\mathrm{diag}(0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots, 0)$, und damit n Matrizen, die offenbar linear unabhängig sind, also aus Dimensionsgründen eine Basis von $\mathcal{Z}$ bilden müssen. □

Im folgenden Abschnitt soll nun die Interaktion von Klassensummenmatrizen mit dem F^n untersucht werden.

2.3 Basen für Charakterräume

Um einen Charakterraum mittels einer Klassensummenmatrix weiter aufzuspalten, muß man die Matrix erst durch Basiswechsel an den Charakterraum anpassen. So wird man eine Basis des Teilraums wählen, diese zu einer Basis des ganzen Raums erweitern, die Matrix transformieren und schließlich mit der entsprechenden Teilmatrix operieren. Die so erhaltene Aufspaltung muß dann abschließend wieder mittels der Basis in Koordinatentupel bezüglich der Standardbasis umgeformt werden. Dies bedeutet möglicherweise häufige Basiswechsel und entsprechenden Rechenaufwand. Wählen wir nun aber eine Art „Standardbasis“ für den Charakterraum, die es erlaubt, von einem Koordinatentupel direkt auf die Basisdarstellung zu schließen, so wird dieses Vorgehen stark vereinfacht:
Wir wählen Basen für bereits berechnete Charakterräume stets in „Staffelform“, das heißt besitzt ein Basisvektor an der i-ten Stelle seinen ersten Eintrag ungleich 0, so ist dieser Eintrag 1 und der i-te Eintrag aller anderen Basisvektoren 0 (Faßt man die Basis aus Zeilenvektoren in einer Matrix zusammen, dann bedeutet dies gerade, daß die Matrix in Staffelform ist). Dies erhält man offenbar, indem man eine Gauß-Elimination mit der Matrix durchführt, deren Zeilen aus den Basisvektoren bestehen (im Prinzip haben wir damit das Gleichungssystem zum Basiswechsel gelöst). Wir nennen diese Indizes der ersten Stellen ungleich 0 (also die Indizes der „Stufen“) „aktiv“ zu diesem Charakterraum.
Damit wird der Basiswechsel trivial: Ist $v_1, \ldots, v_m$ Basis eines Teilraums und sind $x_1, \ldots, x_m$ die aktiven Indizes, dann sind alle Vektoren aus dem Teilraum durch Angabe aller x_i-ten Einträge genau bestimmt; der Basiswechsel besteht lediglich darin, die Basisvektoren abzubilden, und deren Bilder entsprechend der x_i-ten Einträge wieder in der Basis zu zerlegen. Für die so erhaltene Zerlegungsmatrix wird das Eigenvektorproblem gelöst, die eigentlichen Eigenvektoren ergeben sich durch einfaches Aufaddieren der Basisvektoren entsprechend der so erhaltenen kürzeren Koordinatentupel.

Diese Vorgehensweise beinhaltet außerdem einen sehr viel größeren Vorteil: Da die x_i-ten Komponenten der Bilder die Bilder vollständig determinieren, genügt es, diese Komponenten der Bilder zu kennen. Man braucht also nur die x_i-ten Spalten der Matrix M_r zu berechnen, was den Rechenaufwand insbesondere bei niederdimensionalen Räumen enorm verringert.

(2.15) Bemerkung: Die üblichen Implementationen des Gauß-Algorithmus liefern aktive Spalten mit möglichst geringem Index (besagte „Staffelform“). Die Klassen sollten daher so sortiert sein, daß diejenigen Klassen, zu denen die Spalten der Klassensummenmatrizen billig zu berechnen sind zu Beginn stehen.

(2.16) Bemerkung: Da jeder Charakterraum von Charakteren aufgespannt wird, deren erster Eintrag (der Grad nach Wahl der Klassenreihenfolge) ungleich Null ist, ist der erste Basisvektor

stets von der Form $(1, \ldots)$, also 1 stets aktiv. Die entsprechende Spalte läßt sich aber trivial berechnen, da c_{rs1} nach (1.18) die Anzahl der Lösungen der Gleichung $x \cdot y = 1$ ist. Folglich gilt $c_{rs1} = \delta_{r',s}|K_r|$.

Sei nun $v_1, \ldots, v_m$ Basis eines Charakterraumes, so ist die erste Komponente von v_1 Eins, die aller anderen Basisvektoren jedoch Null. Da (wiederum nach Wahl der Klassenreihenfolge) die gradnormierten Charaktere in der ersten Komponente den Eintrag Eins besitzen, ergeben sie sich also als Linearkombination

$$v_1 + \sum_{i=2}^{m} \lambda_i v_i. \tag{2.17}$$

Sie unterscheiden sich also nur in solchen Komponenten, zu denen mindestens einer der Basisvektoren $v_2, \ldots, v_m$ existiert, der in dieser Komponente einen Eintrag ungleich Null besitzt.
Unterscheiden sich andererseits einige der gradnormierten aufspannenden Charaktere in einer Komponente, so muß — da diese Charaktere in der Form aus (2.17) darstellbar sind — einer der Basisvektoren $v_2, \ldots, v_m$ in dieser Komponente einen Eintrag ungleich Null besitzen.
Kehren wir nun zu dem ursprünglichen Problem zurück, zu untersuchen, ob eine gegebene Matrix die Aufspaltung verbessert: Ein Charakterraum wird von der r-ten Matrix aufgespalten, wenn die aufspannenden Charaktere in (mindestens zwei) verschiedenen Eigenräumen von M_r liegen, also Eigenvektoren zu *verschiedenen* Eigenwerten sind.

(2.18) Bemerkung: Die Eigenwerte sind nach (2.2) die Werte der zentralen Charaktere. Da uns die Eigenvektoren interessieren, können wir aber genauso mit $\frac{1}{|K_r|}M_r$ aufspalten (dabei erhalten wir offenbar dieselbe Aufspaltung), wobei die Eigenwerte dann die Werte der gradnormierten Charaktere auf der r-ten Klasse sind. Wir werden daher hier (und auch bei allen weiteren Untersuchungen der Aufspaltung) davon ausgehen, daß die Eigenwerte die Werte der gradnormierten Charaktere sind.

Eine Aufspaltung findet also genau dann statt, wenn sich die aufspannenden gradnormierten Charaktere in der r-ten Komponente unterscheiden. Mit obiger Bemerkung folgt daraus aber sofort:

(2.19) Lemma ([Sch90])**:** Sei V ein Charakterraum mit Basis $v_1, \ldots, v_m$ in Staffelform. Dann liefert M_r genau dann keine Aufspaltung von V, wenn $v_2, \ldots, v_m$ an der Stelle r den Eintrag Null besitzen.

(2.20) Bemerkung: Dies liefert ein Kriterium, das man (sofern nur die Basis in triangularisierter Form gegeben ist) anwenden kann, *bevor* die Matrix M_r bekannt ist. Man kann also *a priori* feststellen, ob das Auswerten einer Matrix die bestehende Aufspaltung verbessert.

Dieses Lemma liefert zwar ein Kriterium, welche Matrizen man tunlichst nicht als nächste berechnen sollte, nichtsdestotrotz wird man weiterhin oft vor der Entscheidung stehen, welche Matrix als nächste berechnet werden sollte, das heißt welche mit minimalem Einsatz der Ressourcen maximale Aufspaltung liefert. Diese Entscheidung, die hier anstünde, verschieben wir auf später (Abschnitt 2.10), und untersuchen zunächst einmal die kostenverursachenden Teile.

2.4 Berechnung der (Spalten der) Klassensummenmatrizen

Die Berechnung der t-ten Spalte der r-ten Klassensummenmatrix M_r geschieht wie folgt: c_{rst} ist die Anzahl der Lösungen $x \cdot y = z$ mit $x \in K_r$, $y \in K_s$, für festes $z \in K_t$. Berechnet man also $x^{-1} \cdot z$ für alle $x \in K_r$ und bestimmt, in welcher Klasse das Produkt liegt, so erhält man die t-te Spalte.

Ist die Gruppe klein, so bietet sich das folgende Vorgehen an: Man bestimmt eine bijektive Zuordnung der Elemente von G auf ein Anfangsstück von $\mathbb{N}$, eine *Abzählung* von G. Nun berechnet man nacheinander alle Klassen, und ermittelt so die *Klassenabbildung*, d.h. einen Vektor, an dessen i-ter Stelle die Nummer der Klasse steht, in der das i-te Element von G liegt. Mittels dieses Vektors sind dann sowohl die Elemente einer Klasse, als auch die Klassenzugehörigkeit eines Elementes zu ermitteln.
Ist die Gruppe jedoch zu groß, um die Klassenabbildung noch im Speicher halten zu können, so sind die folgenden beiden Aufgaben zu lösen:

- Die Klasse K_r muß durchlaufen werden. Zwar besteht die Möglichkeit, die gesamte Klasse auszurechnen, und als Liste zu durchlaufen, bei größeren Klassen ergeben sich aber Speicherprobleme. Ein zunächst noch größeres Manko ist jedoch
- Zur Berechnung einer Spalte muß $|K_r|$ mal die Zugehörigkeit zu einer Klasse getestet werden. Der Test auf Konjugiertheit zu den Klassenrepräsentanten ist jedoch sehr teuer, man wird folglich bestrebt sein, Verfahren zu finden, mit denen man die Anzahl dieser Tests verringern kann.

Wenden wir uns jetzt im Detail den einzelnen Aufgaben zu.

2.4.1 Abzählen einer Gruppe

Das Ermitteln einer Abzählung einer Gruppe geht sowohl für Permutationsgruppen, als auch für AG-Gruppen ähnlich vor: In beiden Fällen ist eine absteigende Kette von Untergruppen (und zwar die Ag-Reihe, bzw. die Stabilisatorkette) bekannt, mit deren Hilfe einem Gruppenelement ein Zahlentupel zugeordnet werden kann. Faßt man dieses als multiadische Entwicklung einer natürlichen Zahl auf, so erhält man die gewünschte Abzählung. Ebenso kann man vermöge multiadischer Entwicklung einer Zahl ein Zahlentupel und damit ein Gruppenelement zuordnen. Dies geschieht mittels zweier Funktionen, mit deren Hilfe die Untergruppenkette nacheinander abgearbeitet wird: Per Induktion kann dabei jeweils davon ausgegangen werden, daß $g \in G$ gilt, wobei G das oberste Glied der Kette, sowie U das folgende Glied sei:

1. Zuordnung $g \mapsto \text{Stelle}(g) \in \{0, \ldots, [G : U] - 1\}$ welche die jeweils nächste Stelle der multiadischen Entwicklung liefert
2. Zuordnung $\text{Stelle}(g) \mapsto g_U \in G$ derart, daß $g \cdot g_U^{-1} \in U$ gilt. Dies gestattet zum einen, beim Zerlegen einen Schritt in der Untergruppenkette hinabzusteigen, zum anderen aus multiadischer Entwicklung ein Gruppenelement aufzubauen.

Beim Berechnen des k-ten Elements ermittelt man also die einzelnen g_{U_i}'s und erhält dann das Element als $g_{U_n} \cdot \ldots \cdot g_{U_1}$, da der letzte Rest in der 1-Untergruppe liegt.

2.4.1.1 In einer Permutationsgruppe...

Die absteigende Kette ist die Stabilisatorkette. Sei $U = S_i \leq S_{i-1}$, $g \in S_{i-1}$, so definiere $\text{Stelle}(g)$ als Position von i^g im Orbit von i. g_U ist dann der (ebenfalls vorher berechnete) Inverse des Transversalenrepräsentanten von S_{i-1}/S_i, der i^g auf i abbildet, folglich ist $i^{g \cdot g_U^{-1}} = i$, folglich $g \cdot g_U^{-1} \in S_i = U$.

2.4.1.2 ... und in einer AgGruppe

Die absteigende Kette ist die Ag-Reihe. Ist $U = G_i \lhd G_{i-1}$, $g \in G_{i-1}$ so wähle $\text{Stelle}(g)$ als den Exponenten von g_i in der Darstellung von g. Entsprechend ist dann $g_U := g_i^{\text{Stelle}}$.

In der Praxis braucht man zum Zerlegen nicht die Kette abzusteigen und einzeln abzudividieren, sondern erhält aus der Rechnerdarstellung bereits das gewünschte Exponententupel. Dies entspricht dann dem Abdividieren von *links* und dem Multiplizieren der g_U's in umgekehrter Reihenfolge, hat jedoch den zusätzlichen Vorteil, daß die g_U's dann direkt in der kanonischen Reihenfolge sind, und das Collecten entfallen kann.

2.4.2 Klasseninvarianten

Um beim Bestimmen der Klassenzugehörigkeit nur selten auf Konjugiertheit testen zu müssen, ist man daran interessiert, die Anzahl der potentiellen Klassen durch eine geeignete Filterung möglichst gering zu halten, so daß nur für wenige Klassen das Enthaltensein getestet werden muß; im Idealfall sollte die Klasse dadurch bereits eindeutig identifiziert sein, dies können wir im allgemeinen jedoch nicht erwarten.
Um diese Filterung zu bewerkstelligen, soll untersucht werden, was Elemente einer Klasse (abgesehen von der Konjugiertheit) gemeinsam haben: der Repräsentant der potentiellen Klasse muß diese Eigenschaften mit dem zu testenden Element gemeinsam haben. Gesucht ist also eine Reihe von Eigenschaften eines Gruppenelementes, die bei Konjugiertheit invariant bleiben. Ausserdem sollten diese Eigenschaften einfach zu bestimmen sein, um eine Ersparnis gegenüber dem echten Konjugiertheitstest zu erhalten. Ein Beispiel einer solchen Invariante sind die Ordnung (da $(g^h)^n = (g^n)^h$, $g, h \in G, n \in \mathbb{N}$) und die Ordnung des Zentralisators ($C(g^h) = C(g)^h$), hiervon ist jedoch letzteres zu aufwendig zu bestimmen, als daß es zum Klassenfiltern verwendet werden könnte.
Sind zwei Elemente konjugiert, so sind insbesondere die Bilder in jeder Faktorgruppe konjugiert. Ist die Faktorgruppe abelsch (was zum Beispiel bei G/G' der Fall ist), so müssen die Bilder daher gleich sein.

(2.21) Bemerkung: An dieser Stelle ist ein Vorgriff auf spätere Abschnitte unausweichlich: Um die Methoden in 2.7 anzuwenden, muß die Kommutatorfaktorgruppe berechnet werden; wir können daher davon ausgehen, daß G' bereits berechnet ist. Die Bilder in der Faktorgruppe kann man dann vergleichen, indem man die kanonischen Nebenklassenvertreter (deren Berechnung in 2.5.2 beschrieben werden wird) vergleicht.

Enthält die Gruppe zentrale Elemente, so läßt sich die Konjugiertheit mit einem weiteren Test überprüfen: Sei $z \in Z(G), g, h \in G$. Dann ist $(zg)^h = z^h g^h = zg^h$, d.h. die Elemente zg und zg^h sind ebenfalls konjugiert, müssen also ebenfalls alle notwendigen Bedingungen erfüllen.

(2.22) Beispiel: Sei $G = D_8 = \langle (1,3), (1,2,3,4) \rangle$. Dann sind $a := (1,3)(2,4)$, $b := (1,2)(3,4) \in G$, $a \in Z(G)$, folglich a und b trotz gleicher Zykelstruktur (siehe unten) nicht konjugiert. Jedoch ist $aa = ()$, $ab = (1,4)(2,3)$; der Test auf Zykelstruktur liefert daher, daß a und b nicht konjugiert sein können.

Schließlich gibt es weitere Invarianten, die von der Darstellung der Gruppe abhängig sind:

2.4.2.1 Permutationsgruppen

Bei Konjugation bleibt die Zykelstruktur unverändert. Betrachtet man das Element aus der Gruppe herausgelöst, so ist dies die einzige Invariante (in dem Sinne, daß alle weiteren hiervon subsumiert werden): In der S_n sind zwei Elemente genau dann konjugiert, wenn ihre Zykelstruktur gleich ist.
Zur Feststellung weiterer Invarianten muß also die Gruppe mit untersucht werden. Operiert G nicht transitiv auf Ω, so kann man die Operation zunächst auf Transitivitätsgebiete einschränken, und dort jeweils die Zykelstruktur untersuchen.

Nehmen wir im folgenden daher an, daß die Permutationsgruppe G transitiv auf $\{1,\ldots,n\} =: \Omega$ operiere. Dann läßt sich die Gruppenalgebra $A := \mathbb{C}G$ als $n \times n$-Matrixalgebra vermöge der natürlichen Operation von G auf $\mathbb{C}^n$ darstellen. Sei $a \in A$ die Klassensumme der Klasse, die das Element $g \in G$ enthält. Des weiteren operiert G ebenfalls auf $\Omega \times \Omega$ vermöge $(i,j)^g := (i^g, j^g)$. Wie in [GO90] gezeigt, läßt sich damit die Matrix von a nur aus der Kenntnis von g und G als

$$a_{ij} = \frac{|g^G| \cdot |P(g) \cap (i,j)^G|}{|(i,j)^G|}, \tag{2.23}$$

wobei $P(g) := \{(i, i^g) | i \in \Omega\}$ ist, errechnen. Sind zwei Elemente konjugiert, so müssen also die entsprechenden Klassensummenmatrizen (und insbesondere einzelne Einträge dieser Matrix, z.B. a_{12}) gleich sein. Um das Berechnen von $|g^G|$ zu vermeiden, und nur mit ganzen Zahlen rechnen zu müssen, wird de facto nicht a_{12}, sondern nur $w := |P(g) \cap (1,2)^G|$ ausgerechnet, Gleichheit der w's ist dann weiterhin notwendige Bedingung für Konjugiertheit. Zur Ermittlung von w ist zu untersuchen, für welche $(a,b) \in (1,2)^G$ gilt, daß $a^g = b$. Dies ist der Fall, wenn ein $e \in G$ existiert mit $(1^e, 2^e) = (1^e, 1^{eg})$. Ist $f \in G$ ein (zu Anfang fest gewähltes) Element, das 1^e auf 1 abbildet (ein solches Element existiert, wenn G transitiv operiert), so ist diese Bedingung offenbar äquivalent zu: $(1, 2^{ef}) = (1, 1^{egf})$. Da $1^{ef} = 1$, ist $ef \in \mathrm{Stab}_G(1)$. Die Bedingung ist also äquivalent dazu, daß $1^{egf} \in 2^{\mathrm{Stab}_G(1)} =: S$ gilt. Um e nicht berechnen zu müssen, setzt man $i := 1^e$, und erhält schließlich die äquivalente Bedingung: $i^{gf} \in S$.
Es muß also für alle $i \in \Omega$ überprüft werden, ob $i^{gf} \in S$, wobei $G \ni f : i \mapsto 1$ gewählt sei. Insgesamt erhält man daher:

$$w(g) = \left| \left\{ i \in \Omega \mid i^{gf_i} \in S, i^{f_i} = 1 \right\} \right|.$$

Dieser Formel sieht man im übrigen sofort die Invarianz unter Konjugation an, denn ist $h \in G$, so ist

$$p := i^{g^h f_i} = i^{h^{-1}ghf_i} = (i^{h^{-1}})^{gf_{i^{h^{-1}}} s}$$

mit $s \in \mathrm{Stab}_G(1)$ (dabei beachte, daß $(i^{h^{-1}})^{hf_i} = i^{f_i} = 1$ gilt, die Repräsentanten $f_{i^{h^{-1}}}$ und hf_i unterscheiden sich daher nur um ein Stabilisatorelement). Offenbar ist $p \in S = 2^{\mathrm{Stab}_G(1)}$ genau dann, wenn $p^{s^{-1}} \in S$ mit $s \in \mathrm{Stab}_G(1)$ gilt. Da Ω unter Operation mit h^{-1} invariant bleibt erhält man daher $w(g) = w(g^h)$.
Weiter ist G unter Multiplikation mit $g \in G$ invariant. Folglich gilt: $(a,b) \in (1,2)^G$ genau dann, wenn $(a^g, b^g) \in (1,2)^G$. Somit ist $i^{gf} \in S$, genau dann, wenn $(i^g)^{gf'} \in S$ gilt, wobei $G \ni f' : i^g \mapsto 1$ definiert sei.
Folglich braucht der Test für alle Bahnen von g auf Ω nur für einen Bahnrepräsentanten durchgeführt werden, dabei wird das zukünftige w dann jeweils um die Länge dieser Bahn inkrementiert.
Von den hierbei benötigten Daten können S sowie alle möglichen f's zu Beginn berechnet werden. Wird $w(g)$ berechnet, so muß lediglich für jede Bahn von g auf Ω getestet werden, ob $x^{gf_x} \in S$ für einen Bahnrepräsentanten $x \in \Omega$ gilt, was mit relativ geringem Rechenaufwand möglich ist.

2.4.2.2 AgGruppen

Sei G eine Ag-präsentierte Gruppe mit PAG-System $\{a_1,\ldots,a_k\}$, $G = G_1 \trianglerighteq \ldots \trianglerighteq G_n = \langle 1 \rangle$ eine Normalreihe, die die dem PAG-System zugrundeliegende Kompositionsreihe als Verfeinerung besitze, d.h. $G_{i-1} = \left\langle G_i, a_{j(i)}, \ldots, a_{j(i)+m_i} \right\rangle$. Dann läßt sich für $g \in G$ anhand der Ag-Darstellung einfach ermitteln, in welchen der G_i das Element g enthalten ist : g darf nur aus solchen Erzeugern zusammengesetzt sein, die noch in G_i liegen. Da Normalteiler bei Konjugation invariant bleiben folgt, daß g und $h \in G$ nur dann konjugiert sein können, wenn sie in *denselben* G_i enthalten sind. Bei einem Test genügt es offenbar festzustellen, welches das kleinste derartige G_i ist.

2.4.3 Zykelstruktur bei Operation auf Nebenklassen

Die „natürliche“ Permutationsdarstellung einer Permutationsgruppe ist (sofern die Gruppe transitiv operiert) nur ein Spezialfall der Permutationsdarstellung auf den Nebenklassen einer Untergruppe U, den man erhält, wenn man $U = \mathrm{Stab}_G(1)$ wählt.
Ist umgekehrt die Permutationsdarstellung auf den Nebenklassen einer Untergruppe bekannt, so kann man Gruppenelemente auch in dieser Permutationsdarstellung auf Konjugiertheit testen. Sind die Bilder in der Permutationsdarstellung nicht konjugiert, so sind folglich die Bilder der Gruppenelemente in einer Faktorgruppe nicht konjugiert, woraus Nicht-Konjugiertheit folgt. Weiterhin impliziert der Test auf gleiche Zykelstruktur meist den Test auf gleiche Ordnung:

(2.24) Bemerkung: Die Ordnung eines Elements ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Zykellängen einer *treuen* Permuationsdarstellung.

Wir wollen uns im Folgenden auf den Test auf gleiche Zykelstruktur beschränken.
Eine perfekte Unterscheidung der Klassen können wir mit dieser Methode nicht erhalten:

(2.25) Bemerkung: Sind $a, b \in G$ rational konjugiert, so haben die Bilder $\tilde{a}$ und $\tilde{b}$ (welche wiederum im Bild rational konjugiert sind) in allen Permutationsdarstellungen dieselbe Zykelstruktur.

Um zu einer Umkehrung dieser Aussage zu gelange, betrachten wir Fixpunkte:

(2.26) Lemma: Sei $U < G$. Dann hat $b \in G$ (bei Operation auf den Nebenklassen von U) einen Fixpunkt genau dann, wenn die rationale Klasse von b nichttrivialen Schnitt mit U hat.
Beweis: Sei r Vertreter der Nebenklasse, die von b festgelassen wird. Dann ist $Urb = Ur$, also $rbr^{-1} \in U$. Also hat die Klasse von b nichttrivialen Schnitt mit U. Da U unter Multiplikation abgeschlossen ist, ist dies äquivalent dazu, daß die *rationale* Klasse (welche aus Potenzen der Klasse besteht) von b nichttrivialen Schnitt mit U besitzt. Die Umkehrung folgt ebenso, wenn wir r als konjugierendes Element wählen. □

Als Folgerung erhalten wir eine Umkehrung von (2.25):

(2.27) Folgerung: Seien $a, b \in G$ derart, daß a und b in jeder transitiven Permutationsdarstellung dieselbe Zykelstruktur besitzen. Dann sind a und b in G rational konjugiert.
Beweis: Nach (2.24) haben a und b dieselbe Ordnung. Angenommen a und b seien nicht rational konjugiert. Dann hat die rationale Klasse von b trivialen Schnitt mit $\langle a \rangle$. Nach obigem Lemma hat dann b keinen Fixpunkt auf den Nebenklassen von $\langle a \rangle$, während a einen solchen besitzt. □

(2.28) Bemerkung: Für eine solche vollständige Unterscheidung genügten bereits die Permutationsdarstellungen auf Untergruppen U_i, derart daß es zu jedem Paar rationaler Klassen R und S ein U_i gibt, so daß $R \cap U_i = \emptyset$ aber $S \cap U_i \neq \emptyset$.

(2.29) Bemerkung: Eine solche Kollektion von Untergruppen erhält man trivialerweise, indem man die von Klassenrepräsentanten erzeugten Untergruppen betrachtet. Letztere sind aber von großem Index, die Berechnung der Operation auf den Nebenklassen ist dementsprechend aufwendig und liefert auch Permutationen auf sehr vielen Punkten. Daher dürfte dieser Ansatz nicht erfolgversprechend sein.

In den meisten Fällen wird von einer gegebenen Gruppe höchstens *eine* Permutationsdarstellung a priori bekannt sein. Die Aufgabe, Untergruppen zu finden, so daß sich alle rationalen Klassen vermöge der Zykelstruktur (einer Permutationsdarstellung von möglichst kleinem Grad) darauf unterscheiden, läuft aber auf die Bestimmung des Untergruppenverbandes heraus, und sollte daher nicht versucht werden.

Im Falle nichtprimitiver Permutationsdarstellungen gibt es jedoch eine Reihe Untergruppen, welche preiswert zu berechnen sind, und zwar nach (1.48) die Stabilisatoren von Blöcken. Wir wollen daher für Untergruppen $G > U > V$ die Permutationsdarstellungen vergleichen. Zunächst notieren wir eine triviale Beobachtung:

(2.30) Bemerkung: Die Zykelstruktur auf den Nebenklassen von $\langle 1 \rangle$ differenziert genau die Ordnung der Elemente.
Beweis: Bei Multiplikation auf Elementen macht jedes Element stets Zykel mit Länge seiner Ordnung. □

(2.31) Folgerung: Nach (2.24) differenziert die Permutationsdarstellung nach den Nebenklassen einer Untergruppe nie schlechter, als die Darstellung auf den Nebenklassen des entsprechenden Kernes.

Da jede transitive Permutationsdarstellung die Darstellung auf Blöcken der regulären Darstellung ist, es aber Permutationsdarstellungen gibt, die besser als bis auf die Ordnung differenzieren, hilft die Zykelstruktur auf Blöcken der Permutationsdarstellung Klassen besser zu differenzieren. Betrachten wir nun die Veränderung der Zykelstruktur eines einzelnen Elementes bei Übergang von der Darstellung auf Nebenklassen von V zu derjenigen zu U:

(2.32) Lemma: Ist $G > U > V$ und $g \in G$. Dann sind die Zykellängen von g auf den Nebenklassen von U Teiler der Zykellängen auf den Nebenklassen von V. Ein Zykel verschwindet dann und nur dann vollständig, wenn g in einem Konjugierten von U liegt.
Beweis: Bei Übergang von der Permutationsdarstellung auf den Nebenklassen von V zu der jenigen auf den Nebenklassen von U fallen jeweils Punkte zu einem Block zusammen. Die Zykellängen können daher nicht größer werden. Betrachten wir die Auswirkungen auf einen einzelnen Zykel des Elementes g: die Zykellänge verringert sich dann und nur dann, wenn mehrere Punkte des Zykels im selben Block liegen. Zykel mit Länge 2 entfallen dabei dann (beziehungsweise degenerieren zu einem Fixpunkt). Sei nun $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ ein Zykel, so daß a_1 und a_i $(1 < i \leq n)$ im selben Block liegen. (Dabei sei ausnahmsweise darauf verzichtet, den Zykel mit dem kleinsten Element beginnen zu lassen, sondern a_1 sei so gewählt, daß es ein Punkt ist, in dessen Block weitere Punkte des Zykels liegen.) Dann bildet $h := g^{i-1}$ den Punkt a_1 auf a_i ab. Da beide nach Voraussetzung im selben Block B liegen, ist h nach Definition der Blöcke ein blockstabilisierendes Element. Die Bilder von a_1 unter h sind also sämtlich in B. Dabei handelt es sich aber gerade um die Punkte $\{a_1, a_i, a_{2i-1}, a_{3i-2}, \ldots\}$. Die Bahn von B unter g hat demnach Länge $i - 1$, welches ein Teiler von n sein muß.
Verschwindet der Zykel vollständig, wird also zu einem Fixpunkt, so hat g einen Fixpunkt auf den Nebenklassen von U. Nach (2.26) schneidet die rationale Klasse von g also in U, beziehungsweise liegt g in einem Konjugierten von U. □

(2.33) Bemerkung: Dies schränkt insbesondere die Zykelstruktur von p-Elementen erheblich ein: Die Zykellängen sind 1 oder p. Weiterhin kann sich ein Zykel bei Blockhomomorphismen nur dadurch verkürzen, indem er verschwindet. Letzteres kann aber nur dann der Fall sein, wenn das Element in einem Konjugierten der entsprechenden Untergruppe liegt, was relativ selten der Fall sein wird.

Da Bilder unter Blockhomomorphismen (im Vergleich zu anderen Homomorphismen) einfach auszurechnen sind, lohnt es sich, bei einer imprimitiven Permutationsgruppe auch die Zykelstruktur auf Blöcken zu untersuchen. Da man meist bereits a priori eine minimale treue Permutationsdarstellung gewählt hat (das heißt sämtliche Blockhomomorphismen haben einen nichttrivialen Kern), um mit möglichst kleinen Permutationen operieren zu können, impliziert dies dann eine Untersuchung in der Faktorgruppe, Klassen im Kern können nicht unterschieden werden.

2.4.4 Kanonische Klassenrepräsentanten in AgGruppen

Man kann die Idee aus Abschnitt 2.4.2, jedem Element eine Klasseninvariante zuzuordnen und dann zunächst eine Klassenzuordnung vermöge dieser Invariante durchzuführen, auf die Spitze treiben indem man jedem Element einen (vorher fest gewählten) Repräsentanten seiner Konjugiertenklasse zuordnet. Im allgemeinen liefe dies darauf hinaus, daß man die Klassenidentifikation bereits durchgeführt haben müßte. Anders verhält es sich jedoch bei AgGruppen: Zunächst bemerken wir, daß für diese die im letzten Abschnitt vorgestellten Klasseninvarianten meist keine sehr brauchbare Filterung erlauben: Es gibt relativ viele Klassen auch gleicher Repräsentantenordnung, die Filterung über eine Normalreihe ist auch nur für einen Bruchteil der Elemente anwendbar.
Des weiteren besteht der Test auf Konjugiertheit in AgGruppen nach [Mni92] gerade aus dem Berechnen eines kanonischen Klassenrepräsentanten. Testen wir also bei mehreren Klassen auf Konjugiertheit mit dem Repräsentanten, so müssen wir eine solche Ermittlung *mehrfach* durchführen, weshalb es geboten scheint, dann doch direkt einen kanonischen Klassenrepräsentanten aus dem Element zu berechnen. Das hier beschriebene Verfahren ist [Mni92] und [MN89] entnommen:
Ist G auflösbar, so existiert eine Normalreihe mit elementar abelschen Faktoren. Das Problem läßt sich per Induktion also auf den folgenden Fall reduzieren: Sei G eine AgGruppe und $N \lhd G$ elementar abelsch.
Gehen wir nun weiterhin davon aus, daß in der Faktorgruppe das Problem der Bestimmung des kanonischen Repräsentanten bereits gelöst sei. Nach Satz (1.50) können wir davon ausgehen, daß die Bilder der kanonischen Repräsentanten in der Faktorgruppe Bilder der Klassenrepräsentanten unter dem natürlichen Homomorphismus von N sind. Diese Bilder sind genau dann gleich, wenn zwei Klassen bei Übergang zur Faktorgruppe fusionieren.
Sei $g \in G$ und $g^x N = rN$, wobei rN der kanonische Klassenrepräsentant der Faktorgruppe sei. Dann kann wiederum nach Satz (1.50) der kanonische Repräsentant für g in rN gefunden werden. Er befindet sich in der Bahn von $g^x \in rN$ unter dem vollständigen Urbild Z von $C_{G/N}(rN)$. Wir definieren den kanonischen Repräsentanten als das kleinste Element (unter lexikographischer Ordnung der Exponentenvektoren) in dieser Bahn, womit er sich damit leicht ermitteln läßt.
Betrachten wir diese konjugierende Operation genauer: r ist Urbild von rN, damit ist $g^x = rn$ mit $n \in N$. Sei $z \in Z$. Dann gilt:

$$(g^x)^z = (rn)^z = r^z n^z = r[r,z]n^z = rn^z[r,z]$$

weil z r modulo N zentralisiert und N abelsch ist. Die Konjugation entspricht also der Operation auf N vermöge:

$$\alpha_z \colon n \mapsto n^z \cdot [r,z]. \tag{2.34}$$

Entsinnen wir uns nun noch, daß N elementar abelsch, also ein Vektorraum ist. Die Exponentenvektoren von Elementen aus N sind also Koëffiziententupel bezüglich des CGS von N als Basis. Dann ist die Operation von z eine *affine Operation* auf N. Eine solche Operation kann aber vermöge einer Matrixmultiplikation durchgeführt werden, wodurch das aufwendige Collecten in der Gruppe entfällt. Merken wir uns zu den Bildern auch noch Repräsentanten der Operation, so erhalten wir neben dem kanonischen Repräsentanten der Klasse auch noch ein konjugierendes Element. Ebenfalls erhält man nach (1.50) den Zentralisator von $g^x = rn$ als den Stabilisator von n unter der Operation gemäß (2.34).
Insgesamt erhalten wir also das folgende Verfahren zur Berechnung des kanonischen Klassenrepräsentanten: Wähle eine Normalreihe von G mit elementar abelschen Faktoren. Ausserdem gehen wir davon aus, daß das PAG-System einer Verfeinerung dieser Normalreihe entspricht, so daß wir auf einfache Weise durch „Abschneiden“ des Exponentenvektors den Übergang zu Faktorgruppen, beziehungsweise den entsprechenden Normalteilern vollziehen können. Das CGS des Normalteilers N entspricht dann jeweils einem „Stück“ des PAG-Systems.

Der oberste Faktor ist abelsch, also ist in der Faktorgruppe das Bild gleich dem Klassenrepräsentanten, der Zentralisator gleich dem ganzen Faktor. Wir brauchen hierbei im übrigen nicht anzunehmen, daß die Faktorgruppe elementar abelsch ist, sondern können den größten abelschen Faktor wählen, und dabei möglicherweise einige Schritte überspringen. Nun führen wir den oben beschriebenen Induktionsschritt durch, und erhalten dabei erneut einen kanonischen Klassenrepräsentanten, ein konjugierendes Element x, sowie einen Zentralisator. Damit können wir den nächsten Schritt angehen, und erhalten letztendlich den kanonischen Klassenrepräsentanten.

(2.35) Bemerkung: Wählen wir im Schritt jeweils Repräsentanten *aller* Bahnen, so erhalten wir offenbar Repräsentanten aller Klassen, die in die entsprechende Klasse der Faktorgruppe fusionieren. Kennt man Repräsentanten der Klassen der Faktorgruppe (eines elementar abelschen Normalteilers), so ergeben sich so Repräsentanten aller Klassen als Repräsentanten aller Bahnen. Auf diese Weise erhält man insbesondere – wie schon in [MN89] beschrieben — Repräsentanten sämtlicher Konjugiertenklassen auflösbarer Gruppen.

2.4.4.1 Vereinfachung der affinen Operation

Das vollständige Urbild Z enthält stets den Normalteiler N. Nach (1.49) operiert dann Z/N auf den N-Bahnen von rN. Für $m \in N$ ist aber nach (2.34):

$$\alpha_m \colon n \mapsto n^m \cdot [r,m] \overset{N \text{ abelsch}}{=} n \cdot [r,m],$$

N operiert also auf N nur per „Translation“ mit $[r,N] \leq N$, die Bahnen sind die Nebenklassen von $[r,N]$ in N. Auf diesen Nebenklassen operiert dann Z vermöge

$$\bar{\alpha}_z \colon n[r,N] \mapsto n^z [r,z][r,N].$$

Dies ist wiederum eine affine Operation. Offenbar ist $N \leq \mathrm{Kern}\bar{\alpha}$, weshalb dies eine Operation für Z/N induziert. Verwendet man diese beiden Operationen, so berechnet sich der Stabilisator eines Punktes (der ja Zentralisator für den nächsten Schritt ist) in einem zweistufigen Verfahren: Sei $\bar{S} = \mathrm{Stab}^{\bar{\alpha}}_{Z/N}(n[r,N])$. Bestimmt werden soll $T = \mathrm{Stab}^{\alpha}_{Z}(n)$. Nach Definition der Operationen vermöge α oder $\bar{\alpha}$ ist

$$TN/N \leq \bar{S}. \tag{2.36}$$

Ist umgekehrt $\bar{s} \in \bar{S}$ und s ein Urbild von $\bar{s}$, so gilt:

$$n[r,N] = n[r,N]\bar{\alpha}_s = n^s[r,s][r,N].$$

Damit operiert s auf n vermöge α durch

$$n^s[r,s] \overset{\text{Def.}}{=} n\alpha_s \overset{s \in \mathrm{Stab}(n[r,N])}{=} n[r,m] \tag{2.37}$$

mit $m \in N$. Da $s \in Z$ und $N \leq Z$ ist auch $sm^{-1} \in Z$ und es gilt:

$$\begin{aligned} n\alpha_{sm^{-1}} &= n^{sm^{-1}}[r,sm^{-1}] = m\,\underbrace{s^{-1}ns}_{n^s}\,m^{-1}\,\underbrace{r^{-1}mr}_{m^r r^{-1}}\,s^{-1}rsm^{-1} \\ &\overset{N \text{ abelsch}}{=} m^r\,\underbrace{n^s[r,s]}_{\overset{(2.37)}{=} n[r,m]}\,m^{-1} = n\,\underbrace{m^r[r,m]}_{=m}\,m^{-1} = n. \end{aligned}$$

Folglich ist $sm^{-1} \in \mathrm{Stab}^{\alpha}_{Z}(n)$. Ein solches m läßt sich aber berechnen, denn die definierende Gleichung (2.37) ist äquivalent zu $[r,m] = [n,s][r,s]$. In additiver Schreibweise (beachte, daß

Konjugation mit r einer linearen Abbildung ϱ auf N entspricht) entspricht dies einem inhomogenen Gleichungssystem für m:

$$m(\mathbb{1} - \varrho) = ([n, s][r, s]) .$$

Da es nach (2.37) zu jedem s ein solches m gibt, ist dieses inhomogene Gleichungssystem stets lösbar, obwohl $\mathbb{1} - \varrho$ im allgemeinen einen nichttrivialen Kern besitzt: Es ist $x \in \mathrm{Kern}(\mathbb{1} - \varrho)$ genau dann, wenn $x^r x^{-1} = 1$ gilt, also wenn $x \in C_N(r)$ ist.
Zu den Urbildern s der Erzeuger von $\bar{S}$ berechnet man auf diese Weise „Korrekturfaktoren“ m_s und erhält so eine Untergruppe $S = \langle s m_s^{-1} \rangle$. Nach Konstruktion ist $S \leq T$ und $SN/N = \bar{S}$. Gemäß (2.36) enthält S damit ein Vertretersystem aller Nebenklassen cN mit $c \in T$.
Wir betrachten jetzt Nebenklassen von $T \cap N$ in T. Sei $t \in T$ ein Vertreter der Nebenklasse $t(T \cap N)$. Dann enthält S also ein $s \in T$ mit $sN = tN$, also ist $st^{-1} \in N$, da $s, t \in T$ ist folglich $st^{-1} \in T \cap N$, also $s(T \cap N) = t(T \cap N)$. Folglich enthält S ein Vertretersystem V aller Nebenklassen von $(T \cap N)$ in T. Weiterhin ist

$$T \cap N = \{m \in N \mid n = n\alpha_m = n[r, m]\} = \{m \in N \mid [r, m] = 1\} = C_N(r).$$

Damit ist $\mathrm{Stab}_Z^\alpha(n) = \langle V, T \cap N \rangle = \langle S, C_N(r) \rangle$. Dabei erhalten wir S aus dem Stabilisator $\bar{S}$ der Operation $\bar{\alpha}$ wie oben beschrieben und $C_N(r)$ als Kern von $\mathbb{1} - \varrho$.

Ein wichtiger Spezialfall ist, wenn N zentral in G ist. Dann vereinfacht sich (2.34) zu

$$\alpha_z \colon n \mapsto n \cdot [r, z],$$

was wiederum eine reine „Translation“ ist. Die Bahnen von Z sind dann die Nebenklassen des Teilraumes $[r, Z]$ in N, welche man durch ein Komplementes repräsentieren kann. Weiter ist dann $C_G(rn) = C_G(r)$, die Zentralisatoren sind also für alle $h \in rN$ identisch und nur von r abhängig.

2.4.4.2 Weitere einfache Verbesserungen des Verfahrens

Wenn das Urbild einer Klasse einer Faktorgruppe nur aus einer Klasse besteht, so ist die Identifikation eines Elementes bereits gegeben, wenn sein Bild in dieser Klasse der Faktorgruppe liegt. Da jedoch auch konjugierende Elemente zum kanonischen Element benötigt werden, kann man diese „Abkürzung“ nur durchführen, wenn durch den Repräsentanten bereits der Repräsentant in der Gruppe (und nicht nur in einer größeren Faktorgruppe) bekannt ist.
Die Ermittlung des kanonischen Repräsentanten muß im allgemeinen für mehrere Elemente durchgeführt werden. Hierbei müßte jedes Mal die elementar abelsche Reihe erneut durchlaufen werden. Nun brauchen wir die Ergebnisse der Identifikationen einer Spalte stets nur in ihrer Gesamtheit. Insofern kann man also die Reihe einmal durchlaufen, und dabei die Ermittlung der kanonischen Repräsentanten parallel durchführen. Haben zwei zu identifizierende Elemente gleiche Bilder in einer Faktorgruppe, so genügt es insbesondere, den Anfang der Identifikation nur einmal auszuführen, da er für beide Elemente gleich ist.
Bei dieser simultanen Identifikation muß offenbar die benötigte Information zu allen Elementen simultan gespeichert werden. Da meist mehrere Elemente in derselben Klasse liegen werden, sind jedoch insbesondere in jedem Schritt des Algorithmus mehrere Zentralisatoren gleich. Man braucht diese also jeweils nur einmal zu speichern, und merkt sich in einer Indexliste, welcher Zentralisator zu welchem Element gehört. Da die Zentralisatoren ein Vielfaches des Speicherplatzes eines einfachen Gruppenelementes belegen, bleibt der Speicherbedarf dadurch in akzeptablen Größenordnungen.

2.4.5 Galois-Konjugation

Wenn in einer Gruppe Elemente existieren, die nicht zu ihren teilerfremden Potenzen (so z.B. Inversen) konjugiert sind, das heißt, wenn eine rationale Klasse in mehrere Klassen aufspaltet, so versagen alle bisherigen „Tricks“: Zum einen liegen diese Elemente stets in denselben Stufen einer Untergruppenkette, zum anderen operieren die Elemente bei jeder möglichen Operation in gleicher Weise, das heißt Tests auf Zykelstruktur oder das Berechnen von Einträgen der Klassensummenmatrix (die nach (2.23) durch Operation der Gruppe auf Paaren berechnet werden) liefern dasselbe Ergebnis. Es wäre also äußerst wünschenswert, den Konjugationstest nur bis auf diese rationale Klasse durchführen zu müssen.
Sei $e = \exp(G)$. Wie in (1.24) gesehen, operiert $\mathcal{M}_e$ auf den Klassen, wobei die Operation der Operation als Galoisgruppe auf den Spalten der Charaktertafel entspricht. Die entsprechenden Permutationen sind aus der Potenzabbildung bestimmbar.
Sei nun $\sigma \in \mathcal{M}_e$. Dann ist wegen (1.18) $c_{rst} = c_{rst}\sigma \overset{(1.19)}{=} c_{r\sigma,s\sigma,t\sigma}$. Insbesondere folgt, falls K_r und K_t unter $\mathcal{M}_e$ fix sind, daß $c_{rst} = c_{r,s\sigma,t}$ gilt. In diesem Fall braucht die Identifikation des Produktes nur bis auf die rationale Klasse durchgeführt zu werden, die einzelnen c_{rst} ergeben sich dann als Quotient der „Gesamttreffer“ in diese rationale Klasse und der Anzahl der Klassen die in diese rationale Klasse fallen.

(2.38) Bemerkung: Die Identifikation muß in diesem Falle natürlich galoisinvariant sein, das heißt für alle Elemente einer rationalen Klasse dasselbe Ergebnis liefern. Dies ist zum Beispiel nicht bei den Tests auf Bilder in der Kommutatorfaktorgruppe oder auf Zykelstruktur bei Multiplikation mit zentralen Elementen der Fall. Hier müßte das Bild ebenfalls passend galoiskonjugiert werden, beziehungsweise mit dem entsprechenden galoiskonjugierten Zentrumselement multipliziert werden. Da das Element aber erst noch identifiziert werden soll ist die passende Galoiskonjugation (gegenüber einer festgewählten Klasse aus der rationalen Klasse) nicht bestimmbar.

Wenn nur K_r fix ist, so ist $K_{t\sigma} \neq K_t$, die $t\sigma$-te Spalte kann vermöge der Klassenpermutation also aus der t-ten gewonnen werden. Besonders günstig ist es daher, wenn mit einer Spalte auch die galoiskonjugierten aktiv sind.

(2.39) Bemerkung: Man braucht hierbei nicht unbedingt, daß K_r unter $\mathcal{M}_e$ fix ist, sondern kann auch $\sigma \in \mathrm{Stab}_{\mathcal{M}_e}(K_r)$ betrachten.

Ist selbst K_r nicht fix, so lieferte solches Vorgehen zwar auch Einträge der $r\sigma$-ten Matrix. Die Eigenwerte dieser Matrix sind die Werte der gradnormierten Charaktere auf der $r\sigma$-ten Klasse, also Bilder der Werte auf der r-ten Klasse unter dem Galoismorphismus σ. Hat man die r-te Matrix ausgewertet, so sind alle aufspannenden Charaktere eines Charakterraumes Eigenvektoren von M_r zum gleichen Eigenwert. Sie haben also an der r-ten — und damit auch an der $r\sigma$-ten — Stelle den selben Eintrag. Folglich lieferte $M_{r\sigma}$ aber keine weitere Aufspaltung.

2.4.6 Relationen der Klassenmultiplikationskoëffizienten

Da man mittels der Galoiskonjugation in einigen Fällen neue Spalten aus alten bekommt, mag man sich einiger Relationen der Klassenmultiplikationskoëffizienten entsinnen, die aus (1.19) folgen, als da sind: $c_{rst} = c_{srt}$ und $c_{rst}|K_t| = c_{rts}|K_s|$. Letztere liefert eine Beziehung zwischen Zeilen und Spalten der Matrizen, erstere zwischen den Zeilen verschiedener Matrizen. Insgesamt könnte man also aus der s-ten Spalte der r-ten Matrix die r-te Spalte der s-ten Matrix bestimmen. Nach 2.3 sind jedoch die Charakterräume durch die r-te Matrix soweit aufgespalten, daß die gradnormierten Charaktere, die einen Raum aufspalten, auf der r-ten Klasse alle denselben Wert haben, folglich wird r bei weiteren Aufspaltungen nie wieder aktiv sein, was dieses Koëffizientenrecycling unbrauchbar macht.

2.4.7 Bahnen auf Klassen

Bei der Berechnung der t-ten Spalte der Klassensummenmatrix M_r muß $K(x^{-1}z)$ für ein festes Element $z \in K_t$ und für alle $x \in K_r$ bestimmt werden. Da Klassen per Definition unter Konjugation invariant sind, ist für alle $c \in C_G(z)$: $K(x^{-1}z) = K((x^{-1}z)^c) = K((x^{-1})^c z^c) = K((x^{-1})^c z)$, das heißt $K(x^{-1}z)$ braucht nur für ein Repräsentantensystem der $C_G(z)$-Bahnen auf $x^G = K_r$ ausgewertet zu werden, der entsprechende Eintrag in M_r muß dann nicht um 1, sondern um $|x^{C_g(z)}|$ erhöht werden.

(2.40) Bemerkung: Je größer $C_G(z)$, das heißt je kleiner die entsprechende Klasse ist, desto weniger Bahnen werden sich ergeben. Gemäß (2.15) sollten die Klassen daher nach aufsteigender Ordnung sortiert sein.

Zu bestimmen ist also ein Repräsentantensystem der $C_g(z)$-Bahnen auf K_r und die Länge dieser Bahnen: Ist K_r klein genug, um die gesamte Klasse im Speicher halten zu können, so läßt sich dieses durch einen einfachen Orbit-Algorithmus auf K_r erreichen.

2.4.7.1 Berechnung der Bahnen auf großen Klassen

Sei x ein beliebiges Element aus K_r, $C_x := C_G(x)$, R ein Repräsentantensystem der Nebenklassen von $C_x\backslash G$. Dann entsprechen K_r und R einander vermöge $x^h \quad (h \in R)$. Die Konjugation von x^h mit $z \in G$ entspricht der Multiplikation der Nebenklasse $C_x h$ mit z. Sei $z \in K_t$ fest gewählt, $C_z := C_G(z)$. Seien $a, b \in R$. Dann liegen x^a und x^b in derselben C_z-Bahn, genau dann, wenn ein $c \in C_z$ existiert mit $C_x ac = C_x b$. Dies ist aber genau dann der Fall, wenn a und b in derselben $C_x - C_z$-Doppelnebenklasse liegen. Man erhält also Repräsentanten der C_z-Bahnen durch Konjugation von x mit Repräsentanten der Doppelnebenklassen $C_x\backslash G/C_z$.
Die Länge einer solchen Bahn mit Repräsentant x^a ist offenbar die Anzahl der Repräsentanten $b \in R$, die in der entsprechenden Doppelnebenklasse $C_x a C_z$ liegen. Dies ist die Anzahl der Rechtsnebenklassen $C_x b$, die in $C_x a C_z$ liegen, also gleich dem Quotienten der Ordnung von $C_x a C_z$ mit C_x.
Gesucht ist also ein Verfahren, das (ohne ein Repräsentantensystem von $C_x\backslash G$ zu berechnen, denn dies würde ja gleichen Speicherverbrauch wie das Ausrechnen der Klasse bedeuten) Repräsentanten und Ordnung der Doppelnebenklassen berechnet. Letztere ließen sich nach dem Bahnensatz auch als $|C_x| \cdot [C_z : C_{C_z}(x^a)]$ berechnen, jedoch wird man versuchen, ohne zusätzliche Berechnung des Zentralisators auszukommen.

2.5 Berechnung von Doppelnebenklassen

Im folgenden soll daher das Problem der Berechnung der Doppelnebenklassen $A\backslash G/B$ behandelt werden, wobei $A, B \leq G$ seien. Ein Verfahren hierfür wurde bereits von Reinhard Laue ([Lau82]) beschrieben. Grundlage dieses Verfahrens ist die Beobachtung, daß eine Doppelnebenklasse AgB die Vereinigung von Rechtsnebenklassen $Ag_1, \ldots, Ag_n$ ist, die allesamt in derselben Bahn unter Operation von B per Rechtsmultiplikation liegen. Diese Beobachtung alleine hilft uns noch nicht, schließlich sind wir ja genau hierüber in 2.4.7.1 zu den Doppelnebenklassen gekommen.
Nehmen wir aber einmal zusätzlich an, daß $A < A_1 < G$ gilt. Dann ist jede Nebenklasse von A_1 Vereinigung von Nebenklassen von A und jede A_1-B-Doppelnebenklasse Vereinigung von A-B-Doppelnebenklassen. Sei nun $A_1 = Ay_1 \cup \ldots \cup Ay_l$, und $R = \{g_1, \ldots, g_m\}$ ein Repräsentantensystem der A_1-B-Doppelnebenklassen. Dann haben die A-B-Doppelnebenklassen Repräsentanten der Form $y_i g_j$. Repräsentanten dieser Form liegen offenbar in derselben Doppelnebenklasse, wenn

die entsprechenden Rechtsnebenklassen in derselben B-Bahn unter Rechtsmultiplikation liegen. Da $y_i \in A_1$ und R ein Repräsentantensystem ist, können $y_a g_b$ und $y_c g_d$ nur dann in derselben Bahn liegen, wenn $b = d$ ist. Es genügt also, $\mathrm{Stab}_B(A_1 g)$ (unter Rechtsmultiplikation) auf $\{Ay_i g\}$ operieren zu lassen, Bahnrepräsentanten sind Repräsentanten der Doppelnebenklassen. Da die Ordnung der Nebenklassen $Ay_j g$ gleich ist, ergibt sich die Ordnung der Doppelnebenklassen aus dem Produkt dieser Ordnung mit der Anzahl der enthaltenen Nebenklassen, die durch die Bahnlänge gegeben ist.
Ist nun eine Kette von Untergruppen $G = G_1 > G_2 > \cdots > G_n = A$ bekannt, so kann man mittels dieses Verfahrens mit der Doppelnebenklasse $G \cdot 1 \cdot B$ starten, und induktiv die Doppelnebenklassen $A\backslash G/B$ berechnen.
Um dies durchzuführen, muß jeweils noch der Stabilisator $\mathrm{Stab}_B(Ay_i g_j)$ für einen neuen Repräsentanten $y_i g_j$ berechnet werden. Hierzu bemerken wir:

(2.41) Bemerkung: Es ist

$$\mathrm{Stab}_B(Ag) = \{b \in B \mid Agb = Ag\} = \left\{b \in B \mid b^{g^{-1}} \in A\right\} = A^g \cap B. \tag{2.42}$$

Also gilt insbesondere

$$\mathrm{Stab}_B(Ay_i g) = \underbrace{A^{y_i g}}_{(A^{y_i})^g} \cap B \overset{A^{y_i} \subseteq A_1}{\subseteq} A_1^g \cap B = \mathrm{Stab}_B(A_1 g).$$

Der Wert dieser Betrachtung liegt nicht nur darin, daß der Stabilisator aus einem kleineren Bereich gewählt werden kann, sondern auch darin, daß wir die Berechnung der Bahnen und die des Stabilisators in *einen* Schritt durchführen können:
Betrachten wir nun noch den Sonderfall, daß $A \lhd A_1$ ist. Dann ist $\mathrm{Stab}_B(Ay_i g) = \{b \in B | Ay_i gb = Ay_i g\} = \{b \in B | b^{g^{-1}} \in A^{y_i}\} \overset{y_i \in A_1}{=} \{b \in B | b^{g^{-1}} \in A\}$ unabhängig von y_i. Bei Aufspaltung einer Doppelnebenklasse braucht also in diesem Fall nur *ein* Stabilisator für den nächsten Schritt berechnet zu werden. Ist dieser Stabilisator $\mathrm{Stab}_B(Ay_1 g)$ einmal für die erste Bahn berechnet, so erhält man alle weiteren Bahnen nach dem Bahnensatz: Sie entsprechen den Nebenklassen $\mathrm{Stab}_B(Ay_1 g)\backslash \mathrm{Stab}_B(A_1 g)$. Man braucht nun also nur noch jeweils eine Nebenklasse, deren Bahn noch nicht berechnet wurde, auszuwählen, und erhält die dazugehörige Bahn durch Anwenden der Nebenklassenvertreter.
Betrachten wir abschließend noch einen Fall, in dem die Berechnung sehr aufwendig würde:

(2.43) Bemerkung: Sei A klein und B groß (dann ist in unserem Fall die Konjugiertenklasse groß). Dann sind im allgemeinen viele Glieder der Kette zu durchlaufen, beziehungsweise werden viele Nebenklassen erzeugt. Gleichzeitig ergeben sich aufgrund des großen B lange Bahnen, bei denen sehr viel zusammenfällt. Um hier Rechenaufwand zu sparen, kann man statt der A-B-Doppelnebenklassen B-A-Doppelnebenklassen berechnen (was weniger aufwendig ist) und abschließend die Repräsentanten invertieren.

2.5.1 Die aufsteigende Untergruppenkette

Um das beschriebene Verfahren durchführen zu können, ist es notwendig, eine aufsteigende Kette von Untergruppen zu kennen. So geht zum Beispiel [Lau82] auch nur davon aus, daß eine solche Kette aus der Struktur der Gruppe bereits bekannt ist. Dies ist in unserer Situation jedoch meist nicht der Fall.
Ist eine Kompositionsreihe der Gruppe bekannt (dies ist zum Beispiel bei AgGruppen stets der Fall), so erhält man durch Bilden der Erzeugnisse dieser mit der Untergruppe eine solche Kette. Diese ist (zum Beispiel bei einfachen Gruppen) bisweilen jedoch nicht zufriedenstellend verfeinert.

Per Induktion ist das Problem der Verfeinerung offenbar dann gelöst, wenn zu $G > U$ ein V mit $G > V > U$ mit $1 < [V : U]$ möglichst klein gefunden werden kann.
Da jede Untergruppe sich selber normalisiert, ist $N_G(U)$ stets ein solcher Kandidat. In Gruppen, in denen das Berechnen einer Charaktertafel Sinn macht (also zum Beispiel nicht abelsch) ist eine solche Erweiterung oft von hinreichend kleinem Index. Als weiteren Vorteil ergibt sich, daß per Definition eine Untergruppe normal in ihrem Normalisator ist, wodurch die Bearbeitung des entsprechenden Schrittes vereinfacht wird. Falls $[N_G(U) : U]$ zu groß ist (zum Beispiel bei normalem U) kann man U mit einem beliebigen Elements $g \in N_G(U) \setminus U$ erweitern. Nach dem Isomorphiesatz ist dann der Index dieser Erweiterung maximal $|g|$ und damit hinreichend klein. In nicht nilpotenten Gruppen gibt es jedoch stets Untergruppen, die selbstnormalisierend sind (zum Beispiel Sylownormalisatoren). Für solche Untergruppen ist dieses Verfahren offenbar nicht sinnvoll.
Im folgenden betrachten wir daher nur noch selbstnormalisierende Untergruppen.
In diesem Fall kann man zunächst versuchen, den Normalisator in G von Normalteilern von U zu berechnen, welcher gewiß U enthalten muß, wobei auch dieses jedoch nicht unbedingt neue Untergruppen sind. Wählt man den Normalteiler $Z := Z(U)$ von U, so genügt es im übrigen — wie das folgende Lemma zeigt — nur den Zentralisator $C_G(Z)$ statt des Normalisators $N_G(Z)$ zu berechnen: Wäre der Zentralisator gleich der Untergruppe, so wäre (da U selbstnormalisierend) auch der Normalisator gleich U.

(2.44) Lemma: Sei $G \geq U$, $Z = Z(U)$ und $U = C_G(Z)$. Dann ist $N_G(U) = N_G(Z)$.
Beweis: $N_G(U)$ muß alle charakteristischen Untergruppen invariant lassen, also insbesondere auch Z. Ist umgekehrt $g \in G$, so ist für jede Untergruppe $H \leq G$: $C_G(H^g) = C_G(H)^g$. Für $g \in N_G(Z)$ ist daher $U^g = C_G(Z)^g = C_G(Z^g) = C_G(Z) = U$. □

Weiterhin kann man versuchen, durch Hinzufügen von zufällig gewählten Elementen aus der Gruppe eine solches V zu erhalten. Da bei einer Untergruppe von Index n die Wahrscheinlichkeit, bei zufälliger Wahl ein Element aus dieser Untergruppe zu erhalten, jedoch nur $\frac{1}{n}$ ist, wird man hierbei sehr große Schritte erhalten. Insbesondere wird oft auch der Fall des — trivialen — Schrittes $G > A$ eintreten, der in unserem Fall ja gerade vermieden werden sollte, da dann genausoviele Nebenklassenvertreter wie Bahnelemente gespeichert werden müssen, was den Vorteil der Doppelnebenklassen wieder zunichte macht.
Ist U selbstnormalisierend und $g \notin U$, so wird U von g nicht normalisiert. Es gibt also einen Erzeuger $u \in U$, so daß $u^g \notin U$ gilt. Also ist $U < \langle U, u^g \rangle \leq \langle U, g \rangle$ (letztere Inklusion ist offensichtlich). Wählt man also $\langle U, u^g \rangle$ als Erweiterung, so erhält man also keinesfalls eine schlechteres Ergebnis. Falls jedoch eine Untergruppe $U < V < G$ existiert, so muß — um V bei der zufälligen Erweiterung zu erhalten — nicht mehr $g \in V \setminus U$ sein, sondern es genügt, wenn $u^g \in V \setminus U$ liegt, was wahrscheinlicher ist (es ist zum Beispiel für alle Elemente der Doppelnebenklasse $C_G(u) \cdot N_G(V) \supseteq V$ erfüllt).
Die Wahl eines zufälligen g wird nun solange iteriert, bis ein V mit möglichst kleinem Index gefunden wurde. Es sei noch erwähnt, daß beim Hinzufügen eines zufallsbestimmten neuen Elementes zunächst mit probabilistischen Methoden (hier sei der Random-Schreier-Sims Algorithmus für Permutationsgruppen erwähnt) getestet werden kann, ob sich überhaupt eine echte Erweiterung ergibt: Liefern diese Methoden (welche nur Abschätzungen für die Ordnung garantieren können) bereits, daß $|\langle U, r \rangle| \geq |G|$ gilt, so braucht diese Erweiterung nicht weiter betrachtet zu werden. Im allgemeinen wird allerdings keine sinnvolle (zum Beispiel nicht der Index der Untergruppe), leicht ermittelbare (zum Beispiel aus der Gruppenordnung) Schranke für die minimale Ordnung einer Untergruppe existieren, die über einer gegebenen liegt:

(2.45) Beispiel: Sei $G_1 = M_{24}$, $|G_1| = 244823040$, $G_2 = \mathbb{Z}_{|G_1|}$. Nach [CCN+85] existiert in G_1 eine maximale Untergruppe $U_1 \cong L(2, 7)$. Damit hat U_1 Index 1457280. Eine Untergruppe

$U_2 \leq G_2$ derselben Ordnung liegt jedoch unter allen Untergruppen der Ordnungen, die Vielfaches von $|U_2| = 168$ sind, es gibt also (unter anderem) eine von U_2 aufsteigende Kette mit soviel Untergruppen, entsprechend einer Faktorisierung von 1457280.

Folglich muß man nach einer — mehr oder weniger willkürlich — gewählten Anzahl von Erweiterungen mit zufälligen Elementen annehmen, daß der gefundene Schritt bestmöglich ist.
Bereits diese Überlegungen zeigen, daß diese Art der Erweiterung wirklich nur im Notfall angewandt werden sollte. Ist der Index $[G : U]$ klein genug, um kurzzeitig ein Nebenklassenvertretersystem von $U\backslash G$ speichern zu können, so empfiehlt es sich, statt dessen das folgende deterministische Verfahren zu verwenden:
Nach (1.46) entsprechen die Untergruppen von G über U den Blöcken der Operation von G auf den Nebenklassen von U. Das Problem der Bestimmung der Untergruppen ist also auf des Problem der Berechnung nichttrivialer Blöcke zurückgeführt. Existieren keine, so ist U maximal. Ist andernfalls B ein nichttrivialer minimaler Block, der U und Ug enthält, so ist $V := \langle U, g\rangle$ eine minimale Untergruppe die U enthält.

(2.46) Bemerkung: Hier wird — entgegen obiger Mahnungen — dennoch ein größeres Nebenklassenvertretersystem berechnet, als berechnet werden sollte. Dies geschieht aber nur einmal für jede Untergruppenkette, welche aber mehrfach bei der Berechnung der Spalten einer Matrix benötigt wird (was diese Vorgehensweise rechtfertigt). Darüberhinaus wird dieses Vertretersystem nur kurzzeitig benötigt, der belegte Speicher kann wieder freigegeben werden.

Schließlich kann man verwenden, daß — wie in 1.10 gesehen — stets spezielle Ketten von Untergruppen, aufsteigend von der 1-Untergruppe existieren. Man kann folglich diejenigen Glieder dieser Kette verwenden, in denen die Untergruppe liegt. Im Fall einer Permutationsgruppe kann man zusätzlich die Base so wählen, daß sie mit Punkten beginnt, die von der Untergruppe festgelassen werden, so daß ein möglichst großes Stück der Kette verwendet werden kann.

2.5.2 Kanonische Nebenklassenvertreter

Es ist nun an der Zeit, sich mit der rechnerinternen Darstellung von Nebenklassen zu beschäftigen. Für unsere Zwecke müssen wir auf diesen per Rechtsmultiplikation operieren und Nebenklassen vergleichen können. Per Definition ist eine Nebenklasse eine Menge von Elementen. Man wird jedoch kaum diese Darstellung wählen, sondern nur die Erzeuger der Untergruppe und ein Element aus der Nebenklasse als Repräsentanten speichern. Da ein Repräsentant im allgemeinen nicht eindeutig ist, genügt es für den Vergleich von Nebenklassen nicht, die Repräsentanten zu vergleichen, sondern man muß testen, ob der Quotient in der Untergruppe liegt. Bei einem Bahnenalgorithmus mit Stabilisatorberechnung müßte jedoch sehr oft ein solcher Test durchgeführt werden. Man wird sich daher wünschen, auf wenig aufwendige Weise einen *kanonischen Repräsentanten* einer Nebenklasse zu berechnen, das heißt, durch Multiplikation mit Elementen aus der Untergruppe den Repräsentanten in ein eindeutiges — nur von der Nebenklasse abhängiges — Element umzuwandeln. Dann können Nebenklassen stets durch ihren kanonischen Repräsentanten vertreten werden.
Hierzu erinnern wir uns, daß zu einer Untergruppe U einer Permutationsgruppe oder AgGruppe ein spezielles Erzeugendensystem (SGS, beziehungsweise CGS) berechnet werden kann, so daß Elemente auf einfache Weise als Produkt aus diesen Erzeugern dargestellt werden können. Der Test auf Enthaltenheit besteht gerade aus einem solchen Verfahren: die Erzeuger werden nach und nach abdividiert; ein Element ist enthalten, wenn sich dabei Rest 1 (da multiplikativ) ergibt. Wir werden dasselbe Verfahren durchführen, und dann die *Reste* nach Abdividieren der Erzeuger als kanonische Repräsentanten betrachten: Ergibt sich bei zwei Elementen derselbe Rest, so

unterscheiden sie sich nur durch Multiplikation mit Untergruppenelementen von links, liegen also in derselben Rechtsnebenklasse von U.
Um die Eindeutigkeit des Restes zu sehen, betrachten wir die Berechnung des kanonischen Repräsentanten für Ug für die beiden Möglichkeiten, mit Gruppen zu rechnen, getrennt:

2.5.2.1 Permutationsgruppen

Sei B eine Base von U (OBdA $B = (1, \ldots, n)$), $G = S_0, S_1, \ldots, S_n$ die zugehörige Stabilisatorkette. In jedem Schritt betrachten wir den Orbit von i unter S_{i-1}, bilden ihn mit g ab, und ermitteln das lexikographisch kleinste Bild. Wir wählen das Urbild j davon unter g, und wählen dasjenige Element aus S_{i-1}, daß i auf j abbildet. Hiermit multiplizieren wir g von links und erhalten so einen neuen Repräsentanten g, der i auf das lexikographisch kleinstmögliche Bild abbildet. Iterieren wir die Prozedur, so wird nur noch mit Elementen aus tieferen Stabilisatoren multipliziert, unter denen i festbleibt. Das Element was man erhält, bildet also die Base auf das lexikographisch kleinste Tupel der möglichen Basebilder unter Elementen aus der Nebenklasse ab. Insbesondere sind die Bilder der Base eindeutig vorgegeben; bei Multiplikation mit Elementen aus der Untergruppe würden sich diese ändern, weshalb der Repräsentant eindeutig ist.

2.5.2.2 AgGruppen

Wir wählen ein CGS für U. Sei e ein Erzeuger aus dem CGS von Tiefe t. Die relative Ordnung des AgErzeugers e sei o, in der Darstellung von g als AgWort komme dieser Erzeuger mit Exponent p vor. Nun multipliziert man g von rechts mit e^{o-p}. Da die Kommutatoren von AgErzeugern höherer Tiefe als t mit dem Erzeuger e stets Tiefe höher als t besitzen, kommt der Erzeuger e also im Produkt mit Exponent $o + p - p = o$ vor. Da dies seine relative Ordnung ist, ist der Exponent also gleich Null. Mit diesem Verfahren kann man iterativ die Exponenten derjenigen AgErzeuger auf Null setzen, zu denen ein Erzeuger im CGS existiert, der entsprechende Tiefe besitzt. Das so erhaltene Element r ist eindeutig: Sei $u \in U$ von Tiefe t. Dann ist der Exponent des AgErzeugers t in ru mit demselben Argument ungleich Null. Man kann also r als kanonischen Vertreter einer *Links*restklasse ansehen.
Da AgWorte von links nach rechts normiert sind, kann man eine ähnliche Prozedur nicht durch Multiplikation von links durchführen: Ist die Gruppe nicht abelsch, so ergeben sich Kommutatoren mit dem bisher ermittelten Anfangsstück des kanonischen Repräsentanten, so daß man die entsprechenden Exponenten nicht so einfach auf Null setzen kann.
Da die Elemente einer Rechtsrestklasse genau die Inversen der Elemente der Linksrestklasse mit inversem Erzeuger sind, führt man diese Prozedur daher mit dem Inversen des Repräsentanten durch, und invertiert den so gewonnenen kanonischen Repräsentanten am Ende wieder.

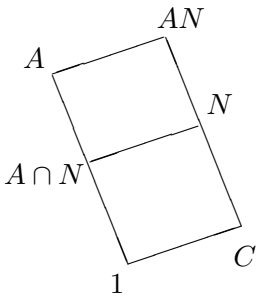
2.5.3 Operation auf Nebenklassen in AgGruppen

Hat man es mit auflösbaren Gruppen zu tun, so kann man — wie von Mike Slattery in [Sla92] gezeigt — die Operation auf den Nebenklassen vereinfachen: Zunächst einmal gehen wir davon aus, daß die aufsteigende Untergruppenkette durch Erzeugnisse von A mit einer elementar abelschen Reihe von G entstanden ist (bildet man wie in 2.5.1 beschrieben die Kette durch Erzeugnisse mit der PAG-Reihe, so erhält man eine Verfeinerung dieser Kette, so daß wir es mit nahezu gleichen Ausgangsvoraussetzungen zu tun haben).

Wir betrachten nun den Schritt von A_1 nach A, also von AN_i nach AN_{i+1}:

Bilden wir den Faktor nach N_{i+1}, so haben wir folgende Situation: Wir haben eine Untergruppe A und einen elementar abelschen Normalteiler N. Sei g Vertreter einer AN-B-Doppelnebenklasse.

Anstelle den Stabilisator S von ANg auf Nebenklassen Ay_ig operieren zu lassen, kann man ebenso $T := S^{g^{-1}}$ auf Nebenklassen Ay_i von A in AN operieren lassen. Wir müssen nur danach die Bahnrepräsentanten wieder mit g multiplizieren und die Stabilisatoren mit g konjugieren. Vertreter der Bahnen kann man offenbar in N wählen. Ist $An = Am$ mit $n, m \in N$, so ist $nm^{-1} \in A \cap N$, man erhält ein solches Vertretersystem also als Vertretersystem von $A \cap N$ in N. Da N elementar abelsch — also ein Vektorraum — ist, existiert ein Komplement C zu $A \cap N$ in N, welches infolgedessen ebenfalls Komplement zu A in AN ist.



Statt auf den Nebenklassen zu operieren, kann man genauso auf C operieren (wir wählen damit de facto die Elemente von C als kanonische Nebenklassenvertreter). Nach (2.42) ist $S = (AN)^g \cap B$, also gilt $T = AN \cap B^{g^{-1}} \subseteq AN$. Wir können also jedes $t \in T$ als $t = an$ mit $a \in A$, $n \in N$ schreiben. Ist $m \in N$ ein Nebenklassenvertreter, so gilt damit:

$$Amt = Aman = \underbrace{Aa}_{A} m^a n \quad \overset{m^a \in N \text{ abelsch}}{=} \quad Am^t n,$$

t operiert also auf N vermöge der affinen Abbildung:

$$\beta\colon m \mapsto m^t n.$$

Da wir auf C operieren wollen stört der $A \cap N$-Anteil des Ergebnisses, der bei Projektion auf C wegfällt. Insgesamt erhält man folglich die Operation von T auf C vermöge

$$\gamma_t\colon c \mapsto \mathrm{proj}_C(c^t n_t).$$

Bahnen und Stabilisatoren dieser Operation entsprechen nach obigen Bemerkungen der Operation auf den Nebenklassen.
Führt man diese Berechnung induktiv entlang einer elementar abelschen Reihe durch, so rechnet man stets modulo einem Normalteiler M. Wir können aber dennoch $S, T < G$ verwenden, wenn die Konjugation stets mit einem *Urbild* von g geschieht, und T vermöge seiner *Bilder* unter dem natürlichen Homomorphismus operiert.

(2.47) Bemerkung: Die originale Version des Verfahrens aus [Sla92] verwendet statt S und T die Bilder unter dem natürlichen Homomorphismus. Bei jedem Schritt muß dann ein Urbild von S berechnet werden. Dieses kann aber nicht beliebig gewählt sein, sondern muß offenbar Bedingungen

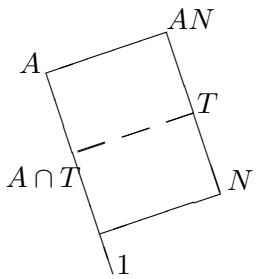
(2.48) $$B \cap N \subseteq S \subseteq B$$

erfüllen, was dieses Vorgehen aufwendig macht.

(2.49) Bemerkung: Auch hier empfiehlt sich — sogar noch in stärkerem Maße als bei dem vorherigen Algorithmus — wie in (2.43) beschrieben im Falle $|B| > |A|$ die Doppelnebenklassen $B\backslash G/A$ zu berechnen und die erhaltenen Repräsentanten zu invertieren, da dann im allgemeinen mit kleineren Gruppen operiert werden muß.

(2.50) Bemerkung:

Im Spezialfall $N \subseteq B$ ist wegen(2.48) auch $N \subseteq S$. Da N Normalteiler damit ebenfalls $N \subset T = S^{g^{-1}}$. Damit kann ein Nebenklassenvertretersystem von A in AN aus T gewählt werden, und T operiert auf diesen Nebenklassen transitiv. Die Doppelnebenklasse $AHgB$ spaltet also nicht auf. Der Stabilisator von A in T ist offenbar $A \cap T$ (genau genommen, wenn wir im Faktor nach dem Normalteiler M sind: $AM \cap TM$). Man bräuchte daher T nicht operieren zu lassen. Es stellt sich allerdings heraus, daß die Berechnung des Schnittes aufwendiger als diese Operation ist, so daß eine Behandlung dieses Sonderfalls wenig sinnvoll erscheint.



Im übrigen tritt dieser Fall relativ selten auf, da B durch eventuellen Tausch mit A stets möglichst klein gehalten wird.

2.5.4 Vergleich der Verfahren

Die Berechnung der Zentralisatorbahnen mittels Doppelnebenklassen ist im allgemeinen sehr viel aufwendiger als die naive Berechnung, bei der man Bahnen auf der Konjugiertenklasse errechnet. Bei kleinen Konjugiertenklassen wird daher die naive Berechnung erheblich schneller sein. Anders sieht es bei großen Konjugiertenklassen aus, für die die Verwendung von Doppelnebenklassen ja auch eingeführt wurde. Hier ergibt sich eine enorme Ersparnis an Speicherplatz, da nur die Transversalen einzelner Schritte gespeichert werden müssen. Speicherplatzgründe erzwingen daher bei grösseren Klassen (zur Abschätzung des Speicherverbrauches von Transversalen siehe die Abschätzung in Anhang A.3) die Verwendung von Doppelnebenklassen.
Vergleicht man die Rechen*zeit* beider Verfahren, so ist die Methode der Doppelnebenklassen meist langsamer. Für kleine Konjugiertenklassen ist dies zu erwarten, da einiger Verwaltungsaufwand ansteht. Sind die Klassen grösser, so wird dies vernachlässigbar. Große Klassen bedingen jedoch ebenfalls große Gruppen. In diesen ist die Berechnung der aufsteigenden Untergruppenkette dann bisweilen sehr aufwendig. Gleichzeitig treten große Klassen in unserem Fall meist gegen Ende des Verfahrens auf, wenn nur noch wenige Spalten zu berechnen sind. Die Berechnung der Kette tritt daher stärker ins Gewicht, als wenn man zum Beispiel die komplette Matrix berechnen würde. Es empfiehlt sich daher in unserem Fall, auf die Doppelnebenklassen nur dann zurückzugreifen, wenn der Speicherplatz es diktiert.

2.6 Kombinatorisches Aufspalten von Charakterräumen

Das Ausrechnen von Klassenmultiplikationskoëffizienten und nachfolgendes Aufspalten von Charakterräumen mit deren Hilfe ist ein mühsames Geschäft. Man wünscht sich daher Möglichkeiten, Charakteräume auch auf andere Weisen in Charaktere aufzuspalten, wobei man verwenden kann (muß), daß Charaktere nicht irgendwelche Klassenfunktionen sind. Mittels dieser Einschränkungen kann man dann einen Charakterraum „durchsieben“, wonach man hoffentlich nur noch eine Möglichkeit — und damit die Charaktere — übrigbehält.

(2.51) Lemma: Notwendig dafür, daß eine Klassenfunktion χ Charakter sein kann, ist:

1. Der Grad $\chi(1)$ ist eine natürliche Zahl, die die Gruppenordnung teilt.
2. Orthonormalität, das heißt $(\chi, \chi) = 1$ und $(\chi, \psi) = 0$ für alle Klassenfunktionen ψ, die aus den übrigen Charakteren kombiniert sind.
3. Für den Frobenius-Schur-Indikator gilt: $\nu_2(\chi) \in \{-1, 0, 1\}$.
4. Für alle $g \in G$ gilt: $|\chi(g)| \leq |\chi(1)|$.

5. Ist R ein Repräsentantensystem der Klassen, so gilt: $\sum_{r\in R}\chi(r)\in\mathbb{N}_0$

Die Eigenschaft, daß die Eigenwerte der Klassensummenmatrizen (bis auf Klassenlängen) gradnormierte Charakterwerte sind, ist nach 2.3 bereits in den einzelnen Basen impliziert, liefert daher keine weiteren Erkenntnisse.
Diese Bedingungen schränken die Menge der möglichen Klassenfunktionen natürlich nicht auf die Charaktere ein (schließlich haben nicht alle Gruppen gleicher Ordnung mit gleich vielen Klassen dieselbe Charaktertafel), sondern liefern nur Kandidaten. Ein solches Verfahren wird man daher nur ansetzen, wenn $n=\dim V$ relativ klein ist.
Nun wäre es hoffnungslos, alle Linearkombinationen der Basisvektoren daraufhin durchzuprobieren, ob sie Charaktere sind. Vielmehr wird man zunächst ein möglichst feines Sieb ansetzen, um die Klassenfunktionenspreu vom Charakterweizen zu trennen. Eine Möglichkeit hierfür liefern die Bedingungen, welche implizit notwendige Bedingungen an die Koëfizienten stellen. Diese Bedingungen sind jedoch im allgemeinen auch nur schwer zu überprüfen, so liefert Bedingung 2 ein Polynom in n Variablen, von dem das Koëffiziententupel eine Nullstelle ist.
Wie bereits in 2.3 gesehen, ist aber jeder gradnormierte Charakter von der Form $v_1+\sum_{i=2} i\lambda_i v_i$. Sucht man also zunächst die gradnormierten Charaktere ψ, so spart man sich einen Koëffizienten, im Fall $n=2$ ist dann das oben erwähnte Polynom vom Grad zwei in einer Variable, und man kann es lösen:

2.6.1 Zweidimensionale Räume

Alle Kandidaten für gradnormierte Charaktere sind von der Form: $\psi_i = v_1 + a_i v_2$. Da wir über einem Primkörper rechnen, kann a_i ohne Beschränkung der Allgemeinheit als ganzzahlig angenommen werden. Folglich braucht bei Skalarprodukten keine Rücksicht auf eine komplexe Konjugation von a_i genommen zu werden.
Man kann nun für jeden möglichen Charaktergrad d für $\varphi_1 = d\cdot\psi_1$ zunächst die (maximal zwei) Möglichkeiten für a_1 errechnen. Diese erhält man aus der Bedingung

$$1=(\phi_1,\phi_1)=d^2\cdot(psi_1,\psi_1)=d^2\cdot\Big((v_1,v_1)+a_1(v_1,v_2)+a_1(v_2,v_1)+{a_1}^2(v_2,v_2)\Big),$$

welche eine quadratische Gleichung für a_1 liefert. Die Orthogonalität zu ψ_2:

$$0=(\psi_1,\psi_2)=(v1,v1)+a_1\cdot(v2,v1)+a_2\cdot(v1,v2)+a_1\cdot a_2\cdot(v_2,v_2)$$

läßt dann noch eine Möglichkeit

$$a_2=-\frac{(v_1,v_1)+a_1\cdot(v_2,v_1)}{(v_1,v_2)+a_1\cdot(v_2,v_2)}$$

übrig. Den Grad von φ_2 erhält man wiederum aus der Bedingung, daß $(\varphi_2,\varphi_2)=1$ gelten muß. Die so erhaltenen Kandidatenpaare kann man, solange keine Eindeutigkeit besteht, noch den Tests auf die Bedingungen 3 bis 5 unterziehen, und erhält so (hoffentlich) eine eindeutige Aufspaltung, andernfalls ist dieser Raum nur durch Klassensummenmatrizen aufspaltbar.

2.6.2 Mögliche Charaktergrade

Bei den Charaktergraden sollte man im allgemeinen zur weiteren Filterung nicht nur alle Teiler der Gruppenordnung ansetzen (was gemeinhin viele sein können), sondern auch verwenden, daß $\sum_{\chi\in\mathrm{Irr}(G)}\chi(1)^2=|G|$ gilt. Es sei k die Klassenanzahl, es seien bereits m irreduzible Charaktere bekannt, und n sei die Gradquadratsumme von diesen. Neben dem Charakter, dessen Grad abgeschätzt werden soll, verbleiben somit $k-m-1$ weitere irreduzible Charaktere. Der minimale

Grad von diesen sei l. Hat man zum Beispiel die linearen Charaktere (wie im folgenden in 2.7 beschrieben werden wird) berechnet, so ist $1 \neq l$ der kleinste echte Teiler der Gruppenordnung. Die Quadratsumme der verbleibenden Charaktere ist also mindestens $(k-m-1)\cdot l^2$. Damit folgt, daß der betrachtete irreduzible Charakter höchstens Grad

$$\sqrt{|G|-n-(k-m-1)\cdot l^2} \tag{2.52}$$

besitzen kann.
Für spätere Anwendungen bemerken wir noch die folgende Verschärfung (welche mittels eines analogen Arguments folgt): Ist von einem zu suchenden irreduziblen Charakter χ zusätzlich bekannt, daß es j weitere irreduzible Charaktere von gleichem Grad gibt, die noch nicht gefunden wurden, so kann χ höchstens Grad

$$\sqrt{\frac{|G|-n-(k-m-j)\cdot l^2}{j}} \tag{2.53}$$

besitzen.
Schließlich sei auf Abschnitt 2.11 verwiesen, dessen Abschätzungen an dieser Stelle natürlich auch zum Tragen kommen können.

(2.54) Beispiel: Wir betrachten die Aufspaltung eines zweidimensionalen Raumes in $SL_2(11)$. Als endlicher Körper wird GF(p) mit $p = 661$ gewählt. Alle Zahlen in dieser Rechnung sind reduziert modulo p zu verstehen.
Die Charaktertafel befindet sich auf Seite 76 ausklappbar. Nach Auswertung der Klassensummenmatrizen zu den Klassen 2a und 22a erhält man die folgenden Charakterräume (Charaktere liegen in einem gemeinsamen Charakterraum der r-ten Klassensummenmatrix, wenn die entsprechenden gradnormierten Charaktere denselben Wert auf der r-ten Klasse haben):

$$\langle\chi_6,\chi_7\rangle\,,\langle\chi_8,\chi_9,\chi_{10}\rangle\,,\langle\chi_{12},\chi_{13}\rangle\,,\langle\chi_{14},\chi_{15}\rangle\,.$$

Der Raum $\langle\chi_6,\chi_7\rangle$ wird von der triangularisierten Basis

$$\begin{array}{lcccccccccccccccc} v_1 & = (& 1, & 1, & 595, & 0, & 0, & 0, & 595, & 0, & 0, & 66, & 66, & 0, & 0, & 66, & 66 &) \\ v_2 & = (& 0, & 0, & 0, & 1, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 33, & 33, & 0, & 0 &) \end{array}$$

aufgespannt. Diese führen zu der quadratischen Gleichung:

$$a_1^2 + 238 = \frac{8}{d^2}$$

mit Lösungen

$$a_1 = \pm\sqrt{423+\frac{8}{d^2}}.$$

Mögliche Charaktergerade sind dann: 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 12, 15, 20, 22, 24 sowie 30. Von diesen verbleiben 2,4,6,10,12 und 15 da nur für diese die quadratische Gleichung lösbar ist. Der Test auf den Frobenius-Schur Indikator läßt nur die zwei Möglichkeiten mit Grad 10 übrig:

$$\begin{array}{lcccccccccccccccc} \varphi_A & = (& 10, & 10, & 1, & 659, & 0, & 0, & 1, & 0, & 0, & 660, & 660, & 1, & 1, & 660, & 660 &) \\ \varphi_B & = (& 10, & 10, & 1, & 2, & 0, & 0, & 1, & 0, & 0, & 660, & 660, & 660, & 660, & 660, & 660 &), \end{array}$$

welche zu den Werten $a_1 = 132$, bzw. $a_1 = 529$ gehören. Hierzu erhält man $a_2 = 529$, bzw. $a_2 = 132$, φ_A und φ_B sind also jeweils einander der orthogonale Charakter. (Da bei diesem Verfahren alle möglichen Charaktere konstruiert werden, muß dies so sein. Blieben mehrere Möglichkeiten übrig, so müßte man zum Beispiel testen, ob die Grade der (möglicherweise nicht erhaltenen) jeweils orthogonalen Charaktere Teiler der Gruppenordnung sind.
Man sieht leicht, daß man in Charakteristik Null wieder χ_6 und χ_7 als Chararaktere erhält.
Mit gleichen Verfahren spaltet man die übrigen zweidimensionalen Räume auf. Zur Aufspaltung des dreidimensionalen Raumes siehe (2.76).

2.7 Lineare Charaktere

Ist eine Faktorgruppe (und der Homomorphismus auf diese) bekannt, so kann man alle irreduziblen Charaktere dieser Faktorgruppe natürlich zu Beginn berechnen, und damit bereits einige Charaktere erhalten. Für beliebige Faktorgruppen sind diese zwar oft nur mit dem hier beschriebenen Verfahren zu erhalten, anders sieht es jedoch aus, wenn wir die Kommutatorfaktorgruppe G/G' wählen. Diese ist abelsch, das Berechnen der Charaktertafel einer abelschen Gruppe ist jedoch sehr einfach. Da jeder eindimensionale Charakter gleich seiner Darstellung ist, eindimensionale Darstellungen aber stets kommutativ sind, muß G' im Kern jedes eindimensionalen Charakters liegen. Wir erhalten so also alle eindimensionalen Charaktere.

2.7.1 Charaktere abelscher Gruppen

Sei A eine abelsche Gruppe, $A = A_1 \times \cdots \times A_n$ die Zerlegung in die Elementarteilernormalform mit $A_i = \langle a_i \rangle$. Ist $|a_i| = m_i$, ε_i eine m_i-te primitive Einheitswurzel, so sind alle Darstellungen von A_i von der Form: $\phi\colon a_i \mapsto \varepsilon_i^e$ mit $e \in \mathbb{N}$ (dies sind m_i verschiedene Darstellungen, also alle), die Darstellungen von A erhält man dann durch Kombinieren aller möglichen Darstellungen für die a_i und Fortsetzung auf ganz A (auch hier rechnet man die Morphismuseigenschaft trivial nach, aus Ordnungsgründen folgt wiederum, das dies alle sind).

2.7.2 Tensorprodukte

Sind ψ, χ Charaktere von G, so ist das Tensorprodukt $\psi \cdot \chi$ wieder ein Charakter von G. Ist einer der Charaktere eindimensional, so bleibt dabei die Irreduzibilität erhalten:

(2.55) Lemma: Ist $\psi, \chi \in \mathrm{Irr}(G)$, $\psi(1) = 1$, dann ist $\psi \cdot \chi \in \mathrm{Irr}(G)$. Insbesondere ist das Tensorprodukt eindimensionaler irreduzibler Charaktere wieder ein irreduzibler eindimensionaler Charakter.
Beweis: Es ist

$$(\psi \cdot \chi, \psi \cdot \chi) = \frac{1}{|G|} \sum_{i=1}^{n} |K_i| (\psi \cdot \chi)(k_i) \overline{(\psi \cdot \chi)(k_i)} = \sum_{i=1}^{n} |K_i| \underbrace{\psi(k_i)\overline{\psi(k_i)}}_{=|\psi(k_i)|^2=1} \chi(k_i)\overline{\chi(k_i)} = (\chi, \chi).$$

Verwendet man nun, daß ein Charakter ξ genau dann irreduzibel ist, wenn $(\xi, \xi) = 1$ gilt, so folgt die Behauptung. □

(2.56) Folgerung: Die eindimensionalen Charaktere bilden also eine Gruppe mit dem Tensorprodukt als Verknüpfung. Diese Gruppe ist isomorph zu G/G'.

(2.57) Bemerkung: Ist ψ ein eindimensionaler Charakter, so induziert das Tensorieren mit ψ bei linearer Fortsetzung eine lineare Abbildung τ_ψ auf dem $\mathbb{C}^n$. Die Matrix dieser Abbildung bezüglich der Standardbasis (charakteristische Funktionen der Konjugiertenklassen) ist von der Form $\mathrm{diag}(\psi(k_1), \ldots, \psi(k_n))$. Insbesondere werden dabei die gradnormierten Charaktere wieder auf gradnormierte Charaktere abgebildet.

(2.58) Bemerkung: Wir können das Tensorieren auch als Operation auf den gradnormierten Charakteren, beziehungsweise auf Teilräumen, die von gradnormierten Charakteren aufgespannt werden, auffassen.

Als Konsequenz aus Lemma (2.58) mag man hoffen, durch das Tensorieren mit eindimensionalen Charakteren schnell zu weiteren irreduziblen Charakteren zu kommen. Dieser Schein trügt, wie das folgende Lemma zeigt:

(2.59) Lemma: Tensorieren mit eindimensionalen Charakteren bildet Charakterräume auf Charakterräume ab. Insbesondere kann die Aufspaltung in Charakterräume durch Tensorprodukte mit eindimensionalen Charakteren nicht verbessert werden.
Beweis: Sei V ein Charakterraum, der nach Aufspaltung mittels der Klassensummenmatrizen $M_2, \ldots, M_s$ (Ohne Beschränkung der Allgemeinheit, sonst Umnumerierung) erhalten wurde. Dann haben nach 2.3 die aufspannenden gradnormierten Charaktere $v_1, \ldots, v_t$ auf den Klassen 2 bis s denselben Wert. Durch Tensorieren mit einem eindimensionalen Charakter ψ erhält man offenbar einen Raum W, der von den Tensorprodukten $v_i \cdot \psi$, das heißt nach (2.58) von gradnormierten Charakteren, aufgespannt wird. Diese Charaktere haben nach Definition des Tensorprodukts auf den Klassen 2 bis s denselben Wert, konnten also bisher nicht weiter aufgespalten werden. Wäre der Charakterraum, der W enthält, echt größer als W, so erhielt man durch Tensorieren mit ψ^{-1} (beachte die Gruppeneigenschaft) einen Raum echt größer als V, der mit demselben Argument nicht feiner aufgespalten worden sein kann, Widerspruch. □

2.8 Die Gruppe der Charaktermorphismen

Im letzten Abschnitt haben wir gesehen, daß die eindimensionalen Charaktere eine Gruppe bilden, die die irreduziblen Charaktere permutiert. Wir wollen nun weitere solche Abbildungen studieren.

2.8.1 Die Operation der Galoisgruppe

In Bemerkung (1.24) wurde gezeigt, daß die Galoisgruppe $\mathcal{M}_e$ ($e = \exp G$) auf den irreduziblen Charakteren operiert und man diese Operation auch als Operation auf den Konjugiertenklassen auffassen kann. Dies ist für uns von besonderer Bedeutung, da wir die Galoismorphismen aus $\mathcal{M}_e = \mathrm{Gal}(\mathbb{Q}(\varepsilon_e), \mathbb{Q})$ im allgemeinen nicht als Abbildung über F_p auffassen können, und $\mathcal{M}_e$ daher nicht als Galoisgruppe auf Charakterräumen operieren kann. Bemerken wir der Vollständigkeit halber die Analogien zu (2.57), (2.58) sowie (2.59):

(2.60) Bemerkung: Die Galoisgruppe $\mathcal{M}_e$ operiert (als Gruppe von Klassenpermutationen) auf den gradnormierten Charakteren. Ist $\sigma \in \mathcal{M}_e$, so induziert σ eine lineare Abbildung γ_σ auf dem $\mathbb{C}^n$. Die Matrix dieser Abbildung bezüglich der Standardbasis ist eine Permutationsmatrix. Operation mit dieser Gruppe kann die Aufspaltung in Charakterräume nicht verbessern.
Beweis: Haben aufspannende gradnormierte Charaktere v und w den gleichen Wert auf der s-ten Klasse, so gilt dies auch für die Bilder unter der Galoisgruppe. Der Rest des Beweises folgt wie in (2.59). □

Um die Galoisgruppe verwenden zu können, muß daher ihre Operation auf den Klassen bekannt sein. Um die modular berechneten Charaktere nach $\mathbb{C}$ heben zu können ist nach 2.1.2.2 die Potenzabbildung auszurechnen. Aus dieser ist aber ersichtlich, welche Klassen den teilerfremden Potenzen einer Klasse entsprechen. Dies sind genau die galoiskonjugierten Klassen. Untersuchen wir für die Erzeuger von $\mathcal{M}_e$, wie die Klassen unter den entsprechenden Potenzen abbilden, so erhalten wir daraus demnach die Operation als Galoisgruppe auf den Klassen.

Fassen wir nun die beiden Sorten von Abbildungen zusammen:

(2.61) Definition: Die Gruppe $\mathcal{K} := \langle \tau_\psi, \gamma_\sigma \mid \psi \text{ eindim. Charakter}, \sigma \in \mathcal{M}_e \rangle$ heißt die *Gruppe der Charaktermorphismen*.

(2.62) Bemerkung: Charaktermorphismen bilden Charaktere wieder auf Charaktere desselben Grades ab.

Zur Struktur dieser Gruppe bemerken wir:

(2.63) Lemma: Sei $T := \langle \tau_\psi \rangle$, $A := \langle \gamma_\sigma \rangle$. Dann ist $\mathcal{K}$ semidirektes Produkt $A \ltimes T$.
Beweis: Konjugiert man eine Diagonalmatrix mit einer Permutationsmatrix, so erhält man eine (permutierte) Diagonalmatrix. Also ist $T \trianglelefteq \mathcal{K}$. Weiterhin ist nach Definition $\mathcal{K} = \langle T, A \rangle$. Da offenbar (diagonale Permutationsmatrizen sind die Einheitsmatrix) $T \cap A = \{1\}$ gilt, folgt die Behauptung. □

(2.64) Bemerkung: Wir können also davon ausgehen, daß jedes Element aus $\mathcal{K}$ aus einem Tensoranteil und einem Galoisanteil besteht. Die Operation soll so vonstatten gehen, daß zunächst der Galoisanteil operiert.

(2.65) Folgerung: Als semidirektes Produkt zweier abelscher Gruppen ist $\mathcal{K}$ auflösbar. Es empfiehlt sich daher zum *Rechnen* in $\mathcal{K}$ zunächst eine PAG-Präsentation zu bestimmen.

Zur Operation der Charaktermorphismen auf den irreduziblen Charakteren bemerken wir, daß sich (2.59) und (2.60) übertragen. Wir geben noch eine gruppentheoretische Formulierung dieses Sachverhaltes:

(2.66) Folgerung: Faßt man jeweils die aufspannenden Charaktere eines Charakterraumes zusammen, so erhält man ein Blocksystem für die Operation von $\mathcal{K}$ auf den irreduziblen Charakteren.
Beweis: In (2.59) und (2.60) wurde gerade das Kriterium aus (1.43) nachgerechnet. □

(2.67) Folgerung: Dies besagt insbesondere auch , daß die Bilder eines Charakterraumes unter einer Klassensummenmatrix genauso aufspalten, wie der Raum selber. Wir brauchen daher jeweils nur einen Bahnrepräsentanten aufzuspalten. Dies verringert allerdings *nicht* den Aufwand zur Berechnung der Klassensummenmatrizen: Das Bild eines Raumes unter einem Charaktermorphismus hat (zumindestens ließe sich dies bei einer geeigneten Durchführung der Gaußelimination erreichen) dieselben aktiven Spalten wie der Raum selbst (für Tensorprodukte folgt dies trivial, für Galoismorphismen aus der Tatsache, daß statt einer Spalte ebenso eine Galoiskonjugierte aktiv sein könnte).

(2.68) Folgerung: Testet man, ob das Bild eines Charakterraumes unter der Galoisgruppe mit einem anderen Charakterraum gleich ist, so genügt es offenbar, die Enthaltenheit *eines* (nichttrivialen) Bildvektors zu testen.

(2.69) Bemerkung: Hat man Charaktere aus anderen Quellen bereits erhalten (zum Beispiel aus Permutationscharakteren), so liefert die Operation von $\mathcal{K}$ bisweilen weitere Charaktere (die man aber meist auch aus derselben Quelle erhält). Im Falle des kombinatorischen Aufspaltens nach (2.6.1) genügt es aber zum Beispiel die Aufspaltung nur für einen Raum aus einer Bahn durchzuführen: Das Berechnen von Bildern ist weniger aufwendig als ein kombinatorischer Aufspaltungsversuch. Insbesondere müssen dann $[\mathcal{K} : \mathrm{Stab}_{\mathcal{K}}(V)]$ weitere Charaktere denselben Grad besitzen, so daß man auch die bessere Abschätzung (2.53) verwenden kann.

2.8.2 Bahnen auf (gradnormierten) Charakteren

Wir haben gesehen, daß die Aufspaltung mittels der Operation von $\mathcal{K}$ nicht verbessert werden kann. Betrachten wir daher nun die Operation von $\mathcal{K}$ auf einzelnen Charakterräumen:
Sei V ein Charakterraum, $S := \mathrm{Stab}_{\mathcal{K}}(V)$. Dann permutiert S die aufspannenden (gradnormierten) Charaktere von V.

(2.70) Lemma: Seien V, S wie oben definiert. Sei $I := \{x \in V | xs = x \text{ für alle } s \in S\}$. Dann macht S auf den aufspannenden gradnormierten Charakteren $\dim I$ Bahnen.
Beweis: Ist B eine S-Bahn gradnormierter Charaktere, so ist $b := \sum_{v \in B} v$ unter der Operation von S invariant, also $b \in I$.
Sei umgekehrt $b \in I$. Da $b \in V$ ist es als Linearkombination der aufspannenden Charaktere darstellbar: $b = \sum_{i=1}^{m} a_i v_i$. Sind v_i und v_j in einer Bahn unter S, so existiert $\mu \in S$ mit $v_i \mu = v_j$. Da $b \in I$ ist $b = b\mu = \sum_{i=1}^{m} a_i v_i \mu$. Koëffizientenvergleich liefert dann, daß $a_i = a_j$ gelten muß. Folglich ist $a_i = const.$ für v_i aus einer Bahn, also ist b als Linearkombination von Bahnsummen darstellbar. Aufgrund der linearen Unabhängigkeit der Charaktere sind auch Bahnsummen verschiedener Bahnen linear unabhängig. Sie bilden daher eine Basis von I. □

Bei der Berechnung des Stabilisators S können die folgenden beiden Bemerkungen nützlich sein:

(2.71) Lemma: Seien V Charakterraum und $W \leq V$ ein durch Aufspaltung desselben erhaltener (Teil)charakterraum. Dann ist $\mathrm{Stab}_{\mathcal{K}}(W) \leq \mathrm{Stab}_{\mathcal{K}}(V)$.
Beweis: Ist $x \in \mathcal{K} \setminus \mathrm{Stab}_{\mathcal{K}}(V)$. Da die aufspannenden Charaktere nach (2.66) einen Block bilden, ist $V \cap V^x = \{0\}$. Also muß ebenfalls $W \cap W^x = \{0\}$ sein, woraus $x \notin \mathrm{Stab}_{\mathcal{K}}(W)$ folgt. □

(2.72) Folgerung: Ist $V = W \oplus X$ eine Zerlegung in Charakterräume, wobei X unter $\mathrm{Stab}_{\mathcal{K}}(V)$ invariant ist, dann ist $\mathrm{Stab}_{\mathcal{K}}(W) = \mathrm{Stab}_{\mathcal{K}}(V)$.
Beweis: Ist $x \in \mathrm{Stab}_{\mathcal{K}}(V)$, so ist W^x ein Charakterraum, der mit X trivial schneidet. □

Diese Folgerung läßt sich zum Beispiel in dem Falle anwenden, wenn man aus anderer Quelle Charaktere erhalten und gemäß (2.69) deren Abschluß unter $\mathcal{K}$ gebildet hat. Diese Charaktere müssen dann aus den aufzuspaltenden Räumen „herausprojiziert“ werden, dabei bleiben dann die Stabilisatoren gleich.

2.8.3 Räume aus einer Bahn

Wird ein Charakterraum V von gradnormierten Charakteren aufgespannt, die in einer Bahn unter der Operation von S liegen, so können wir bereits einiges über die Aufspaltung des Raumes aussagen:

(2.73) Bemerkung: Wird V in kleinere Räume aufgespalten, so liegen diese wieder in einer Bahn unter S. Insbesondere haben sie (der Schnitt ist stets trivial) die gleiche Dimension. Folglich muß ihre Anzahl die Dimension von V teilen. Ist $\dim V$ eine Primzahl, so muß die Aufspaltung vollständig sein.

Ist ein gradnormierter Charakter v bekannt, so lassen sich die übrigen mittels des Bahnensatzes leicht ermitteln: Sei $H := \mathrm{Stab}_S(v)$. Dann erhält man die Elemente der Bahn durch Operation mit einem Repräsentantensystem der Nebenklassen $H\backslash S$ auf v. Weiterhin erhält man die Stabilisatoren der übrigen gradnormierten Charaktere durch Konjugation von H mit den entsprechenden Nebenklassenvertretern. Setzt man $E := \bigcap_{x \in S} H^s$, so stabilisiert E also alle aufspannenden gradnormierten Charaktere, da die Operation von $\mathcal{K}$ linear ist, also den ganzen Raum punktweise. (Umgekehrt stabilisiert der punktweise Raumstabilisator insbesondere auch alle aufspannenden Charaktere. Er ist also in H^x für alle Nebenklassenvertreter x aus $H\backslash S$ enthalten, also auch in E.)
Also ist $E = \{g \in S | xg = x \text{ für alle } x \in V\}$, was sich ohne die Aufspaltung zu kennen bereits berechnen läßt. Ist nun $H \trianglelefteq S$, so ist also $E = H$. Auch dies läßt sich a priori feststellen, da dann $[S : E] = \dim V$ gilt.

(2.74) Bemerkung: Dies ist zum Beispiel der Fall, wenn S abelsch ist, was man zum Beispiel erzwingen könnte, indem man S mit T schneidet, sofern der Raum dann noch aus einer Bahn besteht.

Im folgenden soll nun die Güte der Aufspaltung des Raumes mittels der Matrix M_r betrachtet werden. Hierbei nehmen wir an, daß wir aufgrund des Kriteriums aus (2.14) bereits wissen, daß eine Aufspaltung stattfinden wird.
Nehmen wir zunächst einmal an, daß r unter der Galoisgruppe fest sei (wir erinnern an das Ergebnis aus 2.4.5, wonach solche Matrizen bevorzugt ausgerechnet werden). Weiter sei v ein gradnormierter Charakter aus der Bahn von $\mathcal{K}$. Dann erhält man die Eigenwerte der Aufspaltung, das heißt die Werte der gradnormierten Charaktere auf der r-ten Klasse aus dem r-ten Eintrag des Tensoranteils der Nebenklassenvertreter von $H\backslash S$ (da r unter der Galoisgruppe fix ist, kann nur dieser operieren) indem wir mit diesen auf der r-ten Komponente von v operieren. Diese kann nicht 0 sein, da wir sonst immer Null erhielten, und dann keine Aufspaltung vorläge. Folglich erhalten wir soviele verschiedene Werte, wie der Tensoranteil verschiedene Werte hat. Dies wiederum läßt sich feststellen, ohne v zu kennen.

(2.75) Bemerkung: Hierfür genügt im übrigen die Kenntnis $E\backslash S$: Wir erhalten jedes Repräsentantensystem von $E\backslash S$ als Produkt der Repräsentanten aus $E\backslash H$ und $H\backslash S$. Erstere liegen aber in H, das heißt, sie lassen nach Definition v fix. Also können sie insbesondere den Wert auf der r-ten Klasse nicht verändern, wir erhalten also aus $E\backslash S$ genausoviele Werte wie aus $H\backslash S$. Insbesondere kann man auch $E = \langle 1 \rangle$ setzen, und für alle Gruppenelemente diese Untersuchung durchführen.

Ist r nicht unter der Galoisgruppe fest, so sind zwei Fälle zu unterscheiden:

a) Die Werte aller aufspannenden v sind auf der zu r gehörigen rationalen Klasse konstant, das heißt, $v\gamma = v$ für alle $\gamma \in A$. Es ist also $E \supseteq A$. In diesem Fall können wir so verfahren, als ob r fix sei.

b) Es gibt ein aufspannendes v, das auf der zu r gehörigen rationalen Klasse verschiedene Werte annimmt. Seien $w_1, \ldots, w_s$ diese Werte. (Auch hier kann nicht ein w_i Null sein, da dann alle w_i Null wären, und man dann wiederum keine Aufspaltung bekäme.) Wir erhalten dann als Werte auf der r-ten Klasse Zahlen der Form $w_i\lambda_j$, wobei man die λ_j aus den r-ten Komponenten der entsprechenden Tensoranteile erhält. Da jedoch nicht bekannt ist, welche Werte die w_i haben, besteht die Möglichkeit, daß verschiedene der Produkte gleich sind. Man kann lediglich sicher sein, daß man mindestens so viele verschiedene Werte erhält, wie es verschiedene Einträge in der r-ten Komponente der Tensoranteile man maximal verschiedene λ_j erhält. Zusätzlich kann man noch verwenden, daß (wie unter (2.73) bereits bemerkt) die Anzahl der aufgespaltenen Räume ein Teiler von $\dim V$ sein muß, man die Abschätzung durch das Maximum also möglicherweise verbessern kann.

Auch in diesen Fällen kann man wieder mit (2.75) argumentieren, daß es genügt, Nebenklassenvertreter von E zu kennen.

2.8.4 Räume aus mehreren Bahnen

Wenn ein Raum aus mehreren Bahnen besteht, so kann man weniger über seine Aufspaltung aussagen: Wir können zwar mittels derselben Methoden wie im letzten Abschnitt untere Schranken für die Aufspaltung angeben (diese gälten bereits für den Raum, der von *einem* der Orbits erzeugt wird), dann nehmen wir aber implizit an, daß die Räume, die wir aus den übrigen Orbits erhalten, mit den gezählten Räumen verbunden bleiben (was man nicht ausschließen kann). Ein interessanter Sonderfall sind jedoch Räume, die aus genau zwei Bahnen bestehen.

2.8.4.1 Räume aus zwei Bahnen

Der (zur Ermittlung der Orbitzahl bereits berechnete) Invariantenraum I, der von den Bahnen von $\mathcal{K}$ aufgespannt wird, ist zweidimensional. Die gefundene Basis ist willkürlich, nach (2.70) existiert für I aber eine ausgezeichnete Basis in Gestalt der Bahnsummen. Diese erfüllen aus (2.51) folgende Bedingungen: Sei S Bahnsumme von m Charakteren.

1. Nach (2.62) haben alle Charaktere aus einer Bahn denselben Grad. Der „Grad“ der Bahnsumme muß also das m-fache eines Teilers der Gruppenordnung sein.
2. Da irreduzible Charaktere orthonormal sind, sind Bahnsummen zu verschiedenen Bahnen orthogonal. Außerdem ist dann die Norm: $(S, S) = m$.
3. Aufgrund der Linearität des Frobenius-Schur-Indikators ist $\nu_2(S) \in \{-m, \ldots, m\}$.
4. Mit der Dreiechsungleichung folgt: $|S(g)| \leq |S(1)|$ für alle $g \in G$. Hierbei beachten wir, daß auch Bahnsummen Charaktere sind, nach (2.12) also ebenfalls nach $\mathbb{C}$ gehoben werden können.

Mit Hilfe dieser notwendigen Bedingungen ist es aber nun möglich, wie in 2.6.1 den Raum der Bahnsummen aufzuspalten, indem man zusätzlich für alle möglichen Bahnlängen und alle erlaubten Charaktergrade den dort beschriebenen Ansatz auswertet. Dabei genügt es, eine Bahnlänge anzusetzen, da sich die andere aus der Raumdimension ergibt. Ebenfalls genügt es aus Symmetriegründen (Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wählen wir die kürzere Bahn aus) diese Bahnlänge maximal gleich halber Raumdimension zu setzen.
Erhält man hierbei eine Bahnsumme aus einem Charakter, so ist diese offenbar ein irreduzibler Charakter. Den von den übrigen Charakteren aus diesem Charakterraum aufgespannten Raum (der dann aus einer Bahn besteht) erhält man als orthogonales Komplement bezüglich des Skalarproduktes $(\cdot, \cdot)$ der Charaktere, und braucht nur diesen noch aufzuspalten.

(2.76) Beispiel: In Fortsetzung von (2.54) betrachten wir den dreidimensionalen Charakterraum $\langle \chi_8, \chi_9, \chi_{10} \rangle$. Offenbar ist χ_8 rational, aber χ_9 und χ_{10} bilden eine Bahn unter der Galoisgruppe. Berechnen wir den Invariantenraum des einzigen auf diesem Raum nicht trivialen Galoismorphismus, so erhalten wir folglich den von

$$\begin{array}{lrrrrrrrrrrrrrrrr} v_1 & = (& 1, & 0, & 215, & 0, & 0, & 0, & 446, & 0, & 0, & 66, & 66, & 0, & 0, & 595, & 595 &) \\ v_2 & = (& 0, & 1, & 83, & 0, & 0, & 0, & 578, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 &) \end{array} \quad \text{und}$$

erzeugten zweidimensionalen Raum. Als einzig mögliche kleinere Bahnlänge ist 1 zu betrachten. Hierfür sind nach (2.6.2) die Charaktergrade $d = \in \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 12, 15\}$ möglich. Die komplementäre Bahnsumme muß entsprechend aus Charakteren von Grad kleiner 12 bestehen. Die quadratische Gleichung für a_1:

$$a_1^2 + 77 - \frac{6}{d^2} = 0$$

hat nur für $d \in \{4, 6, 10, 12\}$ eine Lösung. Dies liefert $a_1 \in \{25, 95, 132, 173, 488, 529, 566, 636\}$. Hiervon verbleiben nach dem Test auf den Frobenius-Schur-Indikator lediglich 132 und 529 mit den dazugehörigen Vektoren:

$$\begin{array}{lrrrrrrrrrrrrrrrr} \varphi_1 & = (& 10, & 651, & 659, & 0, & 0, & 0, & 2, & 0, & 0, & 660, & 660, & 0, & 0, & 1, & 1 &) \\ \varphi_2 & = (& 10, & 651, & 2, & 0, & 0, & 0, & 659, & 0, & 0, & 660, & 660, & 0, & 0, & 1, & 1 &). \end{array} \quad \text{und}$$

Hierzu gehören die Werte 595, bzw. 66 für a_2. In beiden Fällen ergibt sich Grad 20 für die komplementäre Bahnsumme. Ebenfalls ergibt sich in beiden Fällen der erlaubte Wert 659=-2 für den Frobenius-Schur Indikator.

Versucht man nun die Charaktere nach $\mathbb{C}$ zu heben, so ergäbe sich aus φ_2 ein Charakter von Grad 10, der auf der dritten Klasse den Wert 422*E(3) besäße, was offenbar im Widerspruch zu $|\chi(g)| \leq |\chi(1)|$ steht. Damit verbleibt φ_1 als Lösung, und man erhält

$$(20, -20, 2, 0, 0, 0, -2, 0, 0, -2, -2, 0, 0, 2, 2)$$

als komplementäre Bahnsumme.
Da der erste Charakter Summe eines einzigen irreduziblen Charakters ist, kann er als irreduzibler Charakter verwendet werden. Der übriggebliebene zweidimensionale Raum kann wiederum wie bekannt aufgespalten werden.

2.9 Berechnung der Eigenwerte

Hat man die (möglicherweise teilweise) Klassensummenmatrix M_r bestimmt, so benötigt man zur Ermittlung der Eigenvektoren zunächst die Eigenwerte. Diese bekommt man für gewöhnlich als Nullstellen des Minimalpolynoms, bzw. Vielfacher davon wie des charakteristischen Polynoms. Um diese zu erhalten gibt es gemeinhin zwei Verfahren: Berechnet man $\det(M_r - xE)$ so erhält man per Definition das charakteristische Polynom; das Minimalpolynom ergibt sich durch Anwendung des Elementarteileralgorithmus auf $M_r - xE$. Beide Verfahren sind — insbesondere für größere Matrizen — sehr rechenaufwendig. Zur Berechnung der Determinante sind zum Beispiel $\frac{n(n-1)}{2}$ Schritte nötig, um die Matrix auf Dreiecksform zu transformieren. Jeder dieser Schritte besteht dabei aus Multiplikation zweier Zeilen mit einem Polynom sowie aus dem Aufsummieren der beiden Produktzeilen. Noch aufwendiger ist ein Elementarteileralgorithmus.
Als weiteres Verfahren kann man gemäß der Definition eines Eigenwertes natürlich sämtliche Elemente des endlichen Körpers F auf diese Eigenschaft durchprobieren, das heißt versuchen, das homogene Gleichungssystem zur Matrix $M_r - fE$ ($f \in F$) zu lösen. Als Vorzug lieferte dieses Verfahren dabei direkt die Eigenvektoren, die sonst noch berechnet werden müßten. Dafür steigt auch hier der Aufwand schnell ins Unerträgliche, es wären oftmals mehrere tausend Gleichungssysteme zu lösen.

Im folgenden soll daher ein weiteres (teilweise probabilistisches) Verfahren zur Ermittlung der Eigenwerte vorgestellt werden, welches von John Dixon [Dix90] für diesen Zweck vorgeschlagen wurde:
Sei F ein Körper und $A \in F^{n\times n}$. Dann operiert A bezüglich einer Basis als lineare Abbildung α auf dem Zeilenraum $V := F^n$. Sei $0 \neq v$ ein Vektor aus V. Als *Krylow-Sequenz* von v bezeichnen wir die Folge $v, v\alpha, v\alpha^2, \ldots$. Sie wird nach $l \leq n$ Schritten linear abhängig, das heißt es existieren $a_0, \ldots, a_{l-1} \in F$ nicht alle gleich Null mit $0 = \sum_{i=0}^{l-1} a_i v\alpha^i = v\sum_{i=0}^{l-1} a_i\alpha^i = vf(\alpha)$, wobei $f\colon x \mapsto \sum_{i=0}^{l-1} a_i x^i$ sei. Dann ist folglich f Minimalpolynom der Einschränkung von α auf den von v unter α erzeugten zyklischen Teilraum $W = \langle v\rangle_\alpha \leq V$. Nehmen wir weiterhin an, daß f in Linearfaktoren zerfällt (was aufgrund der Diagonalisierbarkeit der einzelnen Matrizen in unserem Fall gegeben ist), so liegt W nach 1.7 im Erzeugnis derjenigen Haupträume von (V, α), welche Vektoren enthalten, aus denen v in einer der Hauptraumzerlegung angepaßten Basis zusammengesetzt ist.
Betrachtet man nun $\alpha_{|W}$, so sind die Haupträume von $(W, \alpha_{|W})$ offenbar der Schnitt von W mit Haupträumen von V. Insbesondere dürfen diejenigen Haupträume, die zum Erzeugen von v benötigt werden, W nicht trivial schneiden.
Als Folgerung erhält man, daß — sofern v nicht im Erzeugnis nur *einiger* Haupträume liegt — *alle* Eigenwerte von α bereits Nullstellen von f sind. Wählt man ein zufälliges v, so ist diese Bedingung fast immer gegeben.
Zum Berechnen des Minimalpolynoms f von (v, α) kann man beginnen, die Krylow-Sequenz zu berechnen, und für jeden neuen Vektor testen, ob dieser im Erzeugnis der vorherigen liegt. Die

entsprechenden Koëffizienten sind dann die Koëffizienten von f. In unserem Fall mit $|F| = p$ läßt sich dieser Schritt aber durch eine weitere Reduktion nochmals vereinfachen:
Wir wählen einen weiteren zufälligen Vektor $0 \neq w \in V$, bilden das Standardskalarprodukt dieses Vektors mit den ersten $2n$ Gliedern (nach (2.80) genügt dies zur Bestimmung des Minimalpolynoms) der Krylow-Sequenz und erhalten so eine Sequenz $m_0, \ldots, m_{2n}$. Offenbar erfüllt diese Folge aufgrund der Bilinearität des Skalarproduktes eine Rekurrenzbedingung mit dem Polynom f, ist also eine homogen linear rekursive Folge über p. Für diese kann man ebenfalls das Minimalpolynom $g = \sum a_i x^i$ bestimmen, was nach (1.63) Teiler von f ist. Insbesondere existiert für dieses Problem ein recht effizienter Algorithmus, der unten 2.9.1 erklärt wird.
Nach Definition des Minimalpolynoms ist dann $0 = \sum_i a_i(v\alpha^i, w) = (\sum_i a_i v\alpha^i, w)$. Ist g ein echter Teiler von f, so ist folglich (beachte, daß v nicht in einigen Haupträumen liegt) $0 \neq \sum_i a_i v\alpha^i =: u$, also $w \perp u$. Hat man also $w \notin \bigcup_{h|f} \langle vh(\alpha)\rangle^\perp =: W$, so ist also (bis auf Normierung) $g = f$. Jeder echte Teiler von f ist das Produkt von irreduziblen Faktoren von f, es gibt also (es gibt maximal $\deg f$ solche Faktoren) $2^n - 2$ echte Teiler $\neq 0$. Insbesondere ist W als Vereinigung von maximal $2^n - 2$ *echten* Teilräumen (dies aufgrund der Nichtausgeartetheit des Standardskalarprodukts) nicht ganz V, falls $p = |F|$ größer/gleich $2^n - 2$ ist (was sich durch entsprechende Wahl von p offenbar erreichen läßt) (nach (1.51)), es gibt also Vektoren w für die die Bedingung erfüllt wird. In der Praxis stellt sich heraus, daß bei zufälliger Wahl von v und w nahezu immer alle Eigenwerte erhalten werden.

2.9.1 Der Algorithmus von Berlekamp und Massey

Sei s_i eine HLRF, außerdem sei bekannt, daß das Minimalpolynom maximal von Grad k ist. Sei $G = \sum_{i=0}^{\infty} s_i x^i$ die erzeugende Funktion von s. Für $j = 0, 1, \ldots$ definiere rekursiv Polynome $g_j, h_j \in F[x]$ sowie Zahlen $m_j \in \mathbb{Z}$, $b_j \in F$:

$$g_0 := 1, \quad h_0 := x, \quad m_0 := 0 \tag{2.77}$$

Sei b_j der Koëffizient von x^j in $g_j G$. Setze

$$g_{j+1}(x) := g_j(x) - b_j h_j(x) \tag{2.78}$$

$$h_{j+1}(x) := \begin{cases} b_j^{-1} x g_j(x) & \text{wenn } b_j \neq 0 \text{ und } m_j \geq 0, \\ x h_j(x) & \text{andernfalls,} \end{cases} \tag{2.79}$$

$$m_{j+1} := \begin{cases} -m_j & \text{wenn } b_j \neq 0 \text{ und } m_j \geq 0, \\ m_j + 1 & \text{andernfalls.} \end{cases}$$

(2.80) Satz: ([LN83])
Setzt man $r := \lfloor n + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} m_{2n} \rfloor$, so ist $\mu(x) := x^r g_{2k}(\frac{1}{x})$ das Minimalpolynom von s. Insbesondere ist das Minimalpolynom durch die ersten $2k$ Glieder von s bestimmt, man kann daher zur praktischen Berechnung G durch das Polynom

$$G_{2k-1} = \sum_{i=0}^{2k-1} s_i x^i$$

ersetzen.
Beweis: Zunächst gilt:

$$\deg(g_j) \leq \frac{1}{2}(j + 1 - m_j), \qquad \deg(h_j) \leq \frac{1}{2}(j + 2 + m_j). \tag{2.81}$$

Für $j = 0$ ist die Aussage nach (2.77) offensichtlich wahr. Sei nun $j \in \mathbb{N}$ derart, daß die Aussage für j wahr ist. Nach (2.78) ist dann falls $b_j = 0$ und $m_j \geq 0$:

$$\begin{aligned} \deg(g_{j+1}) &\leq \max\left(\deg(g_j), \deg(h_j)\right) \leq \tfrac{1}{2}(j+2+m_j) = \tfrac{1}{2}(j+2-m_{j+1}) \\ \deg(h_{j+1}) &= 1 + \deg(g_j) \leq 1 + \tfrac{1}{2}(j+1-m_j) = \tfrac{1}{2}(j+3+m_{j+1}) \end{aligned}$$

Im anderen Fall ist $b_j = 0$ oder $m_j < 0$, also $m_{j+1} = 1 + m_j$ und

$$\begin{aligned} \deg(g_{j+1}) &= \deg(g_j - b_j h_j) \\ &\leq \begin{cases} \deg(g_j) & \text{falls } b_j = 0, \\ \max(\tfrac{1}{2}(j+1-m_j), \tfrac{1}{2}(j+2+m_j)) \leq \tfrac{1}{2}(j+1-m_j) & \text{falls } m_j < 0 \end{cases} \\ &\leq \tfrac{1}{2}(j+1-m_j) = \tfrac{1}{2}(j+2-m_{j+1}) \\ \deg(h_{j+1}) &= 1 + \deg(h_j) \leq 1 + \tfrac{1}{2}(j+2+m_j) \leq \tfrac{1}{2}(j+4+m_j) = \tfrac{1}{2}(j+3+m_{j+1}) \end{aligned}$$

woraus (2.81) folgt. Des weiteren ist

(2.82) $$|m_j| \leq j$$

was für $j = 0$ trivial ist, sonst aufgrund

$$|m_{j+1}| \leq \max(|-m_j|, |m_j + 1|) \leq |m_j| + 1$$

unmittelbar per Induktion folgt. Definieren wir außerdem noch Polynome $u_j, v_j \in F[x]$ vermöge

(2.83) $$u_0 := 0, \quad v_0 := -1$$

(2.84) $$u_{j+1}(x) := u_j(x) - b_j v_j(x)$$

(2.85) $$v_{j+1}(x) := \begin{cases} b_j^{-1} x u_j(x) & \text{wenn } b_j \neq 0 \text{ und } m_j \geq 0, \\ x v_j(x) & \text{andernfalls,} \end{cases}$$

so folgt mit analogem Argument, daß

(2.86) $$\deg(u_j) \leq \tfrac{1}{2}(j-1-m_j), \qquad \deg(v_j) \leq \tfrac{1}{2}(j+m_j)$$

gilt. Mit (2.82) folgt dann insbesondere, daß

$$\deg(u_j) \leq \tfrac{1}{2}(j-1-m_j) \leq \tfrac{1}{2}(j-1+|m_j|) \leq \tfrac{1}{2}(j-1+j) = j + \tfrac{1}{2}$$

ist. Wegen $\deg(u_j) \in \mathbb{Z}$ ist folglich

(2.87) $$\deg(u_j) \leq j - 1.$$

Wir wollen nun zeigen, daß die beiden folgenden Kongruenzen gelten:

(2.88) $$\begin{aligned} g_j(x)G(x) &\equiv u_j(x) + b_j x^j \pmod{x^{j+1}} \\ h_j(x)G(x) &\equiv v_j(x) + x^j \pmod{x^{j+1}}. \end{aligned}$$

Beweis: Für $j = 0$ ist diese Aussage nach Definition von b_0 wahr:

$$\begin{aligned} g_0(x)G(x) = G(x) &\equiv b_0 x^0 \pmod{x^1} \\ h_0(x)G(x) = xG(x) &\equiv -1 + 1 \equiv 0 \pmod{x^1}. \end{aligned}$$

Ist j nur dergestalt, daß (2.88) für j wahr ist, dann ist

$$\begin{aligned} g_{j+1}(x)G(x) &= g_j(x)G(x) - b_j h_j(x)G(x) \\ &\equiv u_j(x) + b_j x^j + c_j x^{j+1} - b_j(v_j(x) + x^j + d_j x^{j+1}) \\ &\equiv u_{j+1}(x) + e_j x^{j+1} \pmod{x^{j+1}} \end{aligned}$$

wobei $c_j, d_j, e_j \in F$ geeignet gewählt seien. Da wegen (2.87) $\deg(u_{j+1}) \leq j$ ist, ist e_j der Koëffizient von x^{j+1} in $g_{j+1}(x)G(x)$, also $e_j = b_{j+1}$ woraus die erste Kongruenz folgt. Zum Beweis der zweiten Kongruenz betrachte zunächst den Fall, daß $b_j \neq 0$ und $m_j \geq 0$. Dann ist

$$\begin{aligned} h_{j+1}(x)G(x) &= b_j^{-1} x g_j(x)G(x) \\ &\equiv b_j^{-1} x u_j(x) + b_j^{-1} b_j x x^j + \hat{c}_j b_j^{-1} x x^{j+1} \\ &\equiv v_{j+1} + x^{j+1} + \hat{c}_j b_j^{-1} x^{j+2} \equiv v_{j+1} + x^{j+1} \pmod{x^{j+2}} \end{aligned}$$

mit geeignetem $\hat{c}_j$und andernfalls

$$\begin{aligned} h_{j+1}G(x) &= x h_j(x)G(x) \\ &\equiv x v_j(x) + x x^j + \tilde{c}_j x x^{j+1} \\ &\equiv v_{j+1}(x) + x^{j+1} \pmod{x^{j+2}} \end{aligned}$$

mit $\tilde{c}_j$ geeignet, was die zweite Kongruenz liefert. △

Als zweites Hilfslemma zeigen wir:

(2.89) $$h_j(x)u_j(x) - g_j(x)v_j(x) = x^j \qquad (j \geq 0).$$

Beweis: Für $j = 0$ ist die Aussage trivial, ansonsten folgt sie wegen

$$\begin{aligned} & h_{j+1}(x)u_{j+1}(x) - g_{j+1}(x)v_{j+1}(x) \\ = & \begin{cases} b_j^{-1} x g_j(x)(u_j(x) - b_j v_j(x)) - (g_j(x) - b_j h_j(x)) b_j^{-1} x u_j(x) & \text{falls } b_j \neq 0 \text{ und } m_j \geq 0 \\ x h_j(x)(u_j(x) - b_j v_j(x)) - x v_j(x)(g_j(x) - b_j h_j(x)) & \text{sonst} \end{cases} \\ = & x(h_j(x)u_j(x) - g_j(x)v_j(x)) \end{aligned}$$

per Induktion. △

Sei nun $\mu \in F[x]$ das Minimalpolynom der HLRF und es gelte $\deg(\mu) \leq k$, sei s das reziproke Minimalpolynom. Dann ist $s(0) = 1$ aufgrund der Normierung und $\deg(s) \leq k$. Weiterhin existiert nach (1.59) ein $t \in F[x]$ mit $s(x)G(x) = t(x)$ und $\deg(t) \leq \deg(\mu) - 1 \leq k - 1$. Wegen (2.88) ist dann:

$$\begin{aligned} h_j(x)t_(x) - s(x)v_j(x) &= s(x)(h_j(x)G(x) - v_j(x)) \\ &\equiv s(x)x^j \equiv x^j \pmod{x^{j+1}}, \end{aligned}$$

also existiert ein $U_j \in F[x]$ mit

(2.90) $$\begin{aligned} U_j(0) &= 1 \\ h_j(x)t(x) - s(x)v_j(x) &= x^j U_j(x). \end{aligned}$$

Analog folgt die Existenz eines $V_j \in F[x]$ mit

(2.91) $$g_j(x)t(x) - s(x)u_j(x) = x^j V_j(x).$$

Betrachtet man nun den Fall $j = 2k$, so erhält man aus (2.81) und (2.86) zunächst:

$$\deg(h_{2k}t) \leq \frac{1}{2}(2k + 2 + m_{2k}) + k - 1 = 2k + \frac{1}{2}m_{2k}$$

und

$$\deg(sv_{2k}) \leq k + \frac{1}{2}(2k + m_{2k}) = 2k + \frac{1}{2}m_{2k}$$

und folglich:

$$\deg(h_{2k}u - sv_{2k}) \leq 2k + \frac{1}{2}m_{2k}.$$

Andererseits folgt aus (2.90):

$$\deg(h_{2k}u - sv_{2k}) = \deg(x^{2k}U_{2k}) \geq 2k,$$

folglich muß $m_{2k} \geq 0$ gelten. Ebenso folgt aus (2.81) und (2.86), daß

$$\deg(g_{2k}t), \deg(su_{2k}) \leq 2k - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}m_{2k}$$

ist. Mit (2.91) folgt also:

$$\deg(x^{2k}V_{2k}) = \deg(g_{2k}t - su_{2k}) < 2k$$

was nur möglich ist, wenn V_{2k} das Nullpolynom ist. Wir erhalten also

$$g_{2k}(x)t(x) = s(x)u_{2k}(x).$$

Multipliziert man (2.90) mit g_j für $j = 2k$, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} h_{2k}(x)g_{2k}(x)t(x) &- s(x)g_{2k}(x)v_{2k}(x) \\ &= s(x)(h_{2k}(x)u_{2k}(x) - g_{2k}(x)v_{2k}(x)) = x^{2k}U_{2k}(x)g_{2k}(x) \end{aligned}$$

woraus mit (2.89) $s(x) = U_{2k}(x)g_{2k}(x)$ folgt. Dies impliziert wiederum $t(x) = U_{2k}(x)u_{2k}(x)$. Da aber s das reziproke Minimalpolynom ist, sind s und t relativ prim (wäre dies nicht so, so würde ein Polynom von kleinerem Grad auch die Beziehung in (1.59) erfüllen, wäre gemäß diesem Satz also ebenfalls ein reziprokes charakteristisches Polynom von kleinerem Grad). Da beide von U_{2k} geteilt werden, muß U_{2k} Einheit, also konstantes Polynom sein, woraus wegen $U_{2k}(0) = 1$ folgt, daß $U_{2k}(x) = 1$ ist. Somit gilt $s(x) = g_{2k}(x)$ und $t(x) = u_{2k}(x)$. Ist $\deg(\mu) = k$, so folgt:

$$\mu(x) = x^k s\left(\frac{1}{x}\right) = x^k g_{2k}\left(\frac{1}{x}\right)$$

Ist dagegen $\deg(\mu) = l \leq k$, dann gilt $s(x) = g_{2l}(x)$, $t(x) = u_{2l}(x)$ und $m_{2t} \geq 0$. Da nach (1.59) $\deg(t) < l$ ist, folgt, daß $\max(\deg(s), 1 + \deg(t)) = \deg(s) = \deg \mu l$ gilt.
Aus (2.81) und (2.86) erhält man nun:

$$l = \max(\deg(g_{2l}), 1 + \deg(u_{2l})) \leq l + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}m_{2l},$$

woraus $m_{2l} \in \{0, 1\}$ folgt. Weiterhin ist $g_{2l}(x)G(x) = s(x)G(x) = t(x)$, aus Gradgründen folglich $b_{2l} = 0$, also $g_{2l+1} = g_{2l}$.
Per Induktion folgt damit für alle $j \geq 2l$, daß $g_j(x) = s(x)$ und $b_j = 0$. Nach Definition von m_j ist folglich $m_j = m_{2l} + j - 2l$ für alle $j \geq 2l$. Für $j = 2k \geq l$ folgt damit, daß $l = k + \frac{1}{2}m_{2l} - \frac{1}{2}m_{2k}$. Da $m_{2l} \in \{0, 1\}$ folgt schließlich, daß

$$l = \left\lfloor k + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}m_{2k} \right\rfloor = r$$

ist. Folglich gilt:

$$\mu(x) = x^r s\left(\frac{1}{x}\right) = x^r g_{2k}\left(\frac{1}{x}\right),$$

was die Behauptung war. □

2.10 Wahl der Matrix

Wir haben nun genügend Kenntnisse über den Prozeß der Aufspaltung beisammen, um das Kernstück des Algorithmus, die Wahl der als nächstes auszuwertenden Matrix, anzugehen. Die gesamte Aufspaltung der Charakterräume in Charaktere soll natürlich so wenig aufwendig wie möglich vonstatten gehen. Fassen wir daher zunächst noch einmal die Kosten zusammen. Dabei soll es nicht um eine exakte Angabe der Komplexität gehen (wir werden später sehen, daß auch der Wert einer Matrix nur approximativ angebbar ist), sondern um eine einfache (und einfach a priori berechenbare) Abschätzung des Aufwandes.

2.10.1 Kosten der Aufspaltung

Die Aufspaltung gliedert sich in zwei Schritte, die auch hier getrennt betrachtet werden sollen: Zum einen die Berechnung der Matrix, zum anderen die eigentliche Aufspaltung in Eigenräume. Wir müssen nie eine Matrix komplett auswerten, sondern nur diejenigen Spalten, die zu den aktiven Indizes der von dieser Matrix aufzuspaltenden Räume gehören. Die stets aktive erste Spalte erhalten wir nach (2.16) trivial aus der Potenzabbildung der Klassen. Für die übrigen Spalten müssen wir zunächst Zentralisatorbahnen auf der Klasse auswerten und die Klasse der Produkte von Bahnrepäsentanten mit dem inversen des Klassenrepräsentanten identifizieren. Da die Anzahl der Bahnen sowie die Kosten für die Berechnung dieser Bahnen (das Berechnen einer aufsteigenden Untergruppenkette kann in großen Gruppen sehr teuer werden) a priori schwer abzuschätzen ist, setzen wir die Kosten einer Spalte der m-ten Matrix proportinal der Größe der m-ten Klasse an: Zum einen ist es nicht unvernünftig anzunehmen, daß mit steigender Größe der Klasse mehr Bahnen existieren. Zum anderen ist auch die Berechnung der Bahnen selber mit steigender Klassengröße aufwendiger.
Insgesamt erhalten wir damit für die m-te Matrix, von der s Spalten auszuwerten sind, Kosten proportional $(s-1)m$.

Die Aufspaltung in Eigenräume zerfällt ebenfalls in zwei Schritte: Für jeden aufzuspaltenden Raum ist zunächst das Minimalpolynom zu bestimmen und zu faktorisieren, zum anderen ist der Raum danach in Eigenräume aufzuspalten.
Die Berechnung des Minimalpolynoms nach 2.9.1 ist sehr effizient und nahezu linear von der Dimension des Raumes abhängig. Sie kann in der Praxis jedoch — ebenso wie die Faktorisierung desselben — vernachlässigt werden.
Das Aufspalten eines n-dimensionalen Raumes in k Eigenräume erfordert k-fache Ausführung des Gaußalgorithmus, dessen Aufwand in etwa proportional n^2 ist. Dabei sind Räume der Dimension $\frac{n}{k}$ zu erwarten. Deren Aufspaltungskosten können wir wiederum mit $\left(\frac{n}{k}\right)^2 \cdot k_2$ abschätzen, wobei k_2 die (durchschnittliche) Anzahl der Bruchstücke ist. Bezeichnet k_i die Anzahl der Bruchstücke im i-ten Schritt, so erhalten wir für die gesamte Aufspaltung in l Schritten:

$$(2.92)\; K := \sum_{i=1}^{l} \left(\frac{n}{\prod_{j=1}^{i-1} k_j}\right)^2 k_i = n^2 \cdot l \cdot \sum_{i=1}^{l} \frac{k_i}{\left(\prod_{j=1}^{i-1} k_j\right)^2} = n^2 \cdot \left(k_1 + \frac{1}{k_1^2} \cdot \underbrace{\sum_{i=2}^{l} \frac{k_i}{\left(\prod_{j=2}^{i-1} k_j\right)^2}}_{=:S}\right).$$

Da stets $1 < k_i < n$ gilt (wir spalten stets echt auf, ein Teilraum kann nicht in mehr Bruchstücke aufspalten, als die Dimension des ganzen Raumes ist) fallen die Summanden in S schnell ab (mindestens jeweils um den Faktor 2). Wir erhalten damit insbesondere die groben Abschätzungen:

$$(2.93) \qquad 2 < \sum_{i=0}^{l-2} \frac{2}{n^{2i)}} = 2 \cdot \left(\sum_{i=2}^{l} \frac{1}{n^{2(i-2)}}\right) \leq S \leq \sum_{i=2}^{l} \frac{n}{2^{2(i-2)}} = n \cdot \left(\sum_{i=0}^{l-2} \frac{1}{2^{2i}}\right) < 2n.$$

Um die Abhängigkeit der Aufspaltungskosten von k_1 zu sehen, betrachten wir die Ableitung:

$$\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}k_1} = n^2 \cdot \left(1 - 2\frac{S}{k_1^3}\right),$$

welche für $k_1 = m := \sqrt[3]{2}S \overset{(2.93)}{<} \sqrt[3]{4}n$ verschwindet. Man sieht unschwer, daß K für $k_1 < m$ fallend, für $k_1 > m$ steigend ist. Da die Abschätzung aus (2.93) sehr grob ist und die dritte Wurzel sehr schwach steigt, kann angenommen werden, daß m sehr nah bei 1 ist und die Aufspaltungskosten daher in etwa (k_1^{-3} fällt sehr rasch) proportional (wir können n nicht ändern) k_1 sind.
Andererseits wollen wir aber eine möglichst gute Aufspaltung erhalten, also wird k_1 im Allgemeinen recht groß gewählt sein. Um dieses Dilemma zu umgehen untersucht man das Laufzeitverhalten einiger größerer Beispiele (hierzu vergleiche Anhang A.2). Dabei ergibt sich übereinstimmend, daß die Aufspaltung der Räume, das heißt die Berechnung des Minimalpolynoms sowie der eigentliche Aufspaltungsprozeß unter 5 Prozent der Rechenzeit in Anspruch nimmt. Es lohnt also insbesondere nicht, die Aufspaltung daraufhin zu optimieren, daß der Aufwand an linearer Algebra gering gehalten wird.

2.10.2 Qualität der Aufspaltung

Um die Kosten in Relation zum erreichten Ergebnis zu stellen brauchen wir Kriterien, mit denen wir die Güte der Aufspaltung einer Matrix untersuchen können. Für die Praxis sind hierbei natürlich nur solche Kriterien von Nutzen, die man *a priori* anwenden kann. Wir haben in (2.19) und 2.8.3 bereits solche Kriterien gesehen, die angeben ob und — in beschränkten Maße — in wieviele Teile ein Raum aufspalten wird. Für einige Klassen kann man darüberhinaus generell Angaben über die Aufspaltung der entsprechenden Matrizen machen:

(2.94) Bemerkung: Zunächst sei an die letzte Bemerkung aus 2.4.5 erinnert: Matrizen zu galoiskonjugierten Klassen liefern stets dieselbe Aufspaltung, als Kandidat kommt also stets nur *eine* Matrix zu einer rationalen Klasse in Frage.

Liegen Klassen in einem Normalteiler, so liegen auch Produkte der Elemente wieder in diesem Normalteiler. Insbesondere bleiben also die entsprechenden Klassensummen bei Operationen in der Gruppenalgebra wieder nur Linearkombinationen von Summen von Klassen aus dem Normalteiler. Folglich spannen die entsprechenden Klassensummen höchstens das Zentrum der Gruppenalgebra des Normalteilers auf. Nach (2.14) können die entsprechenden Klassensummenmatrizen also keine vollständige Aufspaltung liefern.
Wenden wir dies nun auf das Problem der Auswahl der Klasse an: Ist a priori ein Normalteiler bekannt, so muß nach obiger Bemerkung mindestens eine Matrix zu einer Klasse außerhalb des Normalteilers bestimmt werden. Steht zu erwarten, daß die entsprechenden Klassensummenmatrizen eine relativ geringe Aufspaltung eines Raumes liefern, so empfiehlt es sich, die entsprechende Klassensummenmatrix nicht als erstes zu berechnen: Da mindestens eine Matrix einer Klasse außerhalb des Normalteilers verwendet werden muß, wird der Aufwand dadurch nicht vergrößert, die Klassensummenmatrizen werden höchstens in anderer Reihenfolge berechnet, möglicherweise kann aber die Berechnung einer Matrix ganz entfallen.
Diese Betrachtungen kommen insbesondere in folgendem Fall zur Anwendung: Ist K_i eine nichttriviale Klasse im Zentrum der Gruppe, so ist $|K_i| = 1$. Die entsprechende Klassensummenmatrix ist also sehr billig zu berechnen. Jedoch wird eine solche Matrix nur eine schlechte Aufspaltung liefern:

(2.95) Bemerkung: Ist $|K_i|$ eine zentrale Klasse, $o := |k_i|$, so liefert die entsprechende Klassensummenmatrix eine Aufspaltung eines Raumes in höchstens o andere.
Beweis: Es ist $Z(G) = \bigcap_{\chi \in \mathrm{Irr}(G)} Z(\chi)$. Folglich liegt k_i im Zentrum aller Charaktere, und es gilt also $\chi(k_i) = \varepsilon\chi(1)$ (wobei ε eine o-te Einheitswurzel ist). Die gradnormierten Charaktere haben also höchstens o verschiedene Werte auf K_i.
Nach 2.3 erfolgt eine Aufspaltung aber jeweils in Charakterräume, deren aufspannende gradnormierte Charaktere jeweils gleichen Wert auf der entsprechenden Klasse haben. Somit erfolgt eine Aufspaltung in höchstens o Räume. □

Schließlich liefert (2.3) noch die folgende Heuristik:

(2.96) Bemerkung: Nach (2.3) ist die Aufspaltung mittels aller Matrizen vollständig. Wird ein Raum nur von einer Matrix (beziehungsweise nur von den Matrizen zu einer rationalen Klasse) aufgespalten, so *muß* diese berechnet werden, und liefert dann eine vollständige Aufspaltung dieses Raumes. Da die Auswertung dieser Matrix unausweichlich ist, sollte sie früh verwendet werden, um auszunutzen, daß sie möglicherweise noch mehr aufspaltet.

2.10.3 Intermezzo: Optimale Aufspaltung

Um Kriterien für die Auswahl von Matrizen genauer zu untersuchen, betrachten wir zunächst einen optimalen Fall. Wir gehen davon aus, daß von einem Satz Matrizen bekannt sei, daß er (aber keine Teilmenge) eine vollständige Aufspaltung liefere. Für die Gesamtkosten ist es dann von enormer Bedeutung, in welcher Reihenfolge die Matrizen ausgewertet werden. Mit fortschreitender Aufspaltung werden immer weniger Spalten aktiv sein (ein Raum hat genausoviele aktive Spalten, wie seine Dimension angibt), es sind also immer kleinere Anteile der Matrizen auszuwerten. Der naive Ansatz, diese Matrizen in Reihenfolge der Klassenordnungen auszuwerten, braucht aber nicht zu einem optimalen Ergebnis zu führen. So kann es sein, daß die Auswertung einer zunächst teureren Matrix eventuell mehrere Räume aufspaltet. Dies könnte dazu führen, daß von einer anderen Matrix, die sonst zuvor ausgewertet würde, *weniger* Spalten zu berechnen wären. Wenn dies für mehrere Matrizen zutrifft, so können sich die Kosten verringern. (Sofern nur *ein* Raum aufzuspalten ist, liefern die Matrizen A und B das gleiche Ergebnis unabhängig von der Reihenfolge, hier ist es günstiger die Matrix zur kleineren Klasse zuerst auszuwerten).
Andererseits ist es jedoch auch möglich, daß eine Matrix zwar eine gute Aufspaltung bietet, jedoch relativ teuer auszuwerten ist. Hier kann es in Extremfällen sogar günstiger sein, zu Beginn eine *weitere* Matrix auszuwerten, die für eine Aufspaltung gar nicht notwendig wäre, aber billig zu berechnen ist. Diese spaltet den Raum in wenige — aber kleinere — Stücke, so daß ab dann weniger Spalten aktiv sind und die Berechnung der eigentlichen Matrizen billiger wird

(2.97) Beispiel: Wir betrachten die Berechnung der Charaktertafel von $\mathrm{SL}_2(11)$ (die zur Diskussion benötigte Charaktertafel befindet sich auf Seite 76).
Die Aufspaltung läßt sich simulieren, wenn wir beachten, daß zwei Charaktere im gleichen Eigenraum der m-ten Matrix liegen, wenn die dazugehörigen gradnormierten Charaktere auf der m-ten Klasse denselben Wert haben.

Gehen wir davon aus, daß der lineare Charakter bereits gefunden ist, so erhalten wir eine vollständige Aufspaltung (der Einfachheit halber berücksichtigen wir hier nicht die kombinatorischen Methoden, de facto braucht man dann nur eine Matrix) minimal mit den Matrizen zu den Klassen 5a,12a und 22a. Die Klassen haben Ordnung 110,110 und 60. Zu Beginn sind 14 Indizes aktiv, Aufspalten mit Matrix 22a liefert — neben einigen irreduziblen Charakteren — die Charakterräume

$$\langle \chi_6, \chi_7 \rangle, \langle \chi_8, \chi_9, \chi_{10} \rangle, \langle \chi_{12}, \chi_{13} \rangle, \langle \chi_{14}, \chi_{15} \rangle.$$

Diese Aufspaltung kostet (beachte, daß die erste Spalte stets umsonst ist) $13 \cdot 60 = 780$. Mit Matrix 5a können der dritte und vierte Raum zerlegt werden. Die ersten beiden Räume spalten dabei nicht auf. Da mehrere Räume aufspalten, müssen die aktiven Indizes aus der Charaktertafel abgelesen werden: Es handelt sich dabei — mit Ausnahme der stets aktiven ersten Spalte — um die Indizes derjenigen Klassen, auf denen sich die jeweiligen gradnormierten Charaktere jeweils zuerst unabhängig unterscheiden. Damit sind die Indizes zu den Klassen 1a und 5a aktiv. Die Aufspaltung kostet $1 \cdot 110 = 110$. Schließlich spaltet Matrix 12a die beiden übriggebliebenen Räume vollständig auf. Hier sind 1a,3a,4a und 12a aktiv. Die Aufspaltung kostet $3 \cdot 110 = 330$. Insgesamt fielen Kosten in Höhe 1220 an.
Hätte man statt dessen zu Beginn *zusätzlich* mit Matrix 2a aufgespalten, so wäre der Raum der nichtlinearen Charaktere in

$$\langle \chi_2, \chi_3, \chi_6, \chi_7, \chi_{11}, \chi_{12}, \chi_{13} \rangle, \langle \chi_4, \chi_5, \chi_8, \chi_9, \chi_{10}, \chi_{14}, \chi_{15} \rangle$$

geteilt worden. Diese Aufspaltung wird von 22a impliziert. Jedoch sind nun die Spalten 1a, 3a, 4a, 5a, 5b, 11a, 11b und 12a aktiv. Insgesamt kostet diese Aufspaltung also nur $13 \cdot 1 + 7 \cdot 60 + 1 \cdot 110 + 3 \cdot 110 = 873$.

2.10.4 Zusammenfassung

Nun sind wir in einer weitaus schlechteren Situation, denn wir sind darüberhinaus mit Kurzsichtigkeit geschlagen. Wir können zwar angeben, *ob* ein Raum aufspaltet und in Grenzen auch die Qualität dieser Aufspaltung angeben. Jedoch sehen wir nicht, was uns *nach* der Aufspaltung erwartet.
Daher ordnen wir jeder Matrix einen Wert zu, der angibt, eine wie gute Aufspaltung wir garantieren können. Ausgewählt wird dann die Matrix mit dem besten Kosten-Nutzen Verhältnis.
Eine solche Heuristik wird kaum optimale Resultate liefern. Insbesondere kann man wohl zu jedem hinreichend verschiedenen Paar von Heuristiken ein Beispiel angeben, bei dem jeweils eine haushoch geschlagen wird. Daher kann nur die Praxis ergeben, ob die gewählte Heuristik sinnvoll ist. Beispiele (vergleiche Anhang A) zeigen jedoch, daß die letztendlich hier gewählte Heuristik zumindestens akzeptable Ergebnisse für eine Vielfalt von Gruppen liefert.

Der ursprüngliche Ansatz von G. Schneider geht davon aus, daß es erstrebenswert ist (um möglicherweise mit anderen Methoden fortzufahren), bereits früh möglichst viele Charaktere zu finden. Dies läßt sich dadurch erzwingen, daß Räume kleiner Dimension (Ein Raum der Dimension 2 oder 3 liefert bei Aufspaltung garantiert einen Charakter) bevorzugt aufgespalten. Jedem aufspaltbaren Raum wird als Wert $\max(1, 12 - 2 * \dim)$ zugeordnet (der Wert steigt also mit sinkender Dimension), der Wert einer Matrix ist die Summe der Werte der von ihr aufgespaltenen Räume.
Nun besitzen wir mit der Charaktermorphismengruppe $\mathcal{K}$ aus 2.8 bereits eine Methode, um abzuschätzen, wie gut Räume unter einer Matrix aufspalten werden. Damit besteht die Möglichkeit, Matrizen auch danach zu bewerten, *wie gut* sie die Räume aufspaltet.
Außerdem werden bei einer singulären Ausrichtung daraufhin Charaktere zu erhalten oftmals zuerst Matrizen ausgerechnet, die nur einen niedrigdimensionalen Raum aufspalten, da dessen Wert größer ist, als der mehrerer höherdimensionaler, obwohl deren Aufspaltung bessere Resultate lieferte. Weiter zeigt die Argumentation aus 2.10.3, daß es günstig ist, zunächst mit geringem Aufwand relativ kleine Bruchstücke zu erhalten, um die Anzahl der Spalten, die für gut aufspaltende, aber aufwendig zu berechnende Matrizen benötigt werden, klein zu halten.
Falls nur noch kleine Räume vorhanden sind können wir es uns leisten, speziell auf Charaktere hinzuarbeiten. Hierbei sind Räume der Dimension ≤ 3 besonders schön, da sie beim Aufspalten stets mindestens einen Charakter liefern. Räume der Dimension 4,5,6 oder 7, liefern beim

Aufspalten stets mindestens einen Raum der Dimension ≤ 3, der entweder kombinatorisch aufgespalten werden kann, oder bei einer weiteren Aufspaltung mindestens einen Charakter liefert. Für noch größere Räume würde die generelle Abschätzung ihrer Aufspaltung mehr und mehr zu einem reinen Vabanquespiel und ist daher nicht mehr sinnvoll.
Kennt man die Anzahl der Bruchstücke so läßt sich die Dimension der dabei erhaltenen Räume „im Mittel“ mit $\frac{\text{alte Dimension}}{\text{Anzahl Räume}}$ abschätzen. Diese Dimensionen kann man wie oben geschehen bewerten. Da man nach der Aufspaltung mehrere Bruchstücke hat sollte der Wert der Aufspaltung die Anzahl der Stücke mal deren mittlerem Wert sein.
Spaltet ein Raum der Dimension d in n Räume auf, so entspricht dieser Heuristik in etwa folgende Bewertung:

$$W = n \cdot \max(9 - \frac{d}{n}, 1).$$

Diese Bewertung wird verwendet, wenn nur noch relativ kleine Räume übrig sind. Existieren noch Charakterräume der Dimension größer 20, so setzen wir als „Wert“ einer Aufspaltung die *Anzahl* der Bruchstücke, die wir vorhersagen können.
Für Räume der Dimension ≤ 3 ist diese Bewertung noch unbefriedigend, da diese stets einen Charakter liefern und gute Chancen bestehen, einen zweidimensionalen Raum noch kombinatorisch aufzuspalten. Bewertet man ein prognostiziertes Aufspaltungsverhalten, so kann es dagegen sein, daß solch ein Raum mittels einer zu teuren Matrix aufgespalten werden soll, da nur diese gemäß obiger Kriterien eine perfekte Aufspaltung garantieren. Daher erhalten Räume solch kleiner Dimension pauschal die Bewertung 8.

Hat ein Element der Gruppe Ordnung m, so sind die Charakterwerte auf seiner Klasse m-te Einheitswurzeln. Da es bei gleichem Grad g prinzipiell umso mehr Möglichkeiten für die Summe von g m-ten Einheitswurzeln — also mehr mögliche Eigenwerte — gibt, je größer m ist, sollte bei sonst gleichen Voraussetzungen die Matrix zur Klasse größerer Repräsentantenordnung gewählt werden.

2.11 Abschätzung der Charaktergrade

In Abschnitt 2.1.2 wurde an die gewählte Primzahl p unter anderem als Bedingung gestellt, daß sie groß genug sein muß, um die Charaktergrade noch eindeutig interpretieren zu können. Die dort dazu gewählte Abschätzung $p \geq 2\sqrt{|G|}$ ist zwar richtig, führt jedoch in fast allen Fällen zur Wahl einer zu großen Primzahl. Eine große Primzahl vergrößert allerdings den Aufwand, der für die Arithmetik im endlichen Körper getrieben werden muß[2].
Man könnte nun zwar unter Verwendung der Abschätzung (2.52) und der Tatsache, daß die Anzahl der linearen Charaktere der Index der Kommutatorgruppe ist, eine etwas bessere Abschätzung für die Grade der nichtlinearen Charaktere (und damit eine bessere untere Grenze für die Wahl von p herleiten), jedoch ist der Unterschied in der Praxis vernachlässigbar.
Die hier geschilderte Diskrepanz zwischen Abschätzung der Charaktergrade und tatsächlichen Charaktergraden ist bei sehr großen auflösbaren Gruppen oft besonders eklatant, da diese Gruppen meist einen recht kleinen Exponenten im Vergleich zur Gruppenordnung besitzen. Die Bedingung, daß der Körper alle nötigen Einheitswurzeln enthält, ist daher bereits für recht kleine Körper einfach zu erfüllen. Hier diktiert also nur der größte Charaktergrad die Größe der zu wählenden Primzahl. Daher wäre es insbesondere in diesem Falle von Nutzen, wenn man eine schärfere Schranke für die Charaktergrade fände.

[2]Darüberhinaus unterstützt das zur Implementation verwendete Computeralgebrasystem GAP nur endliche Körper bis Ordnung 65536, so daß für sehr große Gruppen eine bessere Abschätzung schon allein zur Durchführbarkeit des Verfahrens unabdingbar ist.

(2.98) Definition: $md(G)$ bezeichne den größten Charaktergrad der Gruppe G.

Ist die G als PAG-Gruppe gegeben, so bietet der Algorithmus von S.B. CONLON [Con90] die Möglichkeit, die Charaktergrade zu berechnen. Der größte Charaktergrad ist offenbar die optimale Schranke für die Charaktergrade.
Die so gefundenen Grade kann man nun wiederum verwenden, um die Auswahl möglicher Charaktergrade für kombinatorische Aufspaltungen gegenüber der Abschätzung aus 2.6.2 erheblich zu verbessern.

Ist die Gruppe nicht auflösbar, so kann man lediglich versuchen, eine möglichst gute Abschätzung für den größten Charaktergrad zu finden. Hierfür kann der folgende Satz von Nutzen sein:

(2.99) Satz (ITO, [Isa76])**:** Sei $A \trianglelefteq G$ abelscher Normalteiler. Dann gilt für alle $\chi \in \mathrm{Irr}(G)$: $\chi(1) \mid [G:A]$.
Beweis: Sei $\chi \in \mathrm{Irr}(G)$ und $\lambda \in \mathrm{Irr}(A)$ mit $(\chi_{|_A}, \lambda)_A \neq 0$. Da A abelsch ist, ist $|\lambda(a)| = 1$ für alle $a \in A$.
Nach den Sätzen von CLIFFORD existiert eine Bijektion zwischen den irreduziblen Charakteren von G, deren Einschränkung auf A wiederum λ enthält, und den irreduziblen Charakteren der Trägheitsgruppe T von λ, welche die gleiche Bedingung erfüllen. Diese entspricht der Induktion von Charakteren.
Folglich existiert ein $\psi \in \mathrm{Irr}(T)$ mit $\psi^G = \chi$. Andererseits sind die Konstituenten von $\psi_{|_A}$ die Bilder von λ unter T, das heißt es ist $\psi_{|_A} = e\lambda$ mit $\psi(1) = e \in \mathbb{N}$. Folglich ist für alle $a \in A$: $|\psi(a)| = e|\lambda(a)| = \psi(1)$, also $A \leq Z(\psi)$. Damit gilt $\psi(1) \mid [T:A]$, beziehungsweise $\chi(1) = [G:T]\psi(1) \mid [G:A]$. □

(2.100) Folgerung: Ist $\mathcal{A}$ die Menge aller abelschen Normalteiler von G, so gilt:

$$md(G) \mid \frac{|G|}{\mathrm{kgV}_{A \in \mathcal{A}} |A|} \quad .$$

Zur Bestimmung der Menge $\mathcal{A}$ aller abelschen Normalteiler bemerken wir, daß jeder abelsche Normalteiler von den in ihm enthaltenen Klassen erzeugt wird. Hierzu ist insbesondere notwendig, daß alle Elemente der Klassen miteinander kommutieren.
Um möglichst wenig Elemente testen zu müssen, wählt man aus jeder Klasse zunächst zwei zufällige Elemente. Die Klasse kann nur dann in einem abelschen Normalteiler liegen, wenn die beiden Elemente kommutieren. Ist dies der Fall, so bildet man durch iteratives Konjugieren der bisher berechneten Klassenelemente mit den Erzeugern der Gruppe das Erzeugnis der Konjugiertenklasse. Dies kann ebenfalls dann abgebrochen werden, wenn nicht kommutierende Elemente gefunden werden.
Auf diese Weise erhält man alle minimalen abelschen Normalteiler. Bildet man jetzt noch die jeweiligen Erzeugnisse derjenigen Normalteiler, deren Erzeuger kommutieren, so erhält man alle abelschen Normalteiler. Da jede Untergruppe von ihren Sylowgruppen erzeugt wird, genügt es insbesondere, anfangs nur solche Klassen zu berücksichtigen, deren Repräsentantenordnungen eine Primzahlpotenz sind.

2.11.1 Verwendung von Unter- und Obergruppen

Sind die Charaktergrade von Untergruppen, beziehungsweise Obergruppen bekannt, so kann man diese ebenfalls zur Abschätzung verwenden. Grundlage dafür ist die folgende Aussage:

(2.101) Lemma (Frobenius-Reziprozität)**:** Sei G eine endliche Gruppe, $U \leq G$ sowie $\chi \in \mathrm{Irr}(G)$ und $\psi \in \mathrm{Irr}(U)$. Dann gilt:

$$\left(\chi, \psi^G\right)_G = \left(\chi_{|_U}, \psi\right)_U .$$

Beweis: durch elementares Nachrechnen. Siehe zum Beispiel [Isa76]. □

(2.102) Folgerung: Ist $\chi \in \mathrm{Irr}(G)$, so existiert ein $\psi \in \mathrm{Irr}(U)$, so daß χ Konstituent von ψ^G ist (und zwar tut es jeder Konstituent von $\chi_{|_U}$). Folglich gilt: $\chi(1) \leq [G:U]\psi(1)$.

(2.103) Folgerung: Ist $\psi \in \mathrm{Irr}(U)$, so gibt es ein $\chi \in \mathrm{Irr}(G)$, so daß ψ Konstituent von $\chi_{|_U}$ ist (und zwar tut es jeder Konstituent von ψ^G). Folglich gilt $\psi(1) \leq \chi(1)$.

Dies gilt insbesondere auch für die größten Charaktergrade: Wir erhalten so die Abschätzungen:

$$md(G) \leq \min_{U \leq G}\{[G:U]md(U)\} \qquad \text{und} \qquad md(G) \leq \min_{H > G}\{md(H)\}.$$

2.12 Überblick

Zur Abrundung der vorangegangene Abschnitte soll hier abschließend nochmals eine Zusammenfassung gegeben werden. Grundlage des gesamten Verfahrens ist die Kenntnis der Konjugiertenklassen der betrachteten Gruppe. Um diese zu erhalten gibt es mehrere Methoden: Zunächst besteht die Möglichkeit, solange zufällige Elemente zu suchen und auf Konjugiertheit zu testen, bis die davon repräsentierten Klassen die Gruppe ausschöpfen. Bei größeren Gruppen stößt dieses Verfahren jedoch sehr bald an seine Grenzen.
Ein systematisches Verfahren für die Klassenberechnung von Permutationsgruppen findet man zum Beispiel in [The93] beschrieben.
In auflösbaren Gruppen lassen sich Klassen wie in (2.35) beschrieben berechnen. Diese Methode kann — wie in Anhang B.2 beschrieben — auch auf andere Fälle elementar abelscher Normalteiler ausgeweitet werden.
Die Klassen werden nach Ordnung sortiert, damit Spalten zu Klassen mit großen Zentralisatoren möglichst oft ausgewertet werden.
Daraufhin wird die Potenzabbildung (und damit auch die Galoisgruppe) bestimmt. Anschließend werden die linearen Charaktere wie in 2.7 beschrieben berechnet. Dies gestattet ebenfalls die Berechnung der Tafelmorphismengruppe. Die linearen Charaktere werden mittels des üblichen Charakterskalarproduktes aus dem Charakterraum herausprojiziert.
Besteht die Möglichkeit weitere Faktorgruppen einfach zu berechnen (zum Beispiel durch Bilder unter Blockhomomorphismen, oder durch Anfangsstücke der AgWorte), so empfiehlt es sich bei großen Gruppen, zunächst rekursiv die Charaktertafel dieser Faktorgruppe zu bestimmen, die so erhaltenen Charaktere dann zu inflationieren und ebenfalls aus dem Charakterraum herauszuprojizieren. Hierdurch wird die Dimension des Raumes verringert, was wiederum bedingt, daß weniger Spalten der Klassensummenmatrizen zu berechnen sind. Die Faktorgruppe hat eine kleinere Ordnung, so daß die Bestimmung ihrer Charaktertafel mit geringerem Aufwand möglich ist.
Bestimmt man nun noch eine passende Primzahl p, so sind alle Voraussetzungen geschaffen, die vorangehend beschriebenen Methoden anwenden zu können. Diese werden nun — bis eine vollständige Aufspaltung erreicht ist — der Reihe nach angewandt: Die nächste Matrix wird ausgewählt und berechnet. Verbleiben nach der Aufspaltung noch zwei- oder dreidimensionale Räume (letztere aus 2 Bahnen), so werden diese kombinatorisch aufgespalten.
Sobald eindimensionale Räume entstehen, können die entsprechenden Charaktere in Charakteristik 0 gehoben werden, und vervollständigen so nach und nach die Charaktertafel.

(2.104) Bemerkung: Für Gruppen, bei denen die Anzahl der Klassen diejenige der rationalen Klassen bei weitem übersteigt (zum Beispiel große p-Gruppen) ist es möglicherweise nicht notwendig, die sehr große Charaktertafel mit allen Irrationalitäten zu kennen, sondern die sehr viel handlichere rationale Charaktertafel würde ausreichen. Es wäre daher wünschenswert, wenn man das Verfahren rationalisieren könnte. Da der Zykelstrukturtest gemäß (2.25) nur bis auf rationale Klassen diskriminieren kann, würde daraus zusätzlich eine erhebliche Einsparung bei der Identifikation von Klassen folgen.

2.13 Charaktertheoretische Methoden

In den vorangegangenen Abschnitten wurde das Verfahren zur Berechnung der irreduziblen Charaktere vorgestellt, ohne auf die sonst üblichen Verfahren einzugehen. In diesem Abschnitt soll daher das Zusammenspiel der verschiedenen Methoden ein wenig beleuchtet werden:

Neben dem bisher beschriebenen Algorithmus besteht natürlich die Möglichkeit, „klassische“ charaktertheoretische Verfahren (wie zum Beispiel in [NPP84] oder auch [Kau92] beschrieben) anzuwenden, um aus einigen berechneten Charakteren die Tafel zu komplettieren. Diese Methoden bedienen sich dabei insbesondere zweier Techniken:

- Erzeugung reduzibler Charaktere sowie
- Verkleinerung des Grades derselben durch herausprojizieren bereits bekannter Charaktere.

Betrachten wir zunächst die Erzeugung reduzibler Charaktere: Neben der Induktion, beziehungsweise Restriktion von Charakteren bekannter Ober-, beziehungsweise Untergruppen, welche im allgemeinen jedoch nicht bereitstehen, ist das Tensorieren bereits bekannter (vorzugsweise irreduzibler) Charaktere eine übliche Methode.
Da es für das Heben nach $\mathscr{C}$ sowie die Berechnung der Galoisgruppe notwendig ist, die vollständige Potenzabbildung zu bestimmen, können wir annehmen, daß diese ebenfalls zur Verfügung steht. Mit dieser Kenntnis besteht die Möglichkeit mit den Symmetrisierungen, beziehungsweise Antisymmetrisierungen von bereits berechneten Charakteren bereits eine gewisse Aufspaltung von Tensorprodukten zu bestimmen.
Betrachtet man weiterhin die Induktionsformel für Charaktere einer Untergruppe U:

$$\psi^G(g) = \sum_{h \in R} \frac{1}{|C_U(h)|} \psi(h),$$

wobei R ein Repräsentantensystem der U-Konjugiertenklassen sei, die in der Klasse von g liegen; so erkennt man, daß nebst den Charakterwerten auf der Untergruppe lediglich die Fusion der Klassen der Untergruppe in die Klassen der Gruppe bekannt sein muß. Ist U nun zyklisch, so erhält man die Werte der irreduziblen Charaktere von U analog 2.7.1. Die Fusion der Klassen läßt sich der Potenzabbildung entnehmen. Insgesamt erhält man also aus der Kenntnis der Klassen sowie der Potenzabbildung sämtliche von zyklischen Untergruppen induzierte Charaktere. Diese können wiederum als reduzible Charaktere für weitere Verfahren dienen.
Weitere reduzible Charaktere erhält man aus Bahnsummen unter Charaktermorphismen, die man gegebenenfalls wie in 2.8.4.1 beschrieben aufspaltet. Hier ist lediglich zu beachten, daß das Heben nach $\mathscr{C}$ für zu großen Grad nicht mehr eindeutig funktionieren kann; die Primzahl wurde in 2.1.2.1 nur hinreichen groß gewählt, um *irreduzible* Charaktere heben zu können.

Auf Seiten der Reduktion besteht zusätzlich die Möglichkeit, reduzible Charaktere vermöge des Ringhomomorphismus aus 2.1.2 über den endlichen Körper F zu transferieren. Dort muß der Charakter eindeutig aus den Basen der diversen Eigenräume darstellbar sein. Diese Aufspaltung

entspricht also der Aufspaltung des Charakters in seine Anteile in den entsprechenden Charakterräumen. Ist der Grad klein genug, so besteht wiederum die Möglichkeit, diese Anteile zurück in Charakteristik 0 zu transferieren, und damit den Charakter entsprechend seiner Anteile in den bereits gefundenen Charakterräumen zu zerlegen. Es sei darauf hingewiesen, daß dies für virtuelle Charaktere nicht funktioniert, da dann Probleme mit negativen Vorzeichen auftreten können.

Nach dieser Beschreibung der alten und neuen charaktertheoretischen Methoden stellt sich die Frage, wie diese zusätzlich zu dem in dieser Arbeit beschriebenen Algorithmus verwendet werden können. Während der Algorithmus (sonst wäre er keiner) gut automatisierbar ist, sind die charaktertheoretischen Methoden eher einer Kunst als einer strengen Vorschrift vergleichbar. Es empfiehlt sich daher, diese Methoden nicht fest zu implementieren, sondern für den interaktiven Gebrauch vorzusehen. Dies geht mit einer Zerlegung des Dixon-Algorithmus einher. Die Vorgehensweise dabei ist wie folgt: Zunächst finden die Initialisierungen, wie Berechnung der Klassen, der Potenzabbildung, Auswahl des endlichen Körpers sowie Berechnung der Charaktere der Kommutatorfaktorgruppe statt. Ab dieser Stelle ist freigestellt, ob die weitere Aufspaltung mittels des Dixon-Algorithmus oder mittels charaktertheoretischer Methoden stattfinden soll. Dabei ist zu Berücksichtigen, daß bei Ermittlung neuer irreduzibler Charaktere stets für die Charakterräume und Charaktergrade Buch geführt werden muß.

Da der Aufwand des Dixon-Algorithmus vor allem in der Berechnung der Matrizen liegt, befindet man sich oft in der Situation, daß anfangs einige Matrizen einfach auszuwerten (und damit einige irreduzible Charaktere einfach zu erhalten) sind, während letztendlich die Aufspaltung einiger kleiner Räume Matrizen bedingt, welche unverhältnismäßig teuer zu bestimmen sind. Die charaktertheoretischen Methoden profitieren umgekehrt von jedem bereits bekannten irreduziblen Charakter, da sich mit diesem bekannte reduzible Charaktere weiter ausreduzieren lassen. In der Praxis stellt sich insbesondere meist heraus, daß in Fällen, in denen 2/3 bis 3/4 der irreduziblen Charaktere bekannt sind (sofern dies nicht nur Charaktere einer Faktorgruppe sind) keine Probleme bestehen, die Tafel mittels dieser Methoden zu vervollständigen.

Beide Verfahren können sich also ergänzen: Der Dixon-Algorithmus liefert zu Beginn einige irreduzible Charaktere, solange die Berechnung der Matrizen mit vertretbarem Aufwand machbar ist. Die dann noch fehlenden Charaktere können dann mit den übrigen Methoden bestimmt werden. Führen diese nicht zu einer vollständigen Tafel, so kann diese gewiß durch den Dixon-Algorithmus vervollständigt werden. Da die Charakterräume in dieser Situation dann nur noch sehr klein sind, sind dabei nur wenige Spalten der teuren Matrizen auszurechnen.

Für die größeren Beispiele aus Anhang B wurde fast ausschließlich diese Methode angewandt.

2.14 Zerlegungseigenschaften und Dualität

Abschließend sei noch ein Resultat vorgestellt, welches wiederum die enge Korrespondenz zwischen Charakteren und Klassensummen zeigt:

Der vorgestellte Algorithmus berechnet die Strukturkonstanten der Algebra der Klassensummen, und bestimmt aus diesen die Charaktere als Eigenvektoren. Es ergibt sich, daß man die Strukturkonstanten der Algebra durch Konjugation von Diagonalmatrizen (deren Einträge die Spalten der zentralen Charaktertafel sind) mit der zentralen Charaktertafel erhält. Diese Eigenschaft möchte ich „Zerlegungseigenschaft“ der Klassensummen nennen.

Ebenso existiert jedoch eine Algebra die von den absolut irreduziblen Charakteren (mit dem Tensorprodukt als Multiplikation) aufgespannt wird. Für diese Algebra gilt eine ähnliche Zerlegungseigenschaft:

Die Strukturkonstanten dieser Algebra sind offenbar die Zerlegungsmatrizen der Tensorprodukte:

$$\chi_r \cdot \chi_s = \sum_{u=1}^{n} t_{r,s,u}\chi_u. \tag{2.105}$$

Wendet man auf diese Gleichung nun eine Klasse an (wir betrachten nun die Klassen — vermöge $K(\chi) := \chi(k)$ mit $k \in K$ — als Abbildungen auf den Charakteren), so erhält man

$$\chi_r(k) \cdot \chi_s(k) = \sum_{u=1}^{n} t_{r,s,u}\chi_u(k) \qquad (k \in G),$$

Die Spalten der Charaktertafel sind also gemeinsame Eigenvektoren der „Tensormatrizen“

$$\mathcal{T}_r := \begin{pmatrix} u \rightarrow \\ s \downarrow [t_{rsu}] \end{pmatrix}.$$

Ebenso wie in (2.3) zeigt man (diesmal unter Verwendung der linearen Unabhängigkeit der Spalten), daß die Spalten — bis auf Vielfachheiten, die jedoch trivial ermittelt werden können, da jede Spalte mit dem trivialen Charakter beginnt — die einzigen gemeinsamen Eigenvektoren sind.
Prinzipiell ergäbe sich so die Möglichkeit, aus den Tensormatrizen die Charaktertafel zu berechnen. Man stößt dabei jedoch auf zwei praktische Probleme: Zum einen ist im allgemeinen eine Zuordnung der Spalten zu Klassen erwünscht, um zum Beispiel Potenzabbildungen anzupassen. Diese Zuordnung geht hier verloren, da aus einer Spalte lediglich Zentralisatorordnung (und bisweilen Abschätzungen für die Elementordnungen: Ist ein Eintrag zwangsweise Summe von m-ten Einheitswurzeln, so muß die Ordnung des Elementes ein Vielfaches von m sein) entnehmbar sind. Zum anderen — und dies ist ein viel stärkeres Manko — ist kein Verfahren bekannt, welches die Tensormatrizen *ohne* Kenntnis der Charaktere berechnet.

(2.106) Bemerkung: In [Chi86] werden einige Folgerungen aus diesem Resultat — welches wohl zum „Sagenschatz“ der Darstellungstheorie gehört — gezogen. Hierzu gehört zum Beispiel, daß unmittelbar folgt, daß Charakterwerte ganze algebraische Zahlen sind, ohne daß dafür benötigt wird, daß die ganzen algebraischen Zahlen einen Ring bilden.

Anhang A

Anmerkungen zur Implementation

Grau, teurer Freund, ist alle Theorie
JOHANN WOLFGANG V. GOETHE: Faust

Nachdem auf den vorangegangenen Seiten die Theorie des Verfahrens beschrieben wurde, sollen jetzt noch einige Anmerkungen zur Praxis der Implementation folgen:
Der beschriebene Algorithmus wurde vom Autor dieser Arbeit im Programmsystem GAP implementiert, dessen Beschreibung man [Sch93] entnehmen kann. Dadurch war es möglich, auf eine Vielfalt bereits vorhandener Routinen zurückzugreifen, was die Implementation des doch recht komplexen Algorithmus wohl erst ermöglicht hat. Übernommen wurden dabei insbesondere Routinen zur

- Arithmetik in endlichen Körpern, in $\mathbb{C}$, sowie für Gruppen,
- Berechnung von Konjugiertenklassen und Stabilisatoren,
- linearen Algebra, sowie
- Faktorisierung von Polynomen.

A.1 Bemerkungen zur Effizienz

Stellt man Verbesserungen zu einem Verfahren vor, so zeigt sich der Wert davon erst in der Praxis. Die Effizienz eines Algorithmus läßt sich vor allem durch Speicherverbrauch und Laufzeit bestimmen. Als Vergleichsobjekt diente der Charaktertafelalgorithmus von G. SCHNEIDER, der im System Cayley implementiert ist. Für eine breit gestreute Auswahl von Gruppen wurden mit beiden Verfahren Charaktertafeln berechnet.

A.1.1 Ein fairer Vergleich?

Das deutsche Wettbewerbsrecht verbietet mit gutem Grund vergleichende Werbung. Zu groß ist die Gefahr, durch (un?)geschickte Wahl der Beispiele ein gewisses Resultat des Vergleichs zu provozieren. Als Beispiele wurden daher vor allem solchen Gruppen gewählt, die während der Entwicklung des Algorithmus in der Praxis am Lehrstuhl D auftraten. Weiter wurden die Charaktertafeln zu einigen Untergruppen einfacher Gruppen berechnet, da man mit diesen verhältnismäßig einfach große Gruppen mit wenig Klassen erhält. Ich hoffe mit der Auswahl von Gruppen keiner der beiden Implementationen Unrecht getan zu haben, und die Rolle des „*advocatus diaboli*“ hinreichend gut gespielt zu haben. Insbesondere die Ergebnisse einiger einfacher Gruppen, wie der Mathieugruppen, sollten nicht überbewertet werden, da diese sehr wenig Klassen haben und darüber hinaus auf sehr wenigen Punkten operieren. Der Konjugationstest wird daher sehr billig, und die Tafel ist recht einfach zu erhalten. Da die Charaktertafel der meisten einfachen

Gruppen, die hinreichend klein sind, um sie noch mit dem vorgestellten Verfahren zu berechnen jedoch bereits bekannt sind, sind solche Gruppen möglicherweise etwas überidealisierte Beispiele.

A.1.2 Vorgehensweise

Zur Zeitmessung in GAP wurde das Programm gestartet, der Algorithmus geladen und die betreffende Gruppe definiert. Die Laufzeit setzt sich aus

- Initialisierungen, wie Berechnung einer Stabilisatorkette, Laden einiger Bibliotheken und Garbage-Collection;
- Berechnung der Konjugiertenklassen sowie der eigentlichen
- Berechnung der Charaktertafel

zusammen. Da GAP Speicher dynamisch alloziert kann es — insbesondere bei kleinen Beispielen — passieren, daß ein Großteil der Rechenzeit für Garbage-Collection verloren geht. Um dies wettzumachen (Cayley startet mit statischem Speicher, der zu Beginn in hinreichender Größe bereitgestellt wurde) wurde in einigen Fällen GAP bereits zu Beginn ein größerer Speicher zugewiesen, um diese Effekte zu verringern. Dies ist in der Spalte S angegeben. Die Spalte M gibt an, wie viele Matrizen ausgewertet werden mußten. Abschließend wurde die Laufzeit für die gesamte Berechnung mittels des `time`-Befehls gemessen.
Die Zeitmessungen in Cayley gestalteten sich etwas anders: In Ermangelung einer direkten Zeitmeßfunktion wurde das Programm im Batch-Betrieb gestartet und die gesamte Laufzeit gemessen. Da Cayley keine Bibliotheken nachladen muß und bereits zu Beginn genügend Speicher besitzt sollte dieser Unterschied nicht signifikant sein. Darüberhinaus verwendete Cayley für größere Permutationsgruppen einen Todd-Coxeter-Schreier-Sims-Algorithmus, der erheblich schneller lief als der in GAP implementierte gewöhnliche Schreier-Sims-Algorithmus, was das Gewicht eher noch auf die andere Seite verschiebt. Auch hier gibt M die Anzahl der benötigten Matrizen an.

Die Angabe „Konstruktion“ gibt an, wie die Gruppen als Untergruppen einfacher Gruppen gemäß dem Cambridge-ATLAS [CCN+85] konstruiert wurden. Nähere Angaben hierzu finden sich in Anhang B.1.
Hierbei wurde bei Permutationsgruppen eine minimale Permutationsdarstellung der einfachen Gruppe gewählt und die erzeugte Untergruppe auf den kleinsten treuen Orbit eingeschränkt.
Die Angabe XxMn besagt, daß es sich um die n-te maximale Untergruppe der Gruppe Xx handelt. Auch hier ist die Reihenfolge des ATLAS angenommen.

A.1.3 Laufzeiten

Die Zeiten sind in Sekunden angegeben. Die Messungen fanden auf einer DECstation 5000/120 im Multiuserbetrieb statt, und sind daher mit einigen Prozent Fehler versehen. Speicher ist in Megabyte angegeben.
Die Ergebnisse der Läufe für Permutationsgruppen finden sich in Tabelle A.1. Die Spalte „P“ gibt dabei an, als Untergruppe welcher S_n die betreffende Gruppe konstruiert wurde. So nicht anders angegeben, wurden die Konjugiertenklassen durch Suchen zufälliger Elemente (dies ist der übliche Algorithmus in GAP und Cayley) bestimmt. Die Laufzeit hierfür ist offensichtlich nicht reproduzierbar.
Entsprechend finden sich die Ergebnisse für AgGruppen in Tabelle A.2. Hierbei gibt der Parameter R die Anzahl der Schritte in einer elementar abelschen Reihe an.

Tabelle A.1: Laufzeiten für Permutationsgruppen

Gruppe	Konstr.	P	Ordnung	Klassen	Zeit GAP	S	M	Cayley	M
M_{11}		11	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$	10	27.7	4	1	8.6	1
M_{12}		12	$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 11$	15	62.9	4	2	18.8	2
J_2		100	$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$	21	212	4.5	2	205	2
$11^3.L_2(11)$		132	$2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11^4$	85	26398		6	39069	7
$3_+^{1+4} : 4S_6$	Co_3M8	276	$2^6 \cdot 3^7 \cdot 5$	54	2469		6	4832	5
$3_+^{1+4} : 2_-^{1+4}.S_5$	Co_2M10	1080	$2^8 \cdot 3^6 \cdot 5$	50	25768[2)]		5	10969	6
$2.S_6(2)$	Co_3M6	276	$2^{10} \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7$	43	2656		5	5559	5
$2^{4+10}(S_5 \times S_3)$	Co_2M8	120	$2^{18} \cdot 3^2 \cdot 5$	156	4611[1)]		5	> 110341[1,3)]	5[3)]
$3_+^{1+4} : 2U_4(2)$	$S_6(3)M1$	364	$2^7 \cdot 3^9 \cdot 5$	126	4661[1)]		4	338246[1)]	4

Anmerkungen: 1) Bei Vorgabe der Klassenrepräsentanten 2) Ein Großteil der Rechenzeit entfällt auf die Berechnung der Klassen. 3) Nach dieser Zeit sind 5 Klassensummenmatrizen ausgewertet und 153 Charaktere berechnet. Cayley bricht wegen Speichermangel ab. Auf einen Neustart mit größerem Speicher wurde aufgrund der Offensichtlichkeit des Ergebnisses verzichtet.

Tabelle A.2: Laufzeiten für AgGruppen

Gruppe	Konstruktion	R	Ordnung	Kl.	Zeit GAP	S	M	Cayley	M
$SuzN2$	$N_{Suz}(\mathrm{Syl}_2(Suz))$	6	$2^{13} \cdot 3$	81	568	4.4	8	153	11
$3^{2+4} : 2(A_4 \times 2^2).2$	$SuzM11$	7	$2^6 \cdot 3^7$	49	493		6	573	5
$3^{1+6} : 2^{3+4} : 3^2 : 2$	$Fi_{22}M11$	7	$2^8 \cdot 3^9$	88	1910		7	16168	8
$3^3.3.3^3.3^3.\left(2 \times (3^2 : 2S_4)\right)$	$Fi_{23}M8M1$	10	$2^5 \cdot 3^{13}$	220	8481		11	66794	14

Tabelle A.3: Einige Läufe mit modifizierter Auswahlfunktion

Gruppe	Ordnung	Klassen	Zeit	Matrizen
$SuzN2$	$2^{13} \cdot 3$	81	949	11
$3^{2+4} : 2(A_4 \times 2^2).2$	$2^6 \cdot 3^7$	49	641	5
$3^{1+4}_{+} : 4S_6$	$2^6 \cdot 3^7 \cdot 5$	54	6082	4
$3^3.3.3^3.3^3.(2 \times (3^2 : 2S_4))$	$2^5 \cdot 3^{13}$	220	14420	11

In Tabelle A.3 schließlich finden sich Zeiten für einen modifizierten Lauf des Programmes. (Die dortigen Gruppen finden sich alle bereits in den obigen beiden Tabellen.) Dabei wurde anstelle der üblichen Auswahlheuristik die von Gerhard Schneider in [Sch90] vorgeschlagene Raumbewertung

$$\max(1, 12 - 2 \cdot \dim)$$

verwandt, welche wohl auch in der Cayley Implementation verwendet werden dürfte. Ein Vergleich stützt die Behauptung aus 2.10, daß die dort vorgestellte Auswahlfunktion in vielen Fällen ein akzeptables Ergebnis liefert.
Der Leser wird feststellen, daß die Anzahl der ausgewerteten Matrizen zwischen GAP und Cayley trotz gleicher Strategie differiert. Gründe dafür sind:

- Die Anordnung der Klassen bei zufälliger Auswahl ist nicht reproduzierbar.
- Der (deterministische) Klassenalgorithmus für AgGruppen in GAP erzeugt möglicherweise eine andere Ordnung, als derjenige in Cayley.
- Cayley hat nicht die Möglichkeit Räume aus 2 Bahnen aufzuspalten.

Hierzu sei abschließend jedoch angemerkt, daß Cayley eine „black box“ ist. Äußerungen zur dortigen Implementation sind daher auf Vermutungen angewiesen.

A.2 Analyse des Laufzeitverhaltens

Es gibt nur endlich viele Gruppen einer gegebenen Ordnung n. Dementsprechend ist das Problem, die Charaktertafeln aller Gruppen bis zu einer vorgegebenen Ordnung zu bestimmen ebenfalls endlich. Diese Überlegung zeigt, daß es sinnvoller ist, das Laufzeitverhalten großer Beispiele zu untersuchen. Zu diesem Behufe wurden zwei bereits größere Gruppen untersucht: Die Permutationsgruppe $Fi_{22}M10 \cong 2^{5+8} : (S_3 \times A_6)$ auf 1536 Punkten sowie die auflösbare Gruppe $Fi_{22}M11 \cong 3^{1+6} : 2^{3+4} : 3^2 : 2$. Für erstere wurden Klassenrepräsentanten vorgegeben, es wurde jedoch nicht verwendet, daß es möglich ist, zunächst die Tafel einer Faktorgruppe zu berechnen. Die Laufzeiten beider Gruppen unterscheiden sich zirka um den Faktor 40, sind aber repräsentativ für große AgGruppen und große Permutationsgruppen. Die Zeitanteile (in Prozent) der einzelnen Routinen sind in Tabelle A.4 aufgeführt.
Diese Ergebnisse stützen die folgenden Aussagen zum Laufzeitverhalten, die zum Teil bereits im vorangegangenen Kapitel verwandt wurden:

- Die Aufspaltung der Räume, insbesondere Berechnung und Faktorisierung des Minimalpolynoms, können guten Gewissens vernachlässigt werden.
- In Permutationsgruppen wird die Berechnung vollständig von der Bestimmung der Klassensummenmatrizen dominiert. Der relativ hohe Aufwand für die Zentralisatorbahnen erklärt

Tabelle A.4: Anteile

	$Fi_{22}M11$	$Fi_{23}M10$
Klassen	1	—
Initialisierung: Potenzabbildung	4	4
Rest	10	3
Matrizen: Zentralisatorbahnen	11	56
Identifikation	29	35
Berechnung Minimalpolynom	0.3	< 0.1
Aufspaltung: Faktorisierung Minimalpolynom	1	< 0.1
Lineare Algebra	3	0.2
Zweidimensionale Räume	7	0.4
Dreidimensionale Räume	14	0.2
Verwaltung (inklusive Matrixwahl)	9	0.3
Heben in Charakteristik 0	9	0.4

sich dadurch, daß die Matrizen für einige größere Klassen ausgewertet werden mußten, welches aus Speicherplatzgründen über Doppelnebenklassen geschah.

- Die kombinatorische Aufspaltung ist von geringem Aufwand gegenüber der „klassischen“ Aufspaltung vermöge Eigenvektoren.
- Die Identifikation mittels kanonischer Repräsentanten in AgGruppen geschieht schnell.
- Filterung und Zentralisatorbahnen begrenzen den Aufwand zur Identifikation merklich.

A.3 Grenzen

Eine Beschreibung der Implementation kann nur dann vollständig sein — schon allein um den Leser nicht mit unerfüllbaren Traumvorstellungen in die Welt zu entlassen — wenn sie auch die Grenzen der Berechenbarkeit anspricht. Generell sei vorausgesetzt, daß die Berechnung einer Charaktertafel Sinn machen muß, das heißt, die Zahl der Klassen sollte einige Größenordnungen unterhalb der Gruppenordnung liegen.
Eine praktische Grenze an die behandelten Gruppen stellt bereits die Tatsache, daß GAP nicht endliche Körper von beliebiger Größe unterstützt, sondern nur solche bis Ordnung 65536. Folglich ist der größte mögliche Charaktergrad (der gleich $p/2$ ist) von der Größe 32000. Dies entspricht in etwa Gruppen von Ordnung 10^9. Die berechneten Beispiele liegen mit einer Ausnahme (bei der eine explizite Gradabschätzung vorlag) sämtlich innerhalb dieser Schranke.
Wir wollen bei dieser Diskussion des weiteren annehmen, daß die betrachtete Gruppe nicht einfach ist: Die Tafeln einfacher Gruppen sind — für sporadische explizit, für viele Serien parametrisiert — oft bereits bekannt und eine erneute Berechnung erscheint wenig sinnvoll. In allen größeren berechneten Beispielen wurde daher zunächst die Tafel einer geeigneten Faktorgruppe berechnet, und die Charaktere dieser inflationiert.
Als Begrenzung stellte sich dabei weniger die Rechenzeit, sondern der Speicherbedarf heraus: Während die Rechenzeit bei den betrachteten Beispielen durchaus noch in üblichen Größenordnungen blieb (maximal ein bis zwei Tage, wovon die Klassenberechnung einen nicht unbeträchtlichen Anteil belegte), wuchs der Speicher an die Grenze des Machbaren[1]. Der Grund liegt weniger

[1]Die am Lehrstuhl D verfügbaren Rechner erlauben maximal 120MB Speicherbedarf für ein Programm. Da

in der Struktur des Algorithmus, sondern in der der Gruppen: Interessante Beispiele sind meist nicht mehr auflösbar (beziehungsweise haben große auflösbare Gruppen zu viele Klassen, als daß die Berechnung der Charaktertafel sinnvoll wäre). Folglich mußten die betreffenden Gruppen als Permutationsgruppen konstruiert werden. Dabei ergaben sich aber zum Teil minimale Permutationsdarstellungen auf etwa 5000 Punkten. Berücksichtigt man nun die Tatsache, daß eine Permutation auf n Punkten $2n$ Bytes Speicher belegt, so sieht man, daß einzelne Gruppenelemente bereits in etwa je 10kB Speicher belegen. Geht man nun von etwa 150 Klassen aus (was wiederum für die betrachteten Gruppen eine realistische Größenordnung ist), so sind mit Klassenrepräsentanten und je zwei weiteren Zentralisatorerzeugern (wiederum eine realistische Größe) bereits 450 Gruppenelemente zu speichern. Bei der Berechnung der Matrizen kann es weiterhin passieren, daß Klassen, beziehungsweise Nebenklassenvertretersysteme von Größe 1500-2000 gespeichert werden müssen. Dies entspricht also bereits 20-25MB Speicherbedarf allein für diese Elemente.
Diese Abschätzungen — und die berechneten Beispiele — zeigen allerdings, daß für Gruppen bis Größenordnung 10^9 eine Berechnung der Charaktertafel noch möglich ist. Bei Gruppen von Größenordnung $> 10^9$ ist jedoch zu erwarten, daß treue Permutationsdarstellungen nur auf signifikant mehr Punkten möglich sind. In diesen Fällen werden sich auf den derzeitigen Rechnern Probleme mit dem Speicherbedarf ergeben noch bevor die zu erwartende Rechenzeit die Bestimmung der Tafel vereitelt.

diese Rechner nicht nur der Bestimmung von Charaktertafeln dienen, sollten für praktische Zwecke 40MB als obere Grenze angesetzt werden. Dies dürfte derzeit an der oberen Grenze von Hauptspeicherkapazität für mathematische Zwecke liegen.

Anhang B

Beispiele

Während im vorangegangenen Abschnitt der Blick eher auf die *Ausführung* des Algorithmus gerichtet war, sollen im folgenden auch die eigentlichen Ergebnisse zu ihrem Recht kommen: Um das Verhalten des Algorithmus für größere Gruppen zu untersuchen, wurde für diverse maximale Untergruppen einfacher Gruppen, deren Charaktertafeln bisher unbekannt waren selbige berechnet. Da diese Ergebnisse auch für sich alleine von Interesse sein können, wurden sie hier aufgenommen.
Für alle betrachteten einfachen Gruppen stand eine Permutationsdarstellung zur Verfügung, so daß alle Rechnungen in Permutationsgruppen stattfanden.

B.1 Zur Konstruktion der Beispiele

Für maximale Untergruppen einfacher Gruppen gilt das folgende fundamentale Lemma, dessen Beweis trivial ist:

(B.1) Lemma ([Wil86])**:** Sei G eine einfache Gruppe, M eine maximale Untergruppe von G und K ein minimaler Normalteiler von M. Dann ist K charakteristisch einfach und es gilt $M = N_G(K)$.

Betrachten wir den Fall eines auflösbaren K genauer: Dann ist K elementar abelsch, M kann also als Normalisator einer elementar abelschen Untergruppe bestimmt werden. Da K von Primzahlpotenzordnung sein muß, wird M auch als *p-lokal* bezeichnet. Die im folgenden betrachteten Gruppen sind sämtlich p-lokale maximale Untergruppen einfacher Gruppen.
Dem Cambridge ATLAS [CCN+85] läßt sich für diese Gruppen nicht nur der Isomorphietyp des elementar abelschen Normalteilers K, sondern bisweilen auch die Klassenzugehörigkeit der Erzeuger entnehmen.
Ist der gesuchte elementar abelsche Normalteiler von Ordnung p oder p^2, so kann man sich damit begnügen, ihn zufällig zu erzeugen: Da in allen betrachteten Fällen die Charaktere der benutzten Permutationsdarstellung bekannt sind, kann man die Klasse von Gruppenelementen anhand des Wertes des Permutationscharakters (welchen man als die Anzahl der Fixpunkte erhält) und der Ordnung des Elementes bestimmen (diese Filterung lieferte stets bereits eindeutige Ergebnisse). Erhält man Elemente von Ordnung $p \cdot m$, so kann man durch geeignetes Potenzieren p-Elemente erhalten. Falls die Ordnung von K gleich p^2 ist, so muß zusätzlich ein passendes Element im Zentralisator gefunden werden. Schließlich wird der Normalisator von K mit der in GAP eingebauten Normalisatorroutine für Permutationsgruppen bestimmt.
In der Praxis erhält man so nach wenigen Versuchen die gesuchte maximale Untergruppe.

Ist die Gruppe Normalisator einer größeren elementar abelschen Gruppe, so ist es meist hoffnungslos diese elementar abelsche Untergruppe nach der vorgeschlagenen Zufallsmethode zu berechnen. Hier ist es zu empfehlen, zunächst den Schnitt mit anderen maximalen Untergruppen

zu bilden, und dort entsprechende Untergruppen zu finden. Oft ergeben sich ganze „Serien“, die man mit diser Methode bekommen kann (dies ist zum Beispiel in B.5 der Fall). Genauere Anmerkungen zu diesen Methoden sind bei den einzelnen Gruppen explizit angegeben.

B.2 Beschaffung der Klassen

Hat man die gesuchte Gruppe so als maximale Untergruppe einer einfachen Gruppe konstruiert, so wird sie im allgemeinen nicht auf allen von der einfachen Gruppe bewegten Punkten transitiv sein. Vielmehr erhält man mehrere Transitivitätsgebiete, auf die man die Operation einschränken kann. Ähnliches gilt für die Operation auf Blöcken bei nicht primitiver Operation. Dies liefert nicht nur eine treue Permutationsdarstellung der Gruppe auf im Vergleich wenigen Punkten, sondern auch oftmals Permutationsdarstellungen von Faktorgruppen. Diese kann man zunächst dazu verwenden, um die Charaktere der Faktorgruppe zu inflationieren. Im (hier nur betrachteten) p-lokalen Fall hat man insbesondere auch gute Chancen, damit eine Darstellung der Faktorgruppe des elementar abelschen Normalteilers zu finden. Diese nun kann man verwenden, um die Klassen der gesamten Gruppe zu bestimmen, was ansonsten ein nichttriviales Problem wäre. Hierzu sei an Bemerkung (2.35) erinnert: Kennt man die Klassen der Faktorgruppe eines elementar abelschen Normalteilers, so kann man durch einfache Operation auf diesem Normalteiler Repräsentanten der Klassen der Gruppe bestimmen. Hierzu ist nicht notwendig, daß die Faktorgruppe auflösbar ist. Als zusätzlichen Bonus erhält man dabei „angepaßte“ Klassenrepräsentanten, das heißt das Bild eines Klassenrepräsentanten der Gruppe in der Faktorgruppe ist wiederum der Repräsentant der betreffenden Klasse, was die Berechnung der Fusionsabbildung zum Inflationieren erheblich vereinfacht.

B.3 $SL_2(11)$

Diese Gruppe dient an diversen Stellen der Arbeit als Beispiel für die Aufspaltung von Charakterräumen.

$SL_2(11)$

;	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
	1320	1320	12	12	10	10	12	10	10	22	22	12	12	22	22	
p	power	A	A	A	A	A	AA	AA	BA	A	A	AA	AA	BA	AA	
p’	part	A	A	A	A	A	AA	BA	AA	A	A	AA	AA	AA	BA	
ind	1A	2A	3A	4A	5A	B*	6A	10A	B*	11A	B*	12A	B**	22A	B**	
+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
o	5	5	-1	1	0	0	-1	0	0	b11	-1-b11	1	1	b11	-1-b11	
o	5	5	-1	1	0	0	-1	0	0	-1-b11	b11	1	1	-1-b11	b11	
o	6	-6	0	0	1	1	0	-1	-1	-b11	1+b11	0	0	b11	-1-b11	
o	6	-6	0	0	1	1	0	-1	-1	1+b11	-b11	0	0	-1-b11	b11	
+	10	10	1	-2	0	0	1	0	0	-1	-1	1	1	-1	-1	
+	10	10	1	2	0	0	1	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
-	10	-10	-2	0	0	0	2	0	0	-1	-1	0	0	1	1	
-	10	-10	1	0	0	0	-1	0	0	-1	-1	r3	-r3	1	1	
-	10	-10	1	0	0	0	-1	0	0	-1	-1	-r3	r3	1	1	
+	11	11	-1	-1	1	1	-1	1	1	0	0	-1	-1	0	0	
+	12	12	0	0	b5	-1-b5	0	-1-b5	b5	1	1	0	0	1	1	
+	12	12	0	0	-1-b5	b5	0	b5	-1-b5	1	1	0	0	1	1	
-	12	-12	0	0	b5	-1-b5	0	1+b5	-b5	1	1	0	0	-1	-1	
-	12	-12	0	0	-1-b5	b5	0	-b5	1+b5	1	1	0	0	-1	-1	

B.4 Weitere Angaben und Lesehinweise

Zu jeder Gruppe ist der Normalteilerverband angegeben. Dieser wurde aus der Charaktertafel berechnet. Den Isomorphietyp der einzelnen Hauptfaktoren kann man der Ordnung des Faktors sowie der Kompositionsstruktur der Gruppe entnehmen, weshalb auf explizite Angabe verzichtet wurde. Einzelne charakteristische Untergruppen wurden zusätzlich berechnet und ihre Identität im Normalteilerverband angegeben. Dabei bezeichnet G^∞ das auflösbare Residuum. Ebenfalls angegeben ist der Permutationscharakter in der entsprechenden Obergruppe. Dieser wurde gemäß der ATLAS Konvention als Summe der Konstituenten (in ATLAS Reihenfolge) notiert.

Charaktertafeln gehören zweifellos zu den Objekten, die ohne Mühen jede vom Seitenformat gegebene Begrenzung überschreiten. Trotz Wahl kleiner Zeichensätze konnte deshalb auch hier nicht vermieden werden, die Tafeln auf mehrere Seiten aufzuteilen. Hierbei wurde versucht, die Bruchstücke möglichst „zusammenhängend“ zu gestalten. Eine große Charaktertafel wird daher wie folgt aufgeteilt:

A	B	G	H	M
C	D	I	J	N
E	F	K	L	O

Die Stücke werden in alphabetischer Reihenfolge abgedruckt, wobei jeweils zwei Spalten auf einer Doppelseite abgedruckt werden. Wenn die Anzahl der Spalten ungerade ist (im Beispiel: M,N,O), folgen sie abschließend.

Um den Ausdruck klein zu halten, wurden die Tafeln weiterhin wenn möglich als Tafeln zentraler Erweiterungen angesehen, und in dieser Form ausgedruckt.

B.5 Co_2M8, $U_6(2)M7$, $Fi_{22}M10$ und $Fi_{23}M11$

Der ATLAS gibt für Co_2M8 die Kompositionsstruktur $2^{4+10}.(S_5 \times S_3)$ an. Zur Konstruktion ist angegeben, daß es sich um den Normalisator einer elementar abelschen 2^4 handelt. Um die Konstruktion dieses Normalteilers zu vereinfachen wurde ein „Umweg“ über $U_6(2)$ gewählt:

Als Stabilisator eines Punktes der gewählten Permutationsdarstellung auf 2300 Punkten erhält man [1] eine Untergruppe U isomoph zu $U_6(2) : 2$. Da $U_6(2)$ einfach ist,ist die Kommutatorgruppe $U' =: V$ eine Untergruppe von Co_2 isomorph zu $U_6(2)$. Als Normalisator eines (wiederum nach obiger Zufallsmethode gefundenen) Elementes aus der Klasse 2a erhält man eine Untergruppe H von V von Index 693. Der Permutationscharakter zu dieser Untergruppe ist Summe von drei irreduziblen Charakteren, folglich macht der Stabilisator eines Punktes (in der Permutationsdarstellung auf den Nebenklassen) drei Bahnen. Eine davon ist stets die triviale Bahn des stabilisierten Punktes, eine weitere hat Ordnung 180.

Wir definieren nun einen Graphen B, dessen Ecken den Nebenklassen von H in V entsprechen. Die Ecken a und b seien verbunden, wenn b in der Bahn von Länge 180 von $\mathrm{Stab}_V(a)$ liegt (wiederum bei Permutationsdarstellung auf den Nebenklassen von H). V operiert auf diesem Graph, indem die Ecken entsprechend den Nebenklassen bei Rechtsmultiplikation permutiert werden.

In diesem Graph gibt es 58 (dies wurde mittels GRAPE [Soi92] ausgerechnet) vollständige Teilgraphen mit 5 Ecken. (Hierbei wurden nur „verschiedene“ Teilgraphen gezählt. Offenbar ist mit einem Teilgraph auch jedes Bild unter V wieder vollständig.) Betrachtet man nun die Stabilisatoren dieser Teilgraphen (welche — da die Graphen vollständig sind — die Mengenstabilisatoren der Eckpunkte sind), so erhält man bei einem dieser Graphen eine maximale Untergruppe $U_6(2)M7$ der Ordnung 1474560. Diese ist von der Kompositiosstruktur[2] $2^{4+8} : (S_3 \times A_5)$.

[1] Diese wie auch die im folgenden verwendeten Informationen sind dem ATLAS entnommen.

[2] Diese Kompositionsstruktur kann man der auch der Charaktertafel entnehmen, was zur Korrektur der original ATLAS-Information $2^{4+8} : (3 \times A_)) : 2$ geführt hat

Die Charaktertafel dieser Gruppe wurde berechnet und hieraus der eindeutige elementar abelsche Normalteiler von Ordnung 2^4 bestimmt.
Von diesem Normalteiler wurde wiederum der Normalisator N in Co_2 bestimmt. Dieser hat Ordnung 11796480. Damit verbleiben aus Ordnungsgründen nur drei maximale Untergruppen von Co_2, in denen N enthalten sein kann, und zwar außer der gesuchten Gruppe noch solche von der Kompositionsstruktur $2^{10} : M_{22} : 2$, sowie $2_+^{1+8} : S_6(2)$.
Da der Index $[Co_2 : N]$ nicht von 2 geteilt wird, müßte N (so es nicht maximal, und folglich in einer der beiden anderen Untergruppen enthalten wäre), jeweils die 2-Sylowgruppe der entsprechenden maximalen Untergruppe enthalten. N enthielte also jeweils einen Normalteiler von Ordnung 2^{10}, beziehungsweise 2^9. Dies ist bei der berechneten Gruppe nicht der Fall, wie man aus der Charaktertafel entnehmen kann. Folglich muß es sich um die gesuchte Gruppe Co_2M8 handeln.

Berechnet man in Fi_{22} den Stabilisator eines Punktes in der Permutationsdarstellung auf 3510 Punkten, so hat dieser (laut ATLAS) die Kompositionsstruktur $2{\cdot}U_6(2)$. In der Faktorgruppe $U_6(2)$ wählen wir wieder besagten Normalteiler von Ordnung 2^4. Dessen Urbild in Fi_{22} hat demnach Ordnung 2^5. Berechnet man nun den Normalisator $N = N_{Fi_{22}}(2^5)$ dieser Untergruppe, so hat er Ordnung 17694720. Aus Ordnungsgründen verbleibt neben der gesuchten Gruppe $Fi_{22}M10$ nur noch eine weitere maximale Untergruppe M von Fi_{22}, die N enthalten könnte, und zwar mit Kompositionsstruktur $A : 2$, wobei wir $A = (2 \times 2_+^{1+8} : U_4(2))$ setzen.
Angenommen $N \leq M$. Dann hätte N Index 3 in M, könnte also nicht im Normalteiler A (welcher Index 2 besitzt) liegen. Nach Isomorphiesatz hätte der Schnitt $S = A \cap N$ Index 3 in A, beziehungsweise Index 2 in N. Aus Ordnungsgründen muß die 2-Sylowgruppe von S dann gleich (bis auf Konjugation) der 2-Sylowgruppe von A sein. S enthielte also insbesondere den 2-Normalteiler $Z = 2 \times 2_+^{1+8} \lhd A$. Folglich wäre S/Z isomorph zu einer Untergruppe von $U_4(2)$ von Index 3, welche es nicht gibt, Widerspruch.
Somit muß es sich bei der konstruierten Untergruppe N um $Fi_{22}M10$ handeln.

Zur Berechnung der elften maximalen Untergruppe von Fi_{23} berechnen wir zunächst den Punktstabilisator in der Permutationsdarstellung auf 31671 Punkten. Dieser ist von der Kompositionsstruktur $2{\cdot}Fi_{22}$. Als Zentralisator eines Elements von Ordnung 2 erhält man hierin eine Untergruppe Z von Index 3510. Diese enthält die zentrale 2 (diese liegt offenbar in jedem Zentralisator), muß also in der Faktorgruppe Fi_{22} auf die maximale Untergruppe vom gleichen Index abbilden. Folglich ist Z vom Typ $2{\cdot}2{\cdot}U_6(2)$. Nun berechnet man in der Faktorgruppe $U_6(2)$ wiederum die bereits weidlich bekannte Untergruppe 2^4. Das Urbild U davon in Fi_{23} hat Kompositionsstruktur 2^6. Berechnet man nun den Normalisator $N = N_{Fi_{23}}(U)$, so ist dieser von Ordnung 247726080.
Wäre N nicht maximal, so müßte N Untergruppe von $M_1 = 2{\cdot}Fi_{22}$ oder $M_2 = 2^2{\cdot}U_6(2).2$ sein. Dabei enthielte N bereits die 2-Sylowgruppen von M_i. N müßte also einen Normalteiler von Ordnung 2, beziehungsweise 4 enthalten. Dies ist jedoch — wie man unschwer dem Normalteilerverband der berechneten Untergruppe entnimmt — nicht der Fall, es handelt sich also um $Fi_{23}M11$.
Die Charaktertafel dieser Gruppe wurde schrittweise berechnet: Zunächst wurden die Charaktere der Faktorgruppe $S_3 \times A_7$ inflationiert, danach einige Matrizen ausgewertet. Diese lieferten bereits genug Charaktere, so daß aus diesen mittels charaktertheoretischer Methoden die gesamte Tafel bestimmt werden konnte, ohne einige — sonst notwendig gewordene — teure Matrizen auszuwerten.

B.5.1 Ausblick auf den Rest der Serie

Mit den hier untersuchten Gruppen ist eine ganze „Serie“ maximaler Untergruppen einfacher Gruppen zwar angeschnitten, aber noch nicht vollständig ausgeschöpft worden. Zunächst ha-

ben wir keine einfachen Gruppen in $U_6(2)$ berücksichtigt. Dies war unnötig, da $U_6(2)$ zur Konstruktion aller weiteren Gruppen genügte. Andererseits existiert in $U_5(2)$ — welches maximale Untergruppe von $U_6(2)$ ist — eine maximale Untergruppe vom Typ $2^{4+4} : (3 \times A_5)$, welche — ebenso wie $U_6(2)M7$ — Stabilisator einer isotropen Gerade, und deshalb wohl auch in diese Serie einzugliedern ist.

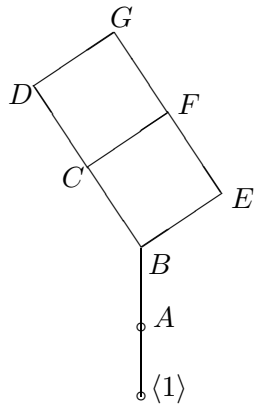
Weiterhin finden sich auch in größeren einfachen Gruppen noch Untergruppen, die in die hier betrachtete Serie hereinpassen, und wohl auch mittels derselben Methoden konstruiert werden können. Problematisch wird dabei jedoch zunächst einmal die anfangs stets notwendige Darstellung der einfachen Gruppe, in der die Rechnung stattfindet: Um zum Beispiel Normalisatoren berechnen zu können, empfiehlt es sich, diese als Permutationsgruppen darzustellen. Geeignete maximale Untergruppen haben jedoch bald schon Indizes, die eine solche Vorgehensweise sehr erschweren.

In Fi'_{24} (welche Fi_{23} als maximale Untergruppe enthält) findet sich zum Beispiel ein Oktadenstabilisator vom Typ $2^{6+8}.(S_3 \times A_8)$, welcher zum hier betrachteten Heptadenstabilisator $Fi_{23}M10$ korrespondieren dürfte. Ebenso dürfte Co_2M8 zu einer Untergruppe $2^{4+12}\cdot(S_3 \times 3S_6)$ von Co_1 fortsetzen.

B.5.2 Normalteilerverbände und andere Informationen

$U_6(2)M7 \cong 2^{4+8} : (S_3 \times A_5)$

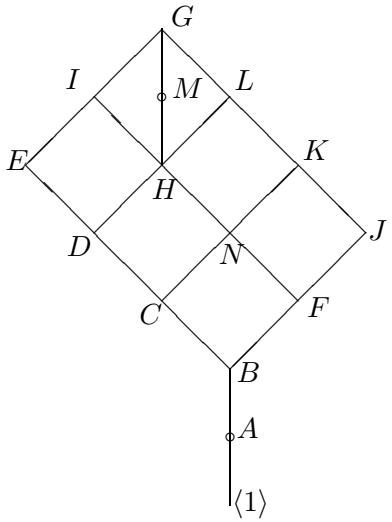
1a +252a +440a +616a +4928a



		Ordnung
A		16
B		4096
C		12288
D		24576
E	G^∞	245760
F	G'	737280
G		1474560

$Co_2M8 \cong 2^{4+10}.(S_5 \times S_3)$

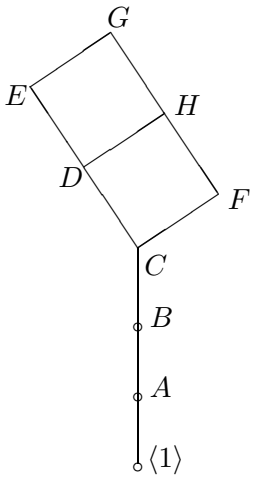
1a +275a +2024aa +12650a
+23000aa +31625bbb +113850a
+184437a +226688a +245916a
+398475bb +558900a +637560a
+664125b



		Ordnung			Ordnung
A		16	H	G'	2949120
B		4096	I		5898240
C		16384	J		491520
D		49152	K		1966080
E		98304	L		5898240
F	G^∞	245760	M		5898240
N	G''	983040	G		11796480

$Fi_{22}M10 \cong 2^{5+8} : (S_3 \times A_6)$

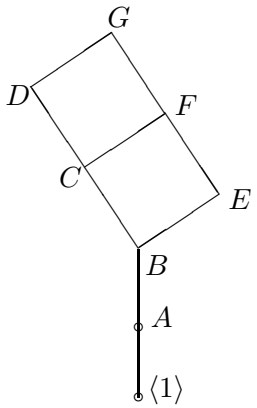
1a +429a +1430a +3080aa
+13650a +30030a +32032a
+45045a +75075aa +205920a
+289575a +320320a +360855a
+579150a +675675a +938223a



		Ordnung
A		16
B		32
C		8192
D		24576
E		49152
F	G^∞	2949120
H	G'	8847360
G		17694720

$Fi_{23}M11 \cong 2^{6+8} : (S_3 \times A_7)$

1a +782a +3588a +30888aaa +60996a +106743a
+274482aa +789360a +812889aa +1677390a
+1951872aa +5533110aaaa +7468032aaa +10567557a
+12077208aaa +15096510a +18812574a +20322225a
+21135114aa +21348600aaaa +26838240aaaa
+28464800aa +29354325aaaaa +37573536aa +42270228a
+48034350a +55740960a +56360304aab +58708650aaab
+73531392a +93933840a +97976320aaa +153014400ab
+166559744b +176125950aabb +207793431a +216154575a
+216770400aaaaa +264188925aa +287721720a
+289027200aaa +289027200bbb +289103904aa
+313112800aaab +322058880aaaa +336061440a
+341577600a +362316240aa +476702577a +496897335aaa
+504627200aabb +526752072a +559458900a



		Ordnung
A		64
B		16384
C		49152
D		98304
E	G^∞	41287680
F	G'	123863040
G		247726080

B.5.3 $U_6(2)M7$

$2^{4+8} : (S_3 \times A_5)$

;	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
		294	147	4	4	6	6	1	1	1	2			30	6	3			1	1																
1474560		912	456	096	096	144	144	536	536	536	880	576	288	720	144	072	256	256	536	536	768	256	256	256	256	256	256	64	48	48	24	512	512	256	256	256	256
p	power	A	A	A	A	A	A	B	B	B	A	AA	AB	A	A	A	C	C	A	A	B	C	C	C	C	C	C	B	AH	AH	BI	A	A	C	C	C	C
p'	part	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	AA	AB	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	AH	AH	AI	A	A	A	A	A	A
ind		1A	2A	2B	2C	2D	4A	4B	4C	4D	4E	3A	6A	6B	2E	2F	2G	4F	4G	2H	4H	4I	4J	4K	4L	4M	4N	4O	8A	6C	12A	12B	2I	4P	4Q	4R	4S	4T
+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
+	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0
+	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
+	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1
+	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
+	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
+	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1
+	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
+	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
+	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	-5	-5	-5	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0
+	30	30	30	-2	-2	14	14	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
o	30	30	30	-2	-2	14	14	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
o	30	30	30	-2	-2	14	14	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	45	45	45	13	13	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	15	15	15	-1	-1	9	9	9	1	1	1	1	1	1	-3	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3
+	45	45	45	13	13	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	-15	-15	-15	1	1	9	9	9	1	1	1	1	1	1	-3	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
+	45	45	45	13	13	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	15	15	15	-1	-1	-3	-3	-3	-3	-3	5	-3	-3	5	1	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
+	45	45	45	13	13	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	-15	-15	-15	1	1	-3	-3	-3	-3	-3	5	-3	-3	5	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
+	45	45	45	13	13	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	15	15	15	-1	-1	-3	-3	-3	-3	-3	5	-3	-3	5	1	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
+	45	45	45	13	13	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	15	15	15	-1	-1	-3	-3	-3	5	5	-3	-3	-3	-3	1	0	0	0	4	4	-4	4	4	-4	4
+	45	45	45	13	13	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	-15	-15	-15	1	1	-3	-3	-3	5	5	-3	-3	-3	-3	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
+	60	60	60	-4	-4	-4	-4	-4	12	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	-4	-4	-4	-4
+	60	60	60	-4	-4	-4	-4	-4	12	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-4	-4	4	4	4
+	60	60	60	-4	-4	-4	-4	12	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	-4	4	4	-4	4
+	60	60	60	-4	-4	-4	-4	-4	-4	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	-4	-4	-4	-4
+	90	90	90	-6	-6	42	42	-6	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	-6	2	2	2	2	2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	120	120	120	-8	-8	-8	-8	-8	24	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	120	120	120	-8	-8	-8	-8	24	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	120	120	120	-8	-8	-8	-8	-8	-8	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	20	-12	4	4	-4	4	-4	0	0	0	5	-3	1	-10	6	-2	2	-2	4	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	-2	-2	2	-2	2	2	
+	20	-12	4	4	-4	4	-4	0	0	0	5	-3	1	10	-6	2	-2	2	4	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	2	2	-2	2	-2	-2	
o	20	-12	4	4	-4	4	-4	0	0	0	5	-3	1	10	-6	2	-2	2	4	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	2	2	-2	2	-2	-2	
o	20	-12	4	4	-4	4	-4	0	0	0	5	-3	1	10	-6	2	-2	2	4	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	2	2	-2	2	-2	-2	
o	20	-12	4	4	-4	4	-4	0	0	0	5	-3	1	-10	6	-2	2	-2	4	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	-2	-2	2	-2	2	2	
o	20	-12	4	4	-4	4	-4	0	0	0	5	-3	1	-10	6	-2	2	-2	4	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	-2	-2	2	-2	2	2	
+	40	-24	8	8	-8	8	-8	0	0	0	-5	3	-1	0	0	0	0	0	0	8	8	-8	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0
o	40	-24	8	8	-8	8	-8	0	0	0	-5	3	-1	0	0	0	0	0	0	8	8	-8	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0
o	40	-24	8	8	-8	8	-8	0	0	0	-5	3	-1	0	0	0	0	0	0	8	8	-8	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0
+	60	-36	12	12	-12	12	-12	0	0	0	15	-9	3	30	-18	6	-6	6	-4	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	1	-2	-2	2	-2	2	2
+	60	-36	12	12	-12	12	-12	0	0	0	15	-9	3	-30	18	-6	6	-6	-4	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	1	2	2	-2	2	-2	-2
+	120	-72	24	24	-24	24	-24	0	0	0	-15	9	-3	0	0	0	0	0	-8	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	0	0	0	0	0	0
+	160	32	-32	0	0	0	0	0	0	0	10	2	-2	40	8	-8	0	0	8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	-2	0	8	-8	0	0	0	0
+	160	32	-32	0	0	0	0	0	0	0	10	2	-2	-40	-8	8	0	0	8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	-2	0	-8	8	0	0	0	0
+	160	32	-32	0	0	0	0	0	0	0	10	2	-2	40	8	-8	0	0	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	2	0	-8	8	0	0	0	0	0
+	160	32	-32	0	0	0	0	0	0	0	10	2	-2	-40	-8	8	0	0	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	2	0	8	-8	0	0	0	0	0
+	180	-108	36	4	-4	-12	12	0	0	0	0	0	0	30	-18	6	2	-2	0	0	0	4	-4	-4	-4	4	4	0	0	0	0	2	2	6	2	-2	-2	
+	180	-108	36	4	-4	-12	12	0	0	0	0	0	0	30	-18	6	2	-2	0	0	0	-4	4	-4	4	-4	4	0	0	0	0	-6	-6	-2	2	-2	-2	
+	180	-108	36	4	-4	-12	12	0	0	0	0	0	0	-30	18	-6	-2	2	0	0	0	4	-4	-4	-4	4	4	0	0	0	0	-2	-2	-6	-2	2	2	
+	180	-108	36	4	-4	-12	12	0	0	0	0	0	0	-30	18	-6	-2	2	0	0	0	-4	4	-4	4	-4	4	0	0	0	0	6	6	2	-2	2	2	
+	180	-108	36	4	-4	-12	12	0	0	0	0	0	0	30	-18	6	2	-2	0	0	0	-4	4	4	-4	4	-4	0	0	0	0	2	2	-2	-6	6	-2	
+	180	-108	36	4	-4	-12	12	0	0	0	0	0	0	30	-18	6	2	-2	0	0	0	4	-4	4	4	-4	-4	0	0	0	0	2	2	-2	2	-2	6	
+	180	-108	36	4	-4	-12	12	0	0	0	0	0	0	-30	18	-6	-2	2	0	0	0	-4	4	4	-4	4	-4	0	0	0	0	-2	-2	2	6	-6	2	
+	180	-108	36	4	-4	-12	12	0	0	0	0	0	0	-30	18	-6	-2	2	0	0	0	4	-4	4	4	-4	-4	0	0	0	0	-2	-2	2	-2	2	-6	
-	240	-144	48	-16	16	16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
o	240	-144	48	-16	16	16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
o	240	-144	48	-16	16	16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	320	64	-64	0	0	0	0	0	0	0	-10	-2	2	0	0	0	0	0	16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
+	320	64	-64	0	0	0	0	0	0	0	-10	-2	2	0	0	0	0	0	-16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0
+	320	64	-64	0	0	0	0	0	0	0	20	4	-4	80	16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	320	64	-64	0	0	0	0	0	0	0	20	4	-4	-80	-16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	640	128	-128	0	0	0	0	0	0	0	-20	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
256	256	256	32	32	32	72	72	72	72	576	576	576	576	96	96	96	96	48	48	48	24	24	24	24	30	15	10	30	15	10
C	B	C	D	C	E	A	BA	BA	BB	A	CB	CA	CA	HA	IA	HB	IB	GC	GD	GE	BE	BF	BF	BG	A	BA	BE	A	AA	AE
A	A	A	A	A	A	A	BA	BA	BB	A	CB	CA	CA	CA	CA	CB	CB	CC	CD	CE	BE	BF	BF	BG	A	AA	AE	A	BA	BE
4U	4V	4W	8B	8C	8D	3B	6D	E**	6F	3C	6G	6H	I**	12C	D**	12E	F**	12G	12H	12I	6J	6K	L**	6M	5A	15A	10A	B*	B*	B*
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1
0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	2	-1	0	2	-1	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-b5	-b5	-b5	1+b5	1+b5	1+b5
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-b5	-b5	b5	1+b5	1+b5	-1-b5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1-r5	b5	0	1+r5	-1-b5	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1+b5	1+b5	1+b5	-b5	-b5	-b5
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1+b5	1+b5	-1-b5	-b5	-b5	b5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1+r5	-1-b5	0	1-r5	b5	0
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1
0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	-2	1	0	-2	1	0
1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	6	2	2	2	2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	1+4b3	-1-2i3	1+4b3	-1-2i3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-1-2i3	1+4b3	-1-2i3	1+4b3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	-3	-3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	-3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	3	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	-3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	3	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	3	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-4	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-4	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	1	1	1	1	1	-3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	1	1	1	1	-3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	1	1	1	1	1	1	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	2	-2	0	0	0	2	0	0	-2	-4	4	0	0	-2	-2	2	2	0	0	0	2	0	0	-2	0	0	0	0	0	0
2	-2	2	0	0	0	2	0	0	-2	-4	4	0	0	-2	-2	2	2	0	0	0	-2	0	0	2	0	0	0	0	0	0
2	-2	2	0	0	0	-1	-i3	i3	1	2	-2	-2i3	2i3	1+i3	1-i3	-1-i3	2b3	0	0	0	1	i3	-i3	-1	0	0	0	0	0	0
2	-2	2	0	0	0	-1	i3	-i3	1	2	-2	2i3	-2i3	1-i3	1+i3	2b3	-1-i3	0	0	0	1	-i3	i3	-1	0	0	0	0	0	0
-2	2	-2	0	0	0	-1	-i3	i3	1	2	-2	-2i3	2i3	1+i3	1-i3	-1-i3	2b3	0	0	0	-1	-i3	i3	1	0	0	0	0	0	0
-2	2	-2	0	0	0	-1	i3	-i3	1	2	-2	2i3	-2i3	1-i3	1+i3	2b3	-1-i3	0	0	0	-1	i3	-i3	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	4	0	0	-4	4	-4	0	0	2	2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-2	2i3	-2i3	2	-2	2	-2i3	2i3	2b3	-1-i3	1-i3	1+i3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-2	-2i3	2i3	2	-2	2	2i3	-2i3	-1-i3	2b3	1+i3	1-i3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	1	4	4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	1	4	4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	1	4	4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	1	4	4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0
2	-2	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	2	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-6	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-6	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	-12	0	0	-2	-2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	6	-6i3	6i3	1-i3	1+i3	2b3	-1-i3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	6	6i3	-6i3	1+i3	1-i3	-1-i3	2b3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	2	-2	-2	2	-4	-4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	2	-2	-2	2	-4	-4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-1	1	1	-1	-4	-4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-1	1	1	-1	-4	-4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-2	2	2	-2	4	4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

B.5.4 Co_2M8

$2^{4+10}.(S_5 \times S_3)$

;	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
		2359	1179	98	98	49	40	32	32	8	49	49	12	8	8	8	6	2	5	1		122	24	12	3	3	1	1	1	1	12	4	12
11796480	296	648	304	304	152	960	768	768	192	152	152	288	192	192	192	144	048	760	152	576	880	576	288	072	072	536	280	024	024	288	096	288
p power	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	B	B	A	B	B	B	A	AA	AB	A	A	A	D	D	D	F	G	G	A	A	A
p' part	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	AA	AB	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
ind	1A	2A	2B	2C	2D	2E	2F	2G	2H	2I	4A	4B	4C	4D	4E	4F	4G	4H	3A	6A	6B	2J	2K	2L	4I	4J	4K	4L	4M	4N	2M	2N	4O
+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
+	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2
+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
+	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2
+	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	-2	-2	-2
+	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-2	-2	-2
+	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	-6	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-4	-4	
+	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	
+	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	0	0	0	
+	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	
+	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	0	0	0	
+	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	1	1	1	
+	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	1	1	1	
+	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	-5	-5	-5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	
+	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	1	1	1	
+	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	1	1	1	
+	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	-5	-5	-5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	
+	3	3	3	-1	-1	-1	-1	3	3	-1	3	3	3	-1	-1	-1	3	-1	0	0	0	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	3	-1	3
+	3	3	3	-1	-1	-1	-1	3	3	-1	3	3	3	-1	-1	-1	3	-1	0	0	0	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	3	-1	3
+	3	3	3	-1	-1	-1	-1	3	3	-1	3	3	3	-1	-1	-1	3	-1	0	0	0	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	3	-1	3
+	3	3	3	-1	-1	-1	-1	3	3	-1	3	3	3	-1	-1	-1	3	-1	0	0	0	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	3	-1	3
+	12	12	12	-4	-4	-4	-4	12	12	-4	12	12	12	-4	-4	-4	12	-4	0	0	0	4	4	4	-4	-4	-4	-4	4	4	0	0	0
+	12	12	12	-4	-4	-4	-4	12	12	-4	12	12	12	-4	-4	-4	12	-4	0	0	0	-4	-4	-4	4	4	4	4	-4	-4	0	0	0
+	12	12	12	-4	-4	-4	-4	12	12	-4	12	12	12	-4	-4	-4	12	-4	0	0	0	-4	-4	-4	4	4	4	4	-4	-4	0	0	0
+	12	12	12	-4	-4	-4	-4	12	12	-4	12	12	12	-4	-4	-4	12	-4	0	0	0	4	4	4	-4	-4	-4	-4	4	4	0	0	0
+	15	15	15	-5	-5	-5	-5	15	15	-5	15	15	15	-5	-5	-5	15	-5	0	0	0	5	5	5	-5	-5	-5	-5	5	5	3	-1	3
+	15	15	15	-5	-5	-5	-5	15	15	-5	15	15	15	-5	-5	-5	15	-5	0	0	0	-5	-5	-5	5	5	5	5	-5	-5	3	-1	3
+	15	15	15	-5	-5	-5	-5	15	15	-5	15	15	15	-5	-5	-5	15	-5	0	0	0	-5	-5	-5	5	5	5	5	-5	-5	3	-1	3
+	15	15	15	-5	-5	-5	-5	15	15	-5	15	15	15	-5	-5	-5	15	-5	0	0	0	5	5	5	-5	-5	-5	-5	5	5	3	-1	3
+	18	18	18	-6	-6	-6	-6	18	18	-6	18	18	18	-6	-6	-6	18	-6	0	0	0	6	6	6	-6	-6	-6	-6	6	6	-6	2	-6
+	18	18	18	-6	-6	-6	-6	18	18	-6	18	18	18	-6	-6	-6	18	-6	0	0	0	-6	-6	-6	6	6	6	6	-6	-6	-6	2	-6
+	30	30	30	6	6	6	-10	-2	-2	-10	14	14	-2	6	6	6	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-2	6	
+	30	30	30	6	6	6	-10	-2	-2	-10	14	14	-2	6	6	6	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-2	6	
+	45	45	45	21	21	21	5	13	13	5	-3	-3	-3	5	-11	5	-3	-3	0	0	0	15	15	15	3	3	3	-5	-1	-1	-3	5	-3
+	45	45	45	21	21	21	5	13	13	5	-3	-3	-3	5	-11	5	-3	-3	0	0	0	15	15	15	3	3	3	-5	-1	-1	9	1	9
+	45	45	45	21	21	21	5	13	13	5	-3	-3	-3	5	-11	5	-3	-3	0	0	0	-15	-15	-15	-3	-3	-3	5	1	1	-3	5	-3
+	45	45	45	21	21	21	5	13	13	5	-3	-3	-3	5	-11	5	-3	-3	0	0	0	-15	-15	-15	-3	-3	-3	5	1	1	9	1	9
+	45	45	45	21	21	21	5	13	13	5	-3	-3	-3	5	-11	5	-3	-3	0	0	0	-15	-15	-15	-3	-3	-3	5	1	1	-3	5	-3
+	45	45	45	21	21	21	5	13	13	5	-3	-3	-3	5	-11	5	-3	-3	0	0	0	-15	-15	-15	-3	-3	-3	5	1	1	9	1	9
+	45	45	45	21	21	21	5	13	13	5	-3	-3	-3	5	-11	5	-3	-3	0	0	0	15	15	15	3	3	3	-5	-1	-1	-3	5	-3
+	45	45	45	21	21	21	5	13	13	5	-3	-3	-3	5	-11	5	-3	-3	0	0	0	15	15	15	3	3	3	-5	-1	-1	9	1	9
+	45	45	45	9	9	9	25	13	13	-7	-3	-3	-3	-7	9	-7	-3	1	0	0	0	15	15	15	-3	-3	-3	5	-1	-1	-3	-7	-3
+	45	45	45	9	9	9	25	13	13	-7	-3	-3	-3	-7	9	-7	-3	1	0	0	0	15	15	15	-3	-3	-3	5	-1	-1	9	5	9
+	45	45	45	9	9	9	25	13	13	-7	-3	-3	-3	-7	9	-7	-3	1	0	0	0	-15	-15	-15	3	3	3	-5	1	1	-3	-7	-3
+	45	45	45	9	9	9	25	13	13	-7	-3	-3	-3	-7	9	-7	-3	1	0	0	0	-15	-15	-15	3	3	3	-5	1	1	9	5	9
+	45	45	45	9	9	9	25	13	13	-7	-3	-3	-3	-7	9	-7	-3	1	0	0	0	-15	-15	-15	3	3	3	-5	1	1	-3	-7	-3
+	45	45	45	9	9	9	25	13	13	-7	-3	-3	-3	-7	9	-7	-3	1	0	0	0	15	15	15	-3	-3	-3	5	-1	-1	9	5	9
+	60	60	60	12	12	12	-20	-4	-4	12	-4	-4	12	-4	12	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	60	60	60	12	12	12	-20	-4	-4	12	-4	-4	12	-4	12	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	60	60	60	12	12	12	-20	-4	-4	12	-4	-4	12	-4	12	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	60	60	60	12	12	12	-20	-4	-4	12	-4	-4	12	-4	12	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	60	60	60	12	12	12	-20	-4	-4	-20	28	28	-4	12	12	12	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	-4	12	
+	90	90	90	42	42	42	10	26	26	10	-6	-6	-6	10	-22	10	-6	-6	0	0	0	30	30	30	6	6	6	-10	-2	-2	-6	-6	-6
+	90	90	90	42	42	42	10	26	26	10	-6	-6	-6	10	-22	10	-6	-6	0	0	0	-30	-30	-30	-6	-6	-6	10	2	2	-6	-6	-6
+	90	90	90	18	18	18	50	26	26	-14	-6	-6	-6	-14	18	-14	-6	2	0	0	0	30	30	30	-6	-6	-6	10	-2	-2	-6	2	-6
+	90	90	90	18	18	18	50	26	26	-14	-6	-6	-6	-14	18	-14	-6	2	0	0	0	-30	-30	-30	6	6	6	-10	2	2	-6	2	-6
+	90	90	90	-30	-30	-30	-30	26	26	2	-6	-6	-6	2	2	2	-6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	2	-6	
+	90	90	90	-30	-30	-30	-30	26	26	2	-6	-6	-6	2	2	2	-6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	-6	18	
+	90	90	90	-30	-30	-30	-30	26	26	2	-6	-6	-6	2	2	2	-6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	2	-6	
+	90	90	90	-30	-30	-30	-30	26	26	2	-6	-6	-6	2	2	2	-6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	-6	18	
+	90	90	90	18	18	18	-30	-6	-6	-30	42	42	-6	18	18	18	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	2	-6	
+	90	90	90	18	18	18	-30	-6	-6	-30	42	42	-6	18	18	18	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	2	-6	
+	90	90	90	-6	-6	-6	10	-6	-6	10	42	42	-6	-6	-6	-6	-6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	10	-6	
+	90	90	90	-6	-6	-6	10	-6	-6	10	42	42	-6	-6	-6	-6	-6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	2	18	
+	90	90	90	-6	-6	-6	10	-6	-6	10	42	42	-6	-6	-6	-6	-6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	10	-6	
+	90	90	90	-6	-6	-6	10	-6	-6	10	42	42	-6	-6	-6	-6	-6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	2	18	
+	90	90	90	-6	-6	-6	10	-6	-6	10	42	42	-6	-6	-6	-6	-6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	2	18	
+	120	120	120	24	24	24	-40	-8	-8	24	-8	-8	24	-8	24	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+	120	120	120	24	24	24	-40	-8	-8	24	-8	-8	24	-8	24	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+	120	120	120	-24	-24	-24	40	-8	-8	8	-8	-8	-8	8	8	8	8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+	120	120	120	-24	-24	-24	40	-8	-8	8	-8	-8	-8	8	8	8	8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
6	4	2	2	2	2	2												2	2	1	1	1													
144	096	048	048	048	048	048	512	512	512	256	512	512	256	96	96	48	048	048	024	024	024	512	512	512	512	256	128	256	256	128	128	64	576
B	A	G	G	G	B	G	G	G	G	H	A	A	B	AM	AO	BP	A	A	B	G	G	G	D	G	C	F	I	D	D	C	E	G	A
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	AM	AO	AP	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
4P	4Q	4R	4S	4T	4U	4V	4W	4X	4Y	4Z	8A	8B	8C	6C	12A	12B	20	4A1	4B1	4C1	4D1	4E1	4F1	4G1	4H1	4I1	4J1	8D	8E	8F	8G	8H	3B
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0
-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2
3	-1	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	3	-1	3	-1	-1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	3
3	-1	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	3	-1	3	-1	-1	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	1	-1	3
3	-1	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	3	-1	3	-1	-1	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	1	-1	3
3	-1	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	3	-1	3	-1	-1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	-3
3	-1	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	3	-1	3	-1	-1	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	1	-1	-3
3	-1	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	3	-1	3	-1	-1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	-3
-6	2	-6	-6	2	2	2	2	2	-6	2	-6	2	2	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	-2	2	-2	-2	-2	-2	2	-2	2	0
-6	2	-6	-6	2	2	2	2	2	-6	2	-6	2	2	0	0	0	2	2	2	2	2	2	-2	2	-2	-2	-2	-2	-2	2	-2	2	0
6	-2	-2	-2	6	-2	6	-2	-2	-2	2	2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	-2	-2	-2	6	-2	6	-2	-2	-2	2	2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	5	5	5	-3	5	-3	-3	5	-3	1	1	1	-3	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	3	-1	3	3	-1	-1	-1	3	-1	-1	0
9	1	1	1	9	1	9	1	1	1	-3	-3	-3	1	0	0	0	3	3	3	3	3	3	-1	3	-1	-1	-1	3	3	-1	-1	-1	0
-3	5	5	5	-3	5	-3	-3	5	-3	1	1	1	-3	0	0	0	1	1	1	1	1	1	-3	1	-3	-3	1	1	1	-3	1	1	0
9	1	1	1	9	1	9	1	1	1	-3	-3	-3	1	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	-3	1	1	1	-3	-3	1	1	1	0
-3	5	5	5	-3	5	-3	-3	5	-3	1	1	1	-3	0	0	0	1	1	1	1	1	1	-3	1	-3	-3	1	1	1	-3	1	1	0
9	1	1	1	9	1	9	1	1	1	-3	-3	-3	1	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	-3	1	1	1	-3	-3	1	1	1	0
-3	5	5	5	-3	5	-3	-3	5	-3	1	1	1	-3	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	3	-1	3	3	-1	-1	-1	3	-1	-1	0
9	1	1	1	9	1	9	1	1	1	-3	-3	-3	1	0	0	0	3	3	3	3	3	3	-1	3	-1	-1	-1	3	3	-1	-1	-1	0
-3	-7	5	5	1	-7	1	1	1	-3	-3	1	5	1	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-3	-1	-3	-3	1	1	1	3	1	-1	0
9	5	1	1	-3	5	-3	5	-3	1	1	-3	1	-3	0	0	0	3	3	3	3	3	3	1	3	1	1	1	-3	-3	-1	1	-1	0
-3	-7	5	5	1	-7	1	1	1	-3	-3	1	5	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	3	1	3	3	-1	-1	-1	-3	-1	1	0
9	5	1	1	-3	5	-3	5	-3	1	1	-3	1	-3	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-1	-3	-1	-1	-1	3	3	1	-1	1	0
-3	-7	5	5	1	-7	1	1	1	-3	-3	1	5	1	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-3	-1	-3	-3	1	1	1	3	1	-1	0
9	5	1	1	-3	5	-3	5	-3	1	1	-3	1	-3	0	0	0	3	3	3	3	3	3	1	3	1	1	1	-3	-3	-1	1	-1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	4	4	-4	4	-4	4	-4	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-4	-4	-4	-4	4	-4	4	-4	4	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-4	-4	-4	-4	4	-4	4	-4	4	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	4	4	-4	4	-4	4	-4	0	0	0	0	0	0	0
12	-4	-4	-4	12	-4	12	-4	-4	-4	4	4	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	2	-6	2	2	2	2	2	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	-2	-2	-2	2	2	0
-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	2	-6	2	2	2	2	2	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-2	2	2	2	-2	-2	0
-6	2	-6	-6	2	2	2	-6	2	2	2	2	-6	2	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	2	-2	2	-2	-2	2	-2	-2	2	2	-2	0
-6	2	-6	-6	2	2	2	-6	2	2	2	2	-6	2	0	0	0	2	2	2	2	2	2	-2	2	-2	-2	2	-2	-2	2	2	-2	0
-6	2	10	10	2	2	2	2	-6	-6	2	2	-6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	-6	2	2	-6	-6	-6	-6	2	2	2	-6	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-6	2	10	10	2	2	2	2	-6	-6	2	2	-6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	-6	2	2	-6	-6	-6	-6	2	2	2	-6	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-6	2	2	2	-6	2	-6	2	2	2	-2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-6	2	2	2	-6	2	-6	2	2	2	-2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-6	10	2	2	2	10	2	-6	-6	2	-2	-2	6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	2	-6	-6	-6	2	-6	2	2	-6	-2	6	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-6	10	2	2	2	10	2	-6	-6	2	-2	-2	6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	2	-6	-6	-6	2	-6	2	2	-6	-2	6	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	-8	-8	8	8	0	0	0	0	0	4	0	0	0	-4	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	8	8	-8	-8	0	0	0	0	0	-4	0	0	0	4	0	0

```
+ 180 180 180 -60 -60 -60 -60  52  52   4 -12 -12 -12   4   4   4 -12   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -12   4 -12
+ 180 180 180 -12 -12 -12  20 -12 -12 -12 -12 -12  36   4 -12   4 -12   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+ 180 180 180 -12 -12 -12  20 -12 -12 -12 -12 -12  36   4 -12   4 -12   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+ 180 180 180 -12 -12 -12  20 -12 -12 -12 -12 -12  36   4 -12   4 -12   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+ 180 180 180 -12 -12 -12  20 -12 -12 -12 -12 -12  36   4 -12   4 -12   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+ 180 180 180 -12 -12 -12  20 -12 -12  20  84  84 -12 -12 -12 -12 -12   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -12 -12 -12
+ 240 240 240 -48 -48 -48  80 -16 -16  16 -16 -16 -16  16  16  16  16 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+ 360 360 360  24  24  24 -40 -24 -24  -8 -24 -24 -24  -8  -8  -8  24   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+ 360 360 360  24  24  24 -40 -24 -24  -8 -24 -24 -24  -8  -8  -8  24   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+  20 -12   4  -8   8   0   0   4  -4   0  -4   4   0   4   0  -4   0   0   5  -3   1 -10   6  -2  -4   4   0   0  -2   2   4   0   4
+  20 -12   4  -8   8   0   0   4  -4   0  -4   4   0   4   0  -4   0   0   5  -3   1  10  -6   2   4  -4   0   0   2  -2   4   0   4
+  20 -12   4  -8   8   0   0   4  -4   0  -4   4   0   4   0  -4   0   0   5  -3   1  10  -6   2   4  -4   0   0   2  -2   4   0   4
+  20 -12   4  -8   8   0   0   4  -4   0  -4   4   0   4   0  -4   0   0   5  -3   1 -10   6  -2  -4   4   0   0  -2   2   4   0   4
+  40 -24   8 -16  16   0   0   8  -8   0  -8   8   0   8   0  -8   0   0  -5   3  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8   0   8
+  40 -24   8 -16  16   0   0   8  -8   0  -8   8   0   8   0  -8   0   0  -5   3  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8   0   8
+  40 -24   8 -16  16   0   0   8  -8   0  -8   8   0   8   0  -8   0   0  10  -6   2 -20  12  -4  -8   8   0   0  -4   4   8   0   8
+  40 -24   8 -16  16   0   0   8  -8   0  -8   8   0   8   0  -8   0   0  10  -6   2  20 -12   4   8  -8   0   0   4  -4   8   0   8
+  60 -36  12 -24  24   0   0  12 -12   0 -12  12   0  12   0 -12   0   0  15  -9   3 -30  18  -6 -12  12   0   0  -6   6  -4   0  -4
+  60 -36  12 -24  24   0   0  12 -12   0 -12  12   0  12   0 -12   0   0  15  -9   3  30 -18   6  12 -12   0   0   6  -6  -4   0  -4
+  60 -36  12 -24  24   0   0  12 -12   0 -12  12   0  12   0 -12   0   0  15  -9   3  30 -18   6  12 -12   0   0   6  -6  -4   0  -4
+  60 -36  12 -24  24   0   0  12 -12   0 -12  12   0  12   0 -12   0   0  15  -9   3 -30  18  -6 -12  12   0   0  -6   6  -4   0  -4
+  60 -36  12   8  -8   0   0  12 -12   0 -12  12   0  -4   0   4   0   0   0   0   0  10  -6   2  -4   4   0   0   2  -2  12   0  12
+  60 -36  12   8  -8   0   0  12 -12   0 -12  12   0  -4   0   4   0   0   0   0   0 -10   6  -2   4  -4   0   0  -2   2  12   0  12
+  60 -36  12   8  -8   0   0  12 -12   0 -12  12   0  -4   0   4   0   0   0   0   0 -10   6  -2   4  -4   0   0  -2   2  12   0  12
+  60 -36  12   8  -8   0   0  12 -12   0 -12  12   0  -4   0   4   0   0   0   0   0  10  -6   2  -4   4   0   0   2  -2  12   0  12
+  80 -48  16 -32  32   0   0  16 -16   0 -16  16   0  16   0 -16   0   0 -10   6  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0  16   0  16
+ 120 -72  24  16 -16   0   0  24 -24   0 -24  24   0  -8   0   8   0   0   0   0   0 -20  12  -4   8  -8   0   0  -4   4  24   0  24
+ 120 -72  24 -48  48   0   0  24 -24   0 -24  24   0  24   0 -24   0   0 -15   9  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -8   0  -8
+ 120 -72  24 -48  48   0   0  24 -24   0 -24  24   0  24   0 -24   0   0 -15   9  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -8   0  -8
+ 120 -72  24  16 -16   0   0  24 -24   0 -24  24   0  -8   0   8   0   0   0   0   0  20 -12   4  -8   8   0   0   4  -4  24   0  24
+ 160  32 -32  16  16 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  10   2  -2 -40  -8   8  -4  -4   4   0   0   0  -8  -8   8
+ 160  32 -32  16  16 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  10   2  -2  40   8  -8   4   4  -4   0   0   0  -8  -8   8
+ 160  32 -32  16  16 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  10   2  -2  40   8  -8   4   4  -4   0   0   0  -8  -8   8
+ 160  32 -32  16  16 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  10   2  -2 -40  -8   8  -4  -4   4   0   0   0  -8  -8   8
+ 160  32 -32  16  16 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  10   2  -2 -40  -8   8  -4  -4   4   0   0   0  -8  -8   8
+ 160  32 -32  16  16 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  10   2  -2  40   8  -8   4   4  -4   0   0   0   8   8  -8
+ 160  32 -32  16  16 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  10   2  -2  40   8  -8   4   4  -4   0   0   0   8   8  -8
+ 160  32 -32  16  16 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  10   2  -2 -40  -8   8  -4  -4   4   0   0   0   8   8  -8
+ 180-108  36  24 -24   0   0  36 -36   0 -36  36   0 -12   0  12   0   0   0   0   0  30 -18   6 -12  12   0   0   6  -6 -12   0 -12
+ 180-108  36  24 -24   0   0  36 -36   0 -36  36   0 -12   0  12   0   0   0   0   0 -30  18  -6  12 -12   0   0  -6   6 -12   0 -12
+ 180-108  36  24 -24   0   0  36 -36   0 -36  36   0 -12   0  12   0   0   0   0   0 -30  18  -6  12 -12   0   0  -6   6 -12   0 -12
+ 180-108  36  24 -24   0   0  36 -36   0 -36  36   0 -12   0  12   0   0   0   0   0  30 -18   6 -12  12   0   0   6  -6 -12   0 -12
+ 320  64 -64  32  32 -32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -10  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -16 -16  16
+ 320  64 -64  32  32 -32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -10  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -16 -16  16
+ 320  64 -64  32  32 -32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -10  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0  16  16 -16
+ 320  64 -64  32  32 -32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -10  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0  16  16 -16
+ 320  64 -64  32  32 -32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  20   4  -4 -80 -16  16  -8  -8   8   0   0   0   0   0   0
+ 320  64 -64  32  32 -32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  20   4  -4  80  16 -16   8   8  -8   0   0   0   0   0   0
+ 320  64 -64  32  32 -32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  20   4  -4  80  16 -16   8   8  -8   0   0   0   0   0   0
+ 320  64 -64  32  32 -32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  20   4  -4 -80 -16  16  -8  -8   8   0   0   0   0   0   0
+ 360-216  72 -48  48   0   0   8  -8   0  24 -24   0  -8   0   8   0   0   0   0   0  60 -36  12   0   0   0   0  -4   4   0  -8   0
+ 360-216  72 -48  48   0   0   8  -8   0  24 -24   0  -8   0   8   0   0   0   0   0 -60  36 -12   0   0   0   0   4  -4   0  -8   0
+ 360-216  72 -48  48   0   0   8  -8   0  24 -24   0  -8   0   8   0   0   0   0   0 -60  36 -12   0   0   0   0   4  -4   0  -8   0
+ 360-216  72 -48  48   0   0   8  -8   0  24 -24   0  -8   0   8   0   0   0   0   0  60 -36  12   0   0   0   0  -4   4   0  -8   0
+ 360-216  72  48 -48   0   0   8  -8   0  24 -24   0   8   0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8   0
+ 360-216  72  48 -48   0   0   8  -8   0  24 -24   0   8   0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8   0
+ 360-216  72  48 -48   0   0   8  -8   0  24 -24   0   8   0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8   0
+ 360-216  72  48 -48   0   0   8  -8   0  24 -24   0   8   0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8   0
+ 360-216  72 -48  48   0   0   8  -8   0  24 -24   0  -8   0   8   0   0   0   0   0  60 -36  12   0   0   0   0  -4   4   0   8   0
+ 360-216  72 -48  48   0   0   8  -8   0  24 -24   0  -8   0   8   0   0   0   0   0  60 -36  12   0   0   0   0  -4   4   0   8   0
+ 360-216  72 -48  48   0   0   8  -8   0  24 -24   0  -8   0   8   0   0   0   0   0 -60  36 -12   0   0   0   0   4  -4   0   8   0
+ 360-216  72 -48  48   0   0   8  -8   0  24 -24   0  -8   0   8   0   0   0   0   0 -60  36 -12   0   0   0   0   4  -4   0   8   0
+ 480  96 -96 -16 -16  16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -40  -8   8   4   4  -4   0   0   0 -24   8  24
+ 480  96 -96 -16 -16  16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  40   8  -8  -4  -4   4   0   0   0 -24   8  24
+ 480  96 -96 -16 -16  16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  40   8  -8  -4  -4   4   0   0   0 -24   8  24
+ 480  96 -96 -16 -16  16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -40  -8   8   4   4  -4   0   0   0 -24   8  24
+ 480  96 -96 -16 -16  16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -40  -8   8   4   4  -4   0   0   0  24  -8 -24
+ 480  96 -96 -16 -16  16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  40   8  -8  -4  -4   4   0   0   0  24  -8 -24
+ 480  96 -96 -16 -16  16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  40   8  -8  -4  -4   4   0   0   0  24  -8 -24
+ 480  96 -96 -16 -16  16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -40  -8   8   4   4  -4   0   0   0  24  -8 -24
+ 480-288  96   0   0   0   0 -32  32   0 -32  32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+ 480-288  96   0   0   0   0 -32  32   0 -32  32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+ 640 128-128  64  64 -64   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -20  -4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+ 640 128-128  64  64 -64   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -20  -4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+ 720-432 144  96 -96   0   0  16 -16   0  48 -48   0  16   0 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -16   0
+ 960 192-192 -32 -32  32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -80 -16  16   8   8  -8   0   0   0   0   0   0
+ 960 192-192 -32 -32  32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  80  16 -16  -8  -8   8   0   0   0   0   0   0
+ 960 192-192 -32 -32  32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  80  16 -16  -8  -8   8   0   0   0   0   0   0
+ 960 192-192 -32 -32  32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -80 -16  16   8   8  -8   0   0   0   0   0   0
+ 960-576 192   0   0   0   0 -64  64   0 -64  64   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
```

```
-12   4 -12 -12   4   4   4   4   4   4  -4   4   4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4   4   4   4   4  -4  -4  -4  -4  -4   4   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4  -4  -4  -4  -4   4   4   4   4  -4   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4  -4  -4  -4  -4   4   4   4   4  -4   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4   4   4   4   4  -4  -4  -4  -4   4   0   0   0   0   0   0   0
-12 -12   4   4   4 -12   4   4   4   4   4  -4  -4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8   8   8  -8  -8   0   0   0   0   0   4   0   0   0  -4   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -8  -8  -8   8   8   0   0   0   0   0  -4   0   0   0   4   0   0
 -4   0   0   0   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -2  -2   2  -2   2  -2   0   2   0   0   0  -2   2   0   0   0   2
 -4   0   0   0   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1   2   2  -2   2  -2   2   0  -2   0   0   0   2  -2   0   0   0   2
 -4   0   0   0   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1   2   2  -2   2  -2   2   0  -2   0   0   0   2  -2   0   0   0   2
 -4   0   0   0   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -2  -2   2  -2   2  -2   0   2   0   0   0  -2   2   0   0   0   2
 -8   0   0   0   8   0  -8   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4
 -8   0   0   0   8   0  -8   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4
 -8   0   0   0   8   0  -8   0   0   0   0   0   0   0   2   2  -2  -4  -4   4  -4   4  -4   0   4   0   0   0  -4   4   0   0   0  -2
 -8   0   0   0   8   0  -8   0   0   0   0   0   0   0   2   2  -2   4   4  -4   4  -4   4   0  -4   0   0   0   4  -4   0   0   0  -2
  4   0   0   0  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   2   2  -2   2  -2   2   0  -2   0   0   0   2  -2   0   0   0   0
  4   0   0   0  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1  -2  -2   2  -2   2  -2   0   2   0   0   0  -2   2   0   0   0   0
  4   0   0   0  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1  -2  -2   2  -2   2  -2   0   2   0   0   0  -2   2   0   0   0   0
  4   0   0   0  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   2   2  -2   2  -2   2   0  -2   0   0   0   2  -2   0   0   0   0
-12   0   0   0  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2  -2   2  -2   2   0  -2   0   0   0  -2   2   0   0   0   6
-12   0   0   0  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2   2  -2   2  -2   0   2   0   0   0   2  -2   0   0   0   6
-12   0   0   0  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2   2  -2   2  -2   0   2   0   0   0   2  -2   0   0   0   6
-12   0   0   0  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2  -2   2  -2   2   0  -2   0   0   0  -2   2   0   0   0   6
-16   0   0   0  16   0 -16   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4
-24   0   0   0  -8   0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4  -4   4  -4   4  -4   0   4   0   0   0   4  -4   0   0   0  -6
  8   0   0   0  -8   0   8   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  8   0   0   0  -8   0   8   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-24   0   0   0  -8   0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4   4  -4   4  -4   4   0  -4   0   0   0  -4   4   0   0   0  -6
  0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   2   0   8  -8   0   0   0   0   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   1
  0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   2   0  -8   8   0   0   0   0  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0   1
  0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   2   0  -8   8   0   0   0   0  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0   1
  0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   2   0   8  -8   0   0   0   0   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   1
  0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2   0  -8   8   0   0   0   0  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0   1
  0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2   0   8  -8   0   0   0   0   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   1
  0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2   0   8  -8   0   0   0   0   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   1
  0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2   0  -8   8   0   0   0   0  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0   1
 12   0   0   0   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2   2  -2   2  -2   0   2   0   0   0   2  -2   0   0   0   0
 12   0   0   0   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2  -2   2  -2   2   0  -2   0   0   0  -2   2   0   0   0   0
 12   0   0   0   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2  -2   2  -2   2   0  -2   0   0   0  -2   2   0   0   0   0
 12   0   0   0   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2   2  -2   2  -2   0   2   0   0   0   2  -2   0   0   0   0
  0  16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2
  0  16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2
  0 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2
  0 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1
  0  -8   8  -8   0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4  -4   4  -4   4   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0  -8   8  -8   0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4   4  -4   4  -4  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0  -8   8  -8   0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4   4  -4   4  -4  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0  -8   8  -8   0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4  -4   4  -4   4   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   8   8  -8   0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8   8  -8  -8   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   8   8  -8   0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -8  -8   8   8  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   8   8  -8   0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -8  -8   8   8  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   8   8  -8   0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8   8  -8  -8   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   8  -8   8   0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4   4  -4   4  -4  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   8  -8   8   0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4   4  -4   4  -4  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   8  -8   8   0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4  -4   4  -4   4   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   8  -8   8   0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4  -4   4  -4   4   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8  -8   0   0   0   0  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0   3
  0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -8   8   0   0   0   0   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   3
  0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -8   8   0   0   0   0   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   3
  0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8  -8   0   0   0   0  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0   3
  0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -8   8   0   0   0   0   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   3
  0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8  -8   0   0   0   0  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0   3
  0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8  -8   0   0   0   0  -4   0   4   0   0   0   0   0   0   0   3
  0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -8   8   0   0   0   0   4   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   3
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2
  0 -16 -16  16   0  16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
```

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
					1	1																		36	12	12	4	36	12	12	4	1	1	1
576	288	192	192	96	152	152	576	96	96	96	48	96	96	48	96	96	48	120	40	15	20	20	864	288	288	096	864	288	288	096	024	024	024
BB	BA	BC	BD	BE	A	CB	CA	IC	JA	JB	IG	BL	BJ	BK	GI	GJ	GK	A	AF	AA	AJ	AL	A	A	A	A	B	B	B	B	G	G	G
BB	BA	BC	BD	BE	A	CB	CA	CC	CA	CB	CG	BL	BJ	BK	BI	BJ	BK	A	AF	AA	AJ	AL	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
6D	6E	6F	6G	6H	3C	6I	6J	12C	12D	12E	12F	6K	6L	6M	12G	12H	12I	5A	10A	15A	10B	20A	2P	2Q	2R	2S	4K1	4L1	4M1	4N1	4O1	4P1	4Q1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	2	2	-1	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	2	2	-1	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	-2	-2	1	0	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	-2	-2	1	0	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-1	-1	-1	3	-1	0	1	-1	-3	-3	1	1	-3	-3	1	1	1	1	-3
3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	1	1	1	3	-1	0	-1	1	-3	-3	1	1	-3	-3	1	1	1	1	-3
3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	1	1	1	3	-1	0	-1	1	3	3	-1	-1	3	3	-1	-1	-1	-1	3
3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-1	-1	-1	3	-1	0	1	-1	3	3	-1	-1	3	3	-1	-1	-1	-1	3
3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-1	-1	-1	-3	1	0	-1	1	6	6	-2	-2	6	6	-2	-2	-2	-2	6
3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	1	1	1	-3	1	0	1	-1	6	6	-2	-2	6	6	-2	-2	-2	-2	6
3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	1	1	1	-3	1	0	1	-1	-6	-6	2	2	-6	-6	2	2	2	2	-6
3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-1	-1	-1	-3	1	0	-1	1	-6	-6	2	2	-6	-6	2	2	2	2	-6
-3	-3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	1	1	1	0	0	0	0	0	3	3	-1	-1	3	3	-1	-1	-1	-1	3
-3	-3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	3	3	-1	-1	3	3	-1	-1	-1	-1	3
-3	-3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	-3	-3	1	1	-3	-3	1	1	1	1	-3
-3	-3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	1	1	1	0	0	0	0	0	-3	-3	1	1	-3	-3	1	1	1	1	-3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	-1	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	-1	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	6	6	6	-2	2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	6	6	6	-2	2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	9	9	9	9	9	9	9	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	9	9	9	9	9	9	9	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	9	9	9	9	9	9	9	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	9	9	9	9	9	9	9	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	9	-3	-3	9	9	-3	-3	5	5	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	9	-3	-3	9	9	-3	-3	5	5	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	9	-3	-3	9	9	-3	-3	5	5	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	9	-3	-3	9	9	-3	-3	5	5	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9	3	3	-9	-9	3	3	-5	-5	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9	3	3	-9	-9	3	3	-5	-5	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9	3	3	-9	-9	3	3	-5	-5	-1
0	0	0	0	0	3	3	3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6	-2	-2	-2
0	0	0	0	0	3	3	3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6	-2	-2	-2
0	0	0	0	0	3	3	3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	2	2	2
0	0	0	0	0	3	3	3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	2	2	2
0	0	0	0	0	-6	-6	-6	2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	18	-6	-6	18	18	-6	-6	-6	-6	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	18	-6	-6	18	18	-6	-6	-6	-6	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-18	-18	6	6	-18	-18	6	6	6	6	-2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-18	-18	6	6	-18	-18	6	6	6	6	-2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	4	4	4
0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	12	12	12	12	12	12	12	-4	-4	-4
0	0	0	0	0	6	6	6	-2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	6	6	6	-2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
1									1	6	6	2	2	1	1	1																	
024	512	512	768	256	288	96	288	96	536	144	144	048	048	536	024	024	512	512	512	256	256	256	256	128	128	768	256	768	256	128	128	64	24
G	G	G	C	C	AP	AQ	BK1	BL1	A	C	D	D	C	B	G	G	D	D	G	C	C	E	E	D	B	M	M	O	O	R	R	S	CE2
A	A	A	A	A	AP	AQ	AK1	AL1	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	AE2
4R1	4S1	4T1	8I	8J	6N	6O	12J	12K	2T	4U1	4V1	4W1	4X1	4Y1	4Z1	4A2	4B2	4C2	4D2	8K	8L	8M	8N	8O	8P	4E2	4F2	8Q	8R	8S	8T	8U	12L
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	2	2	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	4	4	4	4	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-4	-4	-4	-4	-4	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	-1
-3	1	1	-3	1	0	0	0	0	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-3	1	-3	1	-3	1	1	0
-3	1	1	-3	1	0	0	0	0	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-3	1	-3	1	-3	1	1	0
3	-1	-1	3	-1	0	0	0	0	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	3	-1	3	-1	3	-1	-1	0
3	-1	-1	3	-1	0	0	0	0	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	3	-1	3	-1	3	-1	-1	0
6	-2	-2	6	-2	0	0	0	0	2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	-2	-2	2	2	2	-2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
6	-2	-2	6	-2	0	0	0	0	-2	2	2	2	2	-2	-2	-2	2	2	-2	-2	-2	2	2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0
-6	2	2	-6	2	0	0	0	0	2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	-2	-2	2	2	2	-2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
-6	2	2	-6	2	0	0	0	0	-2	2	2	2	2	-2	-2	-2	2	2	-2	-2	-2	2	2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-1	-1	3	-1	0	0	0	0	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-3	1	-3	1	-3	1	1	0
3	-1	-1	3	-1	0	0	0	0	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-3	1	-3	1	-3	1	1	0
-3	1	1	-3	1	0	0	0	0	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	3	-1	3	-1	3	-1	-1	0
-3	1	1	-3	1	0	0	0	0	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	3	-1	3	-1	3	-1	-1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	6	6	6	6	-6	2	2	-2	-2	2	2	2	2	2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-6	-6	-6	-6	6	-2	-2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	-3	-3	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-3	-3	-3	-3	1	1	1	0
1	1	1	-3	-3	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	3	3	3	3	-1	-1	-1	0
1	1	1	-3	-3	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	1	1	1	1	1	-3	-3	-3	-3	1	1	1	0
1	1	1	-3	-3	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	-1	-1	-1	0
-1	-1	-1	3	3	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	3	3	3	3	-1	-1	-1	0
-1	-1	-1	3	3	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-3	-3	-3	-3	1	1	1	0
-1	-1	-1	3	3	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	-1	-1	-1	0
1	-3	-3	-3	1	0	0	0	0	3	-3	-3	-3	-3	3	3	3	-3	-3	3	-1	-1	1	1	1	-1	-3	1	-3	1	1	-3	1	0
1	-3	-3	-3	1	0	0	0	0	3	-3	-3	-3	-3	3	3	3	-3	-3	3	-1	-1	1	1	1	-1	3	-1	3	-1	-1	3	-1	0
1	-3	-3	-3	1	0	0	0	0	-3	3	3	3	3	-3	-3	-3	3	3	-3	1	1	-1	-1	-1	1	-3	1	-3	1	1	-3	1	0
1	-3	-3	-3	1	0	0	0	0	-3	3	3	3	3	-3	-3	-3	3	3	-3	1	1	-1	-1	-1	1	3	-1	3	-1	-1	3	-1	0
-1	3	3	3	-1	0	0	0	0	3	-3	-3	-3	-3	3	3	3	-3	-3	3	-1	-1	1	1	1	-1	3	-1	3	-1	-1	3	-1	0
-1	3	3	3	-1	0	0	0	0	3	-3	-3	-3	-3	3	3	3	-3	-3	3	-1	-1	1	1	1	-1	-3	1	-3	1	1	-3	1	0
-1	3	3	3	-1	0	0	0	0	-3	3	3	3	3	-3	-3	-3	3	3	-3	1	1	-1	-1	-1	1	3	-1	3	-1	-1	3	-1	0
-1	3	3	3	-1	0	0	0	0	-3	3	3	3	3	-3	-3	-3	3	3	-3	1	1	-1	-1	-1	1	3	-1	3	-1	-1	3	-1	0
-2	-2	-2	2	2	0	0	0	0	6	6	6	6	6	6	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	-2	-2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	-2	2	2	0	0	0	0	-6	-6	-6	-6	-6	-6	2	2	2	2	2	-2	-2	2	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	-2	-2	0	0	0	0	6	6	6	6	6	6	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	-2	-2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	-2	-2	0	0	0	0	-6	-6	-6	-6	-6	-6	2	2	2	2	2	-2	-2	2	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	-6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	2	-6	2	2	2	-2	0
2	2	2	-6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-2	6	-2	-2	-2	2	0
-2	-2	-2	6	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-2	6	-2	-2	-2	2	0
-2	-2	-2	6	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	2	-6	2	2	2	-2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-6	-6	-6	-6	6	-2	-2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	6	6	6	6	-6	2	2	-2	-2	2	2	2	2	2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	-6	-6	-6	-6	2	2	2	2	2	2	2	-2	-2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	-6	-6	-6	-6	2	2	2	2	2	2	2	-2	-2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	6	6	6	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	-2	-2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	6	6	6	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	-2	-2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
4	4	4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-4	-4	-4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

```
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  18  18  -6  -6  18  18  -6  -6   2   2  -6
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  18  18  -6  -6  18  18  -6  -6   2   2  -6
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -18 -18   6   6 -18 -18   6   6  -2  -2   6
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -18 -18   6   6 -18 -18   6   6  -2  -2   6
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0  -6  -6  -6   2   2   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-2   0  -2   2   0  -4   4   0   0   2  -2   0  -2   2   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   6  -2  -6   2  -6   2   6  -2   2  -2  -2
-2   0  -2   2   0  -4   4   0   0   2  -2   0   2  -2   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   6  -2  -6   2  -6   2   6  -2   2  -2  -2
-2   0  -2   2   0  -4   4   0   0   2  -2   0   2  -2   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0  -6   2   6  -2   6  -2  -6   2  -2   2   2
-2   0  -2   2   0  -4   4   0   0   2  -2   0  -2   2   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0  -6   2   6  -2   6  -2  -6   2  -2   2   2
-4   0  -4   4   0   4  -4   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  12  -4 -12   4 -12   4  12  -4   4  -4  -4
-4   0  -4   4   0   4  -4   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -12   4  12  -4  12  -4 -12   4  -4   4   4
 2   0   2  -2   0   4  -4   0   0  -2   2   0   2  -2   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2   0   2  -2   0   4  -4   0   0  -2   2   0  -2   2   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6   2   6  -2   6  -2  -6   2  -2   2   2
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6   2   6  -2   6  -2  -6   2  -2   2   2
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6  -2  -6   2  -6   2   6  -2   2  -2  -2
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6  -2  -6   2  -6   2   6  -2   2  -2  -2
-6   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0  18  -6   6  -2 -18   6  -6   2  -2   2  -6
-6   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   2   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0  18  -6   6  -2 -18   6  -6   2  -2   2  -6
-6   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   2   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0 -18   6  -6   2  18  -6   6  -2   2  -2   6
-6   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0 -18   6  -6   2  18  -6   6  -2   2  -2   6
 4   0   4  -4   0  -4   4   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 6   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -12   4  12  -4  12  -4 -12   4  -4   4   4
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  12  -4 -12   4 -12   4  12  -4   4  -4  -4
 6   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   2   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 1  -1   1   1  -1   4   4  -4   0   0   0   0  -1  -1   1  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0   8  -8   8  -8  16   0  16   0   0   0   0
 1  -1   1   1  -1   4   4  -4   0   0   0   0   1   1  -1   1   1  -1   0   0   0   0   0   0   8  -8   8  -8  16   0  16   0   0   0   0
 1  -1   1   1  -1   4   4  -4   0   0   0   0   1   1  -1   1   1  -1   0   0   0   0   0   0  -8   8  -8   8 -16   0 -16   0   0   0   0
 1  -1   1   1  -1   4   4  -4   0   0   0   0  -1  -1   1  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0  -8   8  -8   8 -16   0 -16   0   0   0   0
 1  -1   1   1  -1   4   4  -4   0   0   0   0  -1  -1   1  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0  16   0  16   0   8  -8   8  -8   0   0   0
 1  -1   1   1  -1   4   4  -4   0   0   0   0   1   1  -1   1   1  -1   0   0   0   0   0   0  16   0  16   0   8  -8   8  -8   0   0   0
 1  -1   1   1  -1   4   4  -4   0   0   0   0   1   1  -1   1   1  -1   0   0   0   0   0   0 -16   0 -16   0  -8   8  -8   8   0   0   0
 1  -1   1   1  -1   4   4  -4   0   0   0   0  -1  -1   1  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0 -16   0 -16   0  -8   8  -8   8   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -18   6  -6   2  18  -6   6  -2   2  -2   6
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -18   6  -6   2  18  -6   6  -2   2  -2   6
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  18  -6   6  -2 -18   6  -6   2  -2   2  -6
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  18  -6   6  -2 -18   6  -6   2  -2   2  -6
 2  -2   2   2  -2  -4  -4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  16 -16  16 -16  32   0  32   0   0   0   0
 2  -2   2   2  -2  -4  -4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -16  16 -16  16 -32   0 -32   0   0   0   0
 2  -2   2   2  -2  -4  -4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  32   0  32   0  16 -16  16 -16   0   0   0
 2  -2   2   2  -2  -4  -4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -32   0 -32   0 -16  16 -16  16   0   0   0
-1   1  -1  -1   1  -4  -4   4   0   0   0   0   1   1  -1   1   1  -1   0   0   0   0   0   0   8   8   8   8  -8  -8  -8  -8   0   0   0
-1   1  -1  -1   1  -4  -4   4   0   0   0   0  -1  -1   1  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0   8   8   8   8  -8  -8  -8  -8   0   0   0
-1   1  -1  -1   1  -4  -4   4   0   0   0   0  -1  -1   1  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0  -8  -8  -8  -8   8   8   8   8   0   0   0
-1   1  -1  -1   1  -4  -4   4   0   0   0   0   1   1  -1   1   1  -1   0   0   0   0   0   0  -8  -8  -8  -8   8   8   8   8   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -36  12  12  -4  36 -12 -12   4  -4   4  -4
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -36  12  12  -4  36 -12 -12   4  -4   4  -4
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  36 -12 -12   4 -36  12  12  -4   4  -4   4
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  36 -12 -12   4 -36  12  12  -4   4  -4   4
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -36  12 -12   4  36 -12  12  -4   4  -4  -4
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -36  12 -12   4  36 -12  12  -4   4  -4  -4
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  36 -12  12  -4 -36  12 -12   4  -4   4   4
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  36 -12  12  -4 -36  12 -12   4  -4   4   4
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -24   8   0   0  24  -8  -8   8   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  24  -8   0   0 -24   8   8  -8   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -24   8   0   0  24  -8  -8   8   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  24  -8   0   0 -24   8   8  -8   0
 3  -3  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   1   1  -1   0   0   0   0   0   0  24 -24  -8   8  48   0 -16   0   0   0   0
 3  -3  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0  24 -24  -8   8  48   0 -16   0   0   0   0
 3  -3  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0 -24  24   8  -8 -48   0  16   0   0   0   0
 3  -3  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   1   1  -1   0   0   0   0   0   0 -24  24   8  -8 -48   0  16   0   0   0   0
 3  -3  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   1   1  -1   0   0   0   0   0   0  48   0 -16   0  24 -24  -8   8   0   0   0
 3  -3  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0  48   0 -16   0  24 -24  -8   8   0   0   0
 3  -3  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0 -48   0  16   0 -24  24   8  -8   0   0   0
 3  -3  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   1   1  -1   0   0   0   0   0   0 -48   0  16   0 -24  24   8  -8   0   0   0
 0   0   0   0   0 -12  12   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0 -12  12   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-2   2  -2  -2   2   4   4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  16  16  16  16 -16 -16 -16 -16   0   0   0
-2   2  -2  -2   2   4   4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -16 -16 -16 -16  16  16  16  16   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-3   3   1   1  -1   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0  24  24  -8  -8 -24 -24   8   8   0   0   0
-3   3   1   1  -1   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   1   1  -1   0   0   0   0   0   0  24  24  -8  -8 -24 -24   8   8   0   0   0
-3   3   1   1  -1   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   1   1  -1   0   0   0   0   0   0 -24 -24   8   8  24  24  -8  -8   0   0   0
-3   3   1   1  -1   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1  -1   1   0   0   0   0   0   0 -24 -24   8   8  24  24  -8  -8   0   0   0
 0   0   0   0   0  12 -12   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
```

```
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-6   2   2   6  -2   0   0   0   0   6  -6  -6  -6  -6   6  -2  -2   2   2  -2   2   2   2   2  -2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-6   2   2   6  -2   0   0   0   0  -6   6   6   6   6  -6   2   2  -2  -2   2  -2  -2  -2  -2   2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 6  -2  -2  -6   2   0   0   0   0   6  -6  -6  -6  -6   6  -2  -2   2   2  -2   2   2   2   2  -2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 6  -2  -2  -6   2   0   0   0   0  -6   6   6   6   6  -6   2   2  -2  -2   2  -2  -2  -2  -2   2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2  -2   2   0   0  -3   1   3  -1   0  -6   6  -2   2   0   4  -4  -2   2   0   2  -2   2  -2   0   0   2  -2  -2   2   0   0   0  -1   0   0   0   0   0
 2  -2   2   0   0  -3   1   3  -1   0   6  -6   2  -2   0  -4   4   2  -2   0  -2   2  -2   2   0   0   2  -2  -2   2   0   0   0  -1   0   0   0   0   0
-2   2  -2   0   0   3  -1  -3   1   0  -6   6  -2   2   0   4  -4  -2   2   0   2  -2   2  -2   0   0  -2   2   2  -2   0   0   0   1   0   0   0   0   0
-2   2  -2   0   0   3  -1  -3   1   0   6  -6   2  -2   0  -4   4   2  -2   0  -2   2  -2   2   0   0  -2   2   2  -2   0   0   0   1   0   0   0   0   0
 4  -4   4   0   0   3  -1  -3   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4  -4  -4   4   0   0   0   1   0   0   0   0   0
-4   4  -4   0   0  -3   1   3  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4   4   4  -4   0   0   0  -1   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-2   2  -2   0   0   3  -1  -3   1   0   6  -6   2  -2   0  -4   4   2  -2   0  -2   2  -2   2   0   0   2  -2  -2   2   0   0   0  -1   0   0   0   0   0
-2   2  -2   0   0   3  -1  -3   1   0  -6   6  -2   2   0   4  -4  -2   2   0   2  -2   2  -2   0   0   2  -2  -2   2   0   0   0  -1   0   0   0   0   0
 2  -2   2   0   0  -3   1   3  -1   0   6  -6   2  -2   0  -4   4   2  -2   0  -2   2  -2   2   0   0  -2   2   2  -2   0   0   0   1   0   0   0   0   0
 2  -2   2   0   0  -3   1   3  -1   0  -6   6  -2   2   0   4  -4  -2   2   0   2  -2   2  -2   0   0  -2   2   2  -2   0   0   0   1   0   0   0   0   0
 6   2  -2   0   0   0   0   0   0   0  -6   6  -2   2   0  -4   4  -2   2   0  -2   2   2  -2   0   0   6   2  -6  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 6   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   6  -6   2  -2   0   4  -4   2  -2   0   2  -2  -2   2   0   0   6   2  -6  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-6  -2   2   0   0   0   0   0   0   0  -6   6  -2   2   0  -4   4  -2   2   0  -2   2   2  -2   0   0  -6  -2   6   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-6  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   6  -6   2  -2   0   4  -4   2  -2   0   2  -2  -2   2   0   0  -6  -2   6   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-4   4  -4   0   0  -3   1   3  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4  -4  -4   4   0   0   0   1   0   0   0   0   0
 4  -4   4   0   0   3  -1  -3   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4   4   4  -4   0   0   0  -1   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   2  -2   4   0   4 -16  -8   8   0  -4  -4  -4   0   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   2  -2   4   0  -4  16   8  -8   0   4   4   4   0   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0  -2   2  -4   0   4 -16  -8   8   0  -4  -4  -4   0   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0  -2   2  -4   0  -4  16   8  -8   0   4   4   4   0   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   4   0   2  -2  -4  -8 -16   0   8   4  -4  -4   0   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   4   0   2  -2   4   8  16   0  -8  -4   4   4   0   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0  -4   0  -2   2  -4  -8 -16   0   8   4  -4  -4   0   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0  -4   0  -2   2   4   8  16   0  -8  -4   4   4   0   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-6  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   6  -6   2  -2   0   4  -4   2  -2   0   2  -2  -2   2   0   0   6   2  -6  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-6  -2   2   0   0   0   0   0   0   0  -6   6  -2   2   0  -4   4  -2   2   0  -2   2   2  -2   0   0   6   2  -6  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 6   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   6  -6   2  -2   0   4  -4   2  -2   0   2  -2  -2   2   0   0  -6  -2   6   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 6   2  -2   0   0   0   0   0   0   0  -6   6  -2   2   0  -4   4  -2   2   0  -2   2   2  -2   0   0  -6  -2   6   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0  -2   2  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   2  -2   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0  -4   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   4   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   2   2  -2  -2  -8   8  -8  -8   8   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   2   2  -2  -2   8  -8   8   8  -8  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0  -2  -2   2   2  -8   8  -8  -8   8   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0  -2  -2   2   2   8  -8   8   8  -8  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 4  -4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8  -8   0   0   0  -4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 4  -4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -8   8   0   0   0   4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-4   4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8  -8   0   0   0  -4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-4   4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -8   8   0   0   0   4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 4   4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 4   4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-4  -4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-4  -4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  12 -12   4  -4   0   0   0   4  -4   0   0   0   4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -12  12  -4   4   0   0   0  -4   4   0   0   0  -4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -12  12  -4   4   0   0   0  -4   4   0   0   0  -4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  12 -12   4  -4   0   0   0   4  -4   0   0   0   4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4  16   8  -8   0  -4  -4  -4   0   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4 -16  -8   8   0   4   4   4   0   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4  16   8  -8   0  -4  -4  -4   0   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4 -16  -8   8   0   4   4   4   0   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4   8  16   0  -8   4  -4  -4   0   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4  -8 -16   0   8  -4   4   4   0   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4   8  16   0  -8   4  -4  -4   0   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4  -8 -16   0   8  -4   4   4   0   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  24 -24   8  -8   0   0   0  -8   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -24  24  -8   8   0   0   0   8  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0  -2  -2   2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   2   2  -2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -8  -8   8   8  -8   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8   8  -8  -8   8  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -8  -8   8   8  -8   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8   8  -8  -8   8  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
```

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
24	128	128	128	128	128	128	64	32	32	288	96	288	96	144	144	24	48	48	48	48
AQ	M	N	Q	R	O	R	T	A	B	BP	BR	DK1	DM1	CP	IK1	CI	BT	FU1	DY1	GV1
AQ	A	A	A	A	A	A	A	A	A	BP	BR	BK1	BM1	CP	CK1	CI	BT	BU1	BY1	BV1
24A	4G2	4H2	8V	8W	8X	8Y	8Z	16A	16B	6P	6Q	12M	12N	6R	12O	24B	6S	12P	12Q	12R
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-1	-1	-1	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-1	-1	-1	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-1	-1	-1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1
-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	1	1	1	0	0	0	0
0	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-3	1	-3	1	0	0	0	-1	1	-1	1
0	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-3	1	-3	1	0	0	0	1	-1	1	-1
0	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	3	-1	3	-1	0	0	0	-1	1	-1	1
0	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	3	-1	3	-1	0	0	0	1	-1	1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	1	-3	1	0	0	0	-1	1	-1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	1	-3	1	0	0	0	1	-1	1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	-1	3	-1	0	0	0	-1	1	-1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	-1	3	-1	0	0	0	1	-1	1	-1
0	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	3	-1	3	-1	0	0	0	1	-1	1	-1
0	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	3	-1	3	-1	0	0	0	-1	1	-1	1
0	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-3	1	-3	1	0	0	0	1	-1	1	-1
0	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-3	1	-3	1	0	0	0	-1	1	-1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-2	2	2	2	-2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2	-2	-2	-2	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-2	2	2	2	-2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2	-2	-2	-2	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2	2	2	-2	2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-2	-2	-2	2	-2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-2	-2	-2	2	-2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2	2	2	-2	2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

```
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 1   0   2  -2  -2   0   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 1   0  -2   2   2   0  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-1   0   2  -2  -2   0   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-1   0  -2   2   2   0  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 1   0   2  -2  -2   0   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 1   0  -2   2   2   0  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-1   0   2  -2  -2   0   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-1   0  -2   2   2   0  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   2  -2   2   0  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0  -2   2  -2   0   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   2  -2   2   0  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0  -2   2  -2   0   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   1   2  -2   0   1  -1  -1   1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   1   2  -2   0  -1   1   1  -1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1  -2   2   0   1  -1  -1   1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1  -2   2   0  -1   1   1  -1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1  -2   2   0  -1   1   1  -1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1  -2   2   0   1  -1  -1   1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   1   2  -2   0  -1   1   1  -1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   1   2  -2   0   1  -1  -1   1
 0   0   2  -2   2   0  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0  -2   2  -2   0   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   2  -2   2   0  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0  -2   2  -2   0   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2   2   2  -2   2   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2  -2  -2   2  -2   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2  -2  -2   2  -2   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2   2   2  -2   2   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2  -2  -2   2  -2   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   1   2  -2   0  -1   1   1  -1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1  -2   2   0   1  -1  -1   1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1  -2   2   0  -1   1   1  -1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  -4   0   0   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   4   0   0   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  -4   0   0   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   4   0   0   0  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   1   3  -1   0   0   0   1   1  -1  -1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   1   3  -1   0   0   0  -1  -1   1   1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -1  -3   1   0   0   0   1   1  -1  -1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -1  -3   1   0   0   0  -1  -1   1   1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -1  -3   1   0   0   0  -1  -1   1   1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -1  -3   1   0   0   0   1   1  -1  -1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   1   3  -1   0   0   0  -1  -1   1   1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   1   3  -1   0   0   0   1   1  -1  -1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2   2   2  -2   2   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2  -2  -2   2  -2   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   1   3  -1   0   0   0   1   1  -1  -1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   1   3  -1   0   0   0  -1  -1   1   1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -1  -3   1   0   0   0   1   1  -1  -1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -1  -3   1   0   0   0  -1  -1   1   1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
```

B.5.5 $Fi_{22}M10$

$2^{5+8} : (S_3 \times A_6)$

;	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
		11	7	9	2	9	1	7	6	9	49	16	12	12	4	34	5	3	2	368	61	36	24	3	1	6	6	1	6	6	3	3	1
17	6	9	4	7	2	0	648	120	472	152	384	288	288	608	560	760	456	304	640	440	864	576	072	024	144	144	024	144	144	072	072	024
p	power		A	A	A	A	A	A	A	C	A	AB	AC	AA	A	A	A	A	D	D	A	A	A	A	A	A	A	D
p'	part		A	A	A	A	A	A	A	A	A	AB	AC	AA	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
ind		1A	2A	2B	2C	2D	2E	4A	4B	4C	3A	6A	6B	6C	2F	2G	2H	2I	4D	4E	2J	2K	2L	4F	4G	4H	4I	4J
+		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	1	1	1	1	1	1	1	1
+		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	1	1	1	1	1	1	1	1
+		8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0
+		8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0
+		9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	1	1	1	1	1	1	1	1
+		10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
+		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	1	1
+		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	1	1	-1	1	1	1	1	1
+		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	1	1	-1	1	1	1	1	1
+		8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0
+		8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0
+		9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	1	1	-1	1	1	1	1	1
+		10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-2	-2	2	-2	-2	-2	-2	-2
+		2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	2	2	0	2	2	2	2	2
+		10	10	10	10	10	10	10	10	10	-5	-5	-5	-5	0	0	0	0	0	0	2	2	0	2	2	2	2	2
+		10	10	10	10	10	10	10	10	10	-5	-5	-5	-5	0	0	0	0	0	0	2	2	0	2	2	2	2	2
+		16	16	16	16	16	16	16	16	16	-8	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+		16	16	16	16	16	16	16	16	16	-8	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+		18	18	18	18	18	18	18	18	18	-9	-9	-9	-9	0	0	0	0	0	0	2	2	0	2	2	2	2	2
+		20	20	20	20	20	20	20	20	20	-10	-10	-10	-10	0	0	0	0	0	0	-4	-4	0	-4	-4	-4	-4	-4
+		45	45	45	45	13	13	-3	-3	-3	0	0	0	0	15	15	15	15	-1	-1	9	9	3	9	9	9	9	1
+		45	45	45	45	13	13	-3	-3	-3	0	0	0	0	-15	-15	-15	-15	1	1	9	9	-3	9	9	9	9	1
+		45	45	45	45	13	13	-3	-3	-3	0	0	0	0	15	15	15	15	-1	-1	-3	-3	-1	-3	-3	-3	-3	5
+		45	45	45	45	13	13	-3	-3	-3	0	0	0	0	-15	-15	-15	-15	1	1	-3	-3	1	-3	-3	-3	-3	5
+		90	90	90	90	26	26	-6	-6	-6	0	0	0	0	30	30	30	30	-2	-2	6	6	2	6	6	6	6	6
+		90	90	90	90	26	26	-6	-6	-6	0	0	0	0	-30	-30	-30	-30	2	2	6	6	-2	6	6	6	6	6
+		90	90	90	90	-6	-6	10	10	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	4	6	6	6	6	-2
+		90	90	90	90	-6	-6	10	10	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	-4	6	6	6	6	-2
+	120	120	120	120	-8	-8	-8	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0
+	120	120	120	120	-8	-8	-8	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	0	0	0	0	0	0
+	135	135	135	135	39	39	-9	-9	-9	0	0	0	0	45	45	45	45	-3	-3	3	3	1	3	3	3	3	-5	
+	135	135	135	135	39	39	-9	-9	-9	0	0	0	0	-45	-45	-45	-45	3	3	3	3	-1	3	3	3	3	-5	
+	135	135	135	135	39	39	-9	-9	-9	0	0	0	0	45	45	45	45	-3	-3	-9	-9	-3	-9	-9	-9	-9	-1	
+	135	135	135	135	39	39	-9	-9	-9	0	0	0	0	-45	-45	-45	-45	3	3	-9	-9	3	-9	-9	-9	-9	-1	
+	180	180	180	180	-12	-12	20	20	-12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	12	0	12	12	12	12	-4
+	240	240	240	240	-16	-16	-16	-16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	240	240	240	240	-16	-16	-16	-16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	240	240	240	240	-16	-16	-16	-16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	240	240	240	240	-16	-16	-16	-16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	270	270	270	270	-18	-18	30	30	-18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	-4	-6	-6	-6	-6	2
+	270	270	270	270	-18	-18	30	30	-18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	4	-6	-6	-6	-6	2
+	16	16	-16	-16	0	0	0	0	0	1	-1	-1	1	-4	4	4	-4	0	0	4	-4	0	-4	4	-4	4	0	
+	16	16	-16	-16	0	0	0	0	0	1	-1	-1	1	4	-4	-4	4	0	0	4	-4	0	-4	4	-4	4	0	
+	32	32	-32	-32	0	0	0	0	0	-1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	8	-8	0	-8	8	-8	8	0	
+	80	80	-80	-80	0	0	0	0	0	5	-5	-5	5	-20	20	20	-20	0	0	4	-4	0	-4	4	-4	4	0	
+	80	80	-80	-80	0	0	0	0	0	5	-5	-5	5	-20	20	20	-20	0	0	4	-4	0	-4	4	-4	4	0	
+	80	80	-80	-80	0	0	0	0	0	5	-5	-5	5	20	-20	-20	20	0	0	4	-4	0	-4	4	-4	4	0	
+	80	80	-80	-80	0	0	0	0	0	5	-5	-5	5	20	-20	-20	20	0	0	4	-4	0	-4	4	-4	4	0	
+	128	128	-128	-128	0	0	0	0	0	8	-8	-8	8	-32	32	32	-32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+	128	128	-128	-128	0	0	0	0	0	8	-8	-8	8	-32	32	32	-32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+	128	128	-128	-128	0	0	0	0	0	8	-8	-8	8	32	-32	-32	32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+	128	128	-128	-128	0	0	0	0	0	8	-8	-8	8	32	-32	-32	32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+	144	144	-144	-144	0	0	0	0	0	9	-9	-9	9	-36	36	36	-36	0	0	4	-4	0	-4	4	-4	4	0	
+	144	144	-144	-144	0	0	0	0	0	9	-9	-9	9	36	-36	-36	36	0	0	4	-4	0	-4	4	-4	4	0	
+	160	160	-160	-160	0	0	0	0	0	10	-10	-10	10	-40	40	40	-40	0	0	-8	8	0	8	-8	8	-8	0	
+	160	160	-160	-160	0	0	0	0	0	10	-10	-10	10	40	-40	-40	40	0	0	-8	8	0	8	-8	8	-8	0	
+	160	160	-160	-160	0	0	0	0	0	-5	5	5	-5	0	0	0	0	0	0	8	-8	0	-8	8	-8	8	0	
+	160	160	-160	-160	0	0	0	0	0	-5	5	5	-5	0	0	0	0	0	0	8	-8	0	-8	8	-8	8	0	
+	256	256	-256	-256	0	0	0	0	0	-8	8	8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+	256	256	-256	-256	0	0	0	0	0	-8	8	8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+	288	288	-288	-288	0	0	0	0	0	-9	9	9	-9	0	0	0	0	0	0	8	-8	0	-8	8	-8	8	0	
+	320	320	-320	-320	0	0	0	0	0	-10	10	10	-10	0	0	0	0	0	0	-16	16	0	16	-16	16	-16	0	
+	60	-4	-20	12	12	-4	4	-4	0	15	-5	3	-1	-30	10	-6	2	-6	2	0	8	-2	0	8	-4	-4	4	
+	60	-4	-20	12	12	-4	4	-4	0	15	-5	3	-1	30	-10	6	-2	6	-2	0	8	2	0	8	-4	-4	4	
+	60	-4	-20	12	12	-4	4	-4	0	15	-5	3	-1	-30	10	-6	2	-6	2	8	0	-2	8	0	-4	-4	-4	
+	60	-4	-20	12	12	-4	4	-4	0	15	-5	3	-1	30	-10	6	-2	6	-2	8	0	2	8	0	-4	-4	-4	
+	120	-8	-40	24	24	-8	8	-8	0	-15	5	-3	1	0	0	0	0	0	0	0	16	0	0	16	-8	-8	8	
+	120	-8	-40	24	24	-8	8	-8	0	30	-10	6	-2	-60	20	-12	4	-12	4	8	8	-4	8	8	-8	-8	0	
+	120	-8	-40	24	24	-8	8	-8	0	30	-10	6	-2	60	-20	12	-4	12	-4	8	8	4	8	8	-8	-8	0	
+	120	-8	-40	24	24	-8	8	-8	0	-15	5	-3	1	0	0	0	0	0	0	16	0	0	16	0	-8	-8	-8	
+	180	-12	-60	36	36	-12	12	-12	0	45	-15	9	-3	-90	30	-18	6	-18	6	0	-8	2	0	-8	4	4	-4	
+	180	-12	-60	36	36	-12	12	-12	0	45	-15	9	-3	90	-30	18	-6	18	-6	0	-8	-2	0	-8	4	4	-4	
+	180	-12	-60	36	36	-12	12	-12	0	45	-15	9	-3	-90	30	-18	6	-18	6	-8	0	2	-8	0	4	4	4	
+	180	-12	-60	36	36	-12	12	-12	0	45	-15	9	-3	90	-30	18	-6	18	-6	-8	0	-2	-8	0	4	4	4	

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
1	1	1	1	1	1																		3		3	1	1
024	024	024	024	024	024	512	512	512	512	256	256	256	192	192	128	128	128	32	192	192	96	96	456	432	456	152	152
D	A	D	D	D	D	D	D	D	A	E	E	D	AK	AJ	B	A	A	C	CG	CF	CI	CH	A	A	BC	BA	BB
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	AK	AJ	A	A	A	A	AG	AF	AI	AH	A	A	BC	BA	BB
4K	4L	4M	4N	4O	4P	4Q	4R	4S	4T	4U	4V	4W	6D	6E	8A	8B	8C	8D	12A	12B	12C	12D	3B	3C	6F	6G	6H
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1
1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
-2	2	2	2	2	2	-2	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1
2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	2	2	-1	-1	2	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	2	-1	-1	-1
2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	2	2	-1	-1	2	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-2	4	-2	-2	-2
2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	2	2	-1	-1	2	0	0	0	-1	-1	-1	-1	1	-2	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2	1	1	1
2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	2	2	-1	-1	2	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0
-4	0	0	0	0	0	-4	0	0	0	0	-4	-4	2	2	-4	0	0	0	2	2	2	2	-1	2	-1	-1	-1
1	3	3	3	3	3	1	3	3	3	3	1	1	0	0	-3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-3	-3	-3	-3	-3	1	-3	-3	-3	-3	1	1	0	0	-3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-1	-1	-1	-1	-1	5	-1	-1	-1	-1	-3	-3	0	0	1	3	3	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	1	1	1	1	5	1	1	1	1	-3	-3	0	0	1	-3	-3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	2	2	2	2	2	6	2	2	2	2	-2	-2	0	0	-2	2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	-2	-2	-2	-2	-2	6	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	-2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	4	4	4	4	4	-2	-4	-4	4	-4	-2	-2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	9	0	9	9	9
-2	-4	-4	-4	-4	-4	-2	4	4	-4	4	-2	-2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	9	0	9	9	9
0	8	-8	-8	-8	-8	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	6	6	6
0	-8	8	8	8	8	0	0	0	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	6	6	6
-5	1	1	1	1	1	-5	1	1	1	1	3	3	0	0	-1	-3	-3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-5	-1	-1	-1	-1	-1	-5	-1	-1	-1	-1	3	3	0	0	-1	3	3	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-3	-3	-3	-3	-3	-1	-3	-3	-3	-3	-1	-1	0	0	3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	3	3	3	3	3	-1	3	3	3	3	-1	-1	0	0	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-4	0	0	0	0	0	-4	0	0	0	0	-4	-4	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	-9	0	-9	-9	-9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3	3	3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3	3	3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	0	-6	-6	-6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	0	-6	-6	-6
2	-4	-4	-4	-4	-4	2	4	4	-4	4	2	2	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	4	4	4	4	4	2	-4	-4	4	-4	2	2	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	4	-4	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	1	-1	1	-1	4	1	-4	4	-4
0	0	-4	4	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	1	-1	1	-1	4	1	-4	4	-4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	-1	1	-1	1	-4	2	4	-4	4
0	0	4	-4	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	1	-1	1	-1	-4	-1	4	-4	4
0	0	4	-4	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	1	-1	1	-1	8	2	-8	8	-8
0	0	-4	4	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	1	-1	1	-1	-4	-1	4	-4	4
0	0	-4	4	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	1	-1	1	-1	8	2	-8	8	-8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-1	4	-4	4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-1	4	-4	4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-1	4	-4	4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-1	4	-4	4
0	0	4	-4	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	1	-1	1	-1	0	0	0	0	0
0	0	-4	4	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	1	-1	1	-1	0	0	0	0	0
0	0	-8	8	8	-8	0	0	0	0	0	0	0	2	-2	0	0	0	0	-2	2	-2	2	4	1	-4	4	-4
0	0	8	-8	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	2	-2	0	0	0	0	-2	2	-2	2	4	1	-4	4	-4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	-1	1	-1	1	4	-2	-4	4	-4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	-1	1	-1	1	-8	4	8	-8	8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	-2	-4	4	-4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	-2	-4	4	-4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	-1	1	-1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	2	0	0	0	0	2	-2	2	-2	-4	2	4	-4	4
-4	-2	2	-2	2	-2	0	-6	2	2	2	0	0	-1	3	0	2	-2	0	-1	3	-1	-1	-6	3	6	2	-2
-4	2	-2	2	-2	2	0	6	-2	-2	-2	0	0	-1	3	0	-2	2	0	-1	3	-1	-1	-6	3	6	2	-2
4	-2	2	-2	2	-2	0	2	-6	2	2	0	0	3	-1	0	-2	2	0	3	-1	-1	-1	-6	3	6	2	-2
4	2	-2	2	-2	2	0	-2	6	-2	-2	0	0	3	-1	0	2	-2	0	3	-1	-1	-1	-6	3	6	2	-2
-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-3	0	0	0	0	1	-3	1	1	6	6	-6	-2	2
0	-4	4	-4	4	-4	0	-4	-4	4	4	0	0	2	2	0	0	0	0	2	2	-2	-2	6	-3	-6	-2	2
0	4	-4	4	-4	4	0	4	4	-4	-4	0	0	2	2	0	0	0	0	2	2	-2	-2	6	-3	-6	-2	2
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	1	0	0	0	0	-3	1	1	1	6	6	-6	-2	2
4	2	-2	2	-2	2	0	6	-2	-2	-2	0	0	1	-3	0	-2	2	0	1	-3	1	1	0	0	0	0	0
4	-2	2	-2	2	-2	0	-6	2	2	2	0	0	1	-3	0	2	-2	0	1	-3	1	1	0	0	0	0	0
-4	2	-2	2	-2	2	0	-2	6	-2	-2	0	0	-3	1	0	2	-2	0	-3	1	1	1	0	0	0	0	0
-4	-2	2	-2	2	-2	0	2	-6	2	2	0	0	-3	1	0	-2	2	0	-3	1	1	1	0	0	0	0	0

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
											1		1														
432	144	144	144	144	48	48	144	144	96	96	728	216	728	216	144	144	96	144	36	24	384	384	128	128	384	384	128
CC	CA	CB	CH	CF	CI	CG	FC	FC	GB	GA	A	A	DC	EC	DF	DH	DD	PC	QC	TD	J	J	J	J	G	G	G
CC	CA	CB	CH	CF	CI	CG	BC	BC	BB	BA	A	A	DC	EC	DF	DH	DD	DC	EC	DD	A	A	A	A	A	A	A
6I	6J	6K	6L	6M	6N	6O	12E	12F	12G	12H	3D	3E	6P	6Q	6R	6S	6T	12I	12J	12K	4X	4Y	4Z	4A1	8E	8F	8G
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1
2	2	2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	2	2	2	2	-2	-2	2	2	2	-2	-1	-1	1	1	-1	-1	1
-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	-1	1	1	-1
1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	2	-1	2	-1	0	0	2	2	-1	0	2	2	0	0	2	2	0
4	4	4	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	1	-2	1	0	0	-2	-2	1	0	-2	-2	0	0	-2	-2	0
-2	-2	-2	0	0	0	0	1	1	1	1	4	-2	4	-2	0	0	4	4	-2	0	-2	-2	0	0	-2	-2	0
-2	-2	-2	0	0	0	0	1	1	1	1	-2	1	-2	1	0	0	-2	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	-2	0	0	0	0	1	1	1	1	-2	1	-2	1	0	0	-2	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	2	2	0
2	2	2	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	2	-1	2	-1	0	0	2	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	9	0	3	3	1	-3	0	-1	3	3	1	1	3	3	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	9	0	-3	-3	1	-3	0	1	3	3	-1	-1	3	3	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	9	0	3	3	1	-3	0	-1	-3	-3	-1	-1	-3	-3	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	9	0	-3	-3	1	-3	0	1	-3	-3	1	1	-3	-3	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	0	-9	0	-3	-3	-1	3	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	0	-9	0	3	3	-1	3	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	2
0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	0	0	-2
0	0	0	0	0	0	0	2	2	-2	-2	6	3	6	3	0	0	-2	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	2	2	-2	-2	6	3	6	3	0	0	-2	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-1	-1	-3	-3	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	1	1	-3	-3	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	1	1	3	3	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	-1	3	3	-1
0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	7	-5	-1	-1	-6	-3	-6	-3	0	0	2	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-5	7	-1	-1	-6	-3	-6	-3	0	0	2	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	2	2	12	-3	12	-3	0	0	-4	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	2	2	-6	6	-6	6	0	0	2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	0	0	-2
-1	1	-1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	4	-2	-4	2	2	-2	0	0	0	0	-2	2	-2	2	2	-2	2
-1	1	-1	-1	1	1	-1	0	0	0	0	4	-2	-4	2	-2	2	0	0	0	0	-2	2	2	-2	2	-2	-2
-2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	8	2	-8	-2	0	0	0	0	0	0	-4	4	0	0	4	-4	0
1	-1	1	-1	1	1	-1	0	0	0	0	8	-4	-8	4	4	-4	0	0	0	0	2	-2	2	-2	-2	2	-2
-2	2	-2	2	-2	-2	2	0	0	0	0	-4	2	4	-2	-2	2	0	0	0	0	2	-2	2	-2	-2	2	-2
1	-1	1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	8	-4	-8	4	-4	4	0	0	0	0	2	-2	-2	2	-2	2	2
-2	2	-2	-2	2	2	-2	0	0	0	0	-4	2	4	-2	2	-2	0	0	0	0	2	-2	-2	2	-2	2	2
1	-1	1	-1	1	1	-1	0	0	0	0	-4	2	4	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-1	1	-1	1	1	-1	0	0	0	0	-4	2	4	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-1	1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	-4	2	4	-2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-1	1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	-4	2	4	-2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	2	-2	2	2	-2	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	2	2	-2	2	-2	-2
-1	1	-1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	4	-2	-4	2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	1	-1	-1	1	1	-1	0	0	0	0	4	-2	-4	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	16	4	-16	-4	0	0	0	0	0	0	4	-4	0	0	-4	4	0
-4	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	-2	8	2	0	0	0	0	0	0	4	-4	0	0	-4	4	0
2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	-2	8	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	-2	8	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	4	0	0	4	-4	0
-2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	8	2	-8	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	-1	1	-3	3	-1	1	0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	0	0	2	2	0
-3	-1	1	3	-3	1	-1	0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	0	0	2	2	0
-3	-1	1	-3	3	-1	1	0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	-2	-2	0
-3	-1	1	3	-3	1	-1	0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	-2	-2	0
-6	-2	2	0	0	0	0	0	0	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-4	0	0	4	4	0
3	1	-1	3	-3	1	-1	0	0	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	-1	-3	3	-1	1	0	0	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-6	-2	2	0	0	0	0	0	0	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	0	0	-4	-4	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	0	0	2	2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	0	0	2	2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	-2	-2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	-2	-2	0

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
128	64	64	64	64	48	48	32	32	48	48	60	60	20	20	30	30	60	60	20	20	30	30
G	J	K	J	K	EY	EX	A	A	AF	AE	A	BB	BF	BG	BA	BDA	A	AB	AF	AG	AA	AAA
A	A	A	A	A	AY	AX	A	A	AF	AE	A	AB	AF	AG	AA	AAA	A	BB	BF	BG	BA	BDA
8H	8I	8J	8K	8L	12L	12M	16A	B**	24A	24B	5A	10A	10B	10C	15A	30A	B*	D*	E*	F*	B*	B*
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-b5	-b5	-b5	-b5	-b5	-b51+b51+b51+b51+b51+b51+b5						
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	01+b51+b51+b51+b51+b51+b51+b5						-b5	-b5	-b5	-b5	-b5	-b5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1
1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	01+b51+b51-b51-b51+b51+b51+b5						-b5	-b5	b5	b5	-b5	-b5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-b5	-b5	b5	b5	-b5	-b51+b51+b51-b51-b51+b51+b5					
-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	2	2	-1	-1	0	0	-1	-1	2	2	0	0	-1	-1	2	2	0	0	-1	-1
0	0	0	-2	-2	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-2	-2	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	01+r51+r5			0	01-b51-b51-r51-r5			0	0	b5	b5	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	01-r51-r5			0	0	b5	b51+r51+r5		0	01-b51-b5		
0	0	0	2	2	-1	-1	0	0	-1	-1	-2	-2	0	0	1	1	-2	-2	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	-1	-1	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	-1	-1	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	0	0	0	0	-1	1	0	0	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
2	0	0	0	0	-1	1	0	0	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1
0	0	0	0	0	1	-1	0	0	-1	1	2	-2	0	0	-1	1	2	-2	0	0	-1	1
2	0	0	0	0	1	-1	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1	-1	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	0	0	0	0	1	-1	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	0	0	0	0	1	-1	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	01+b51-b51+b51-b51+b51-b5						-b5	b5	-b5	b5	-b5	b5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-b5	b5	-b5	b5	-b5	b51+b51-b51+b51-b51+b51-b5					
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	01+b51-b51-b51+b51+b51-b5						-b5	b5	b5	-b5	-b5	b5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-b5	b5	b5	-b5	-b5	b51+b51-b51-b51+b51+b51+b51-b5					
-2	0	0	0	0	-1	1	0	0	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
2	0	0	0	0	-1	1	0	0	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-1	1	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-1	1	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	01+r51-r5			0	01-b51+b51-r5		2b5	0	0	b5	-b5	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	01-r5		2b5	0	0	b5	-b51+r51-r5		0	01-b51+b5		
0	0	0	0	0	1	-1	0	0	-1	1	-2	2	0	0	1	-1	-2	2	0	0	1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-2	2	0	0	1	1	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2	-2	0	0	1	1	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2	-2	0	0	-1	-1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-2	2	0	0	-1	-1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-2	2	0	0	1	1	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2	-2	0	0	1	1	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2	-2	0	0	-1	-1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-2	2	0	0	-1	-1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

```
+ 240 -16 -80  48  48 -16  16 -16   0 -30  10  -6   2   0   0   0   0   0   0  16  16   0  16  16 -16 -16   0
+ 240 -16  80 -48   0   0   0   0   0  15   5  -3  -1 -60 -20  12   4   0   0  -4 -12   8   4  12   4  -4   0
+ 240 -16  80 -48   0   0   0   0   0  15   5  -3  -1  60  20 -12  -4   0   0  -4 -12  -8   4  12   4  -4   0
+ 240 -16  80 -48   0   0   0   0   0  15   5  -3  -1 -60 -20  12   4   0   0  12   4  -8 -12  -4   4  -4   0
+ 240 -16  80 -48   0   0   0   0   0  15   5  -3  -1  60  20 -12  -4   0   0  12   4   8 -12  -4   4  -4   0
+ 360 -24-120  72  72 -24  24 -24   0 -45  15  -9   3   0   0   0   0   0   0   0 -16   0   0 -16   8   8  -8
+ 360 -24-120  72  72 -24  24 -24   0 -45  15  -9   3   0   0   0   0   0   0 -16   0   0 -16   0   8   8   8
+ 480 -32 160 -96   0   0   0   0   0 -15  -5   3   1   0   0   0   0   0   0  -8 -24   0   8  24   8  -8   0
+ 480 -32 160 -96   0   0   0   0   0  30  10  -6  -2-120 -40  24   8   0   0   8  -8   0  -8   8   8  -8   0
+ 480 -32 160 -96   0   0   0   0   0  30  10  -6  -2 120  40 -24  -8   0   0   8  -8   0  -8   8   8  -8   0
+ 480 -32 160 -96   0   0   0   0   0 -15  -5   3   1   0   0   0   0   0   0  24   8   0 -24  -8   8  -8   0
+ 540 -36-180 108  12  -4 -12  12   0   0   0   0   0  90 -30  18  -6  -6   2  12 -12   2  12 -12   0   0   8
+ 540 -36-180 108  12  -4 -12  12   0   0   0   0   0  90 -30  18  -6  -6   2  12 -12  -6  12 -12   0   0   8
+ 540 -36-180 108  12  -4 -12  12   0   0   0   0   0 -90  30 -18   6   6  -2  12 -12  -2  12 -12   0   0   8
+ 540 -36-180 108  12  -4 -12  12   0   0   0   0   0 -90  30 -18   6   6  -2  12 -12   6  12 -12   0   0   8
+ 540 -36-180 108  12  -4 -12  12   0   0   0   0   0  90 -30  18  -6  -6   2 -12  12   2 -12  12   0   0   0
+ 540 -36-180 108  12  -4 -12  12   0   0   0   0   0  90 -30  18  -6  -6   2 -12  12  -6 -12  12   0   0   0
+ 540 -36-180 108  12  -4 -12  12   0   0   0   0   0 -90  30 -18   6   6  -2 -12  12  -2 -12  12   0   0   0
+ 540 -36-180 108  12  -4 -12  12   0   0   0   0   0 -90  30 -18   6   6  -2 -12  12   6 -12  12   0   0   0
+ 720 -48 240-144   0   0   0   0   0  45  15  -9  -3-180 -60  36  12   0   0 -12  -4   8  12   4  -4   4   0
+ 720 -48 240-144   0   0   0   0   0  45  15  -9  -3 180  60 -36 -12   0   0 -12  -4  -8  12   4  -4   4   0
+ 720 -48 240-144   0   0   0   0   0  45  15  -9  -3-180 -60  36  12   0   0   4  12  -8  -4 -12  -4   4   0
+ 720 -48 240-144   0   0   0   0   0  45  15  -9  -3 180  60 -36 -12   0   0   4  12   8  -4 -12  -4   4   0
o 720 -48-240 144 -48  16  16 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
o 720 -48-240 144 -48  16  16 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+ 960 -64 320-192   0   0   0   0   0 -30 -10   6   2   0   0   0   0   0   0  16 -16   0 -16  16  16 -16   0
+1080 -72-360 216  24  -8 -24  24   0   0   0   0   0 180 -60  36 -12 -12   4   0   0   4   0   0   0   0  -8
+1080 -72-360 216  24  -8 -24  24   0   0   0   0   0-180  60 -36  12  12  -4   0   0  -4   0   0   0   0  -8
+1440 -96 480-288   0   0   0   0   0 -45 -15   9   3   0   0   0   0   0   0 -24  -8   0  24   8  -8   8   0
+1440 -96 480-288   0   0   0   0   0 -45 -15   9   3   0   0   0   0   0   0   8  24   0  -8 -24  -8   8   0
+1440 -96-480 288 -96  32  32 -32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
```

```
6   2  -2   0   0   0   0   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
3  -1  -1  -3  -3   1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2  -2   2   2  -2  -2
3  -1  -1   3   3  -1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2   2  -2   2  -2   2
3  -1  -1  -3  -3   1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   2  -2   2  -2   2  -2
3  -1  -1   3   3  -1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   2  -2   2  -2   2  -2
0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4  -4   0   0   4   4   0
0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4   4   0   0  -4  -4   0
6  -2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4  -4   0   0   4  -4   0
-3   1   1   3   3  -1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-3   1   1  -3  -3   1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
6  -2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4   4   0   0  -4   4   0
0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2   0   0  -2
0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2   0   0   2
0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2   0   0   2
0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2   0   0  -2
0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2   0   0   2
0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2   0   0  -2
0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2   0   0  -2
0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2   0   0   2
0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   2   2  -2  -2   2   2
0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   2  -2   2  -2   2  -2
0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2  -2   2   2  -2  -2
0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2   2  -2   2  -2   2
0   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
0   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-6   2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4   4   0   0  -4   4   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4  -4   0   0   4  -4   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
```

Vorsicht: Das Seitenlayout ist aus Übersichtsgründen ungewöhnlich:

Seite 94	Seite 95	Seite 96	Seite 97
Seite 98, oben	Seite 99, oben	Seite 98, unten	Seite 99, unten

```
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2   0   0   0   0  -2  -2   2   2  -6  -6   6   2  -2
 0  -8  -4  -4   4   4   0   0   0   0   0   0   0  -3  -1   0   0   0   0   3   1  -1   1  12   3  12  -4  -4
 0   8   4   4  -4  -4   0   0   0   0   0   0   0  -3  -1   0   0   0   0   3   1  -1   1  12   3  12  -4  -4
 0   8  -4  -4   4   4   0   0   0   0   0   0   0   1   3   0   0   0   0  -1  -3  -1   1  12   3  12  -4  -4
 0  -8   4   4  -4  -4   0   0   0   0   0   0   0   1   3   0   0   0   0  -1  -3  -1   1  12   3  12  -4  -4
 8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1   3   0   0   0   0  -1   3  -1  -1   0   0   0   0   0
-8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -1   0   0   0   0   3  -1  -1  -1   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3   1   0   0   0   0  -3  -1   1  -1 -12   6 -12   4   4
 0   0  -8  -8   8   8   0   0   0   0   0   0   0  -2   2   0   0   0   0   2  -2  -2   2 -12  -3 -12   4   4
 0   0   8   8  -8  -8   0   0   0   0   0   0   0  -2   2   0   0   0   0   2  -2  -2   2 -12  -3 -12   4   4
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -3   0   0   0   0   1   3   1  -1 -12   6 -12   4   4
 0   2   6  -6   6  -6  -4  -2   6  -2  -2  -4   4   0   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  -6  -2   2  -2   2  -4  -2   6   6  -2   4  -4   0   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  -2  -6   6  -6   6  -4   2  -6   2   2  -4   4   0   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   6   2  -2   2  -2  -4   2  -6  -6   2   4  -4   0   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 8   2   6  -6   6  -6  -4   6  -2  -2  -2  -4   4   0   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 8  -6  -2   2  -2   2  -4   6  -2   6  -2   4  -4   0   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 8  -2  -6   6  -6   6  -4  -6   2   2   2  -4   4   0   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 8   6   2  -2   2  -2  -4  -6   2  -6   2   4  -4   0   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  -8   4   4  -4  -4   0   0   0   0   0   0   0  -1  -3   0   0   0   0   1   3   1  -1   0   0   0   0   0
 0   8  -4  -4   4   4   0   0   0   0   0   0   0  -1  -3   0   0   0   0   1   3   1  -1   0   0   0   0   0
 0   8   4   4  -4  -4   0   0   0   0   0   0   0   3   1   0   0   0   0  -3  -1   1  -1   0   0   0   0   0
 0  -8  -4  -4   4   4   0   0   0   0   0   0   0   3   1   0   0   0   0  -3  -1   1  -1   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  18   0 -18  -6   6
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  18   0 -18  -6   6
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2   0   0   0   0  -2   2   2  -2  12  -6  12  -4  -4
-8   4  -4   4  -4   4   8  -4  -4  -4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-8  -4   4  -4   4  -4   8   4   4   4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   3   0   0   0   0  -1  -3  -1   1   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3  -1   0   0   0   0   3   1  -1   1   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -18   0  18   6  -6
```

```
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2   0   0   0   0   1  -1   0   0   1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-2   0   0   0   0   1  -1   0   0   1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-2   0   0   0   0  -1   1   0   0  -1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2   0   0   0   0  -1   1   0   0  -1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0  -1  -1   0   0   1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   1   1   0   0  -1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0  -1   1   0   0  -1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   1  -1   0   0   1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-2   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-2   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-2   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-2   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-2   0   0   0   0  -1   1   0   0  -1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2   0   0   0   0  -1   1   0   0  -1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2   0   0   0   0   1  -1   0   0   1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-2   0   0   0   0   1  -1   0   0   1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0 2i2-2i2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0-2i2 2i2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   1  -1   0   0   1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0  -1   1   0   0  -1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
```

B.5.6 $Fi_{23}M11$

$2^{6+8} : (A_7 \times S_3)$

;	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
	2	35	31	7	967077	688	98	36	36	36	12	3	3	36	18	12	6	1	1							3	3	3	3										
47726080	89440	480	888	128	304	864	864	864	288	456	456	864	432	288	144	024	024	512	384	384	120	456	456	456	456	864	864	576	288	192	192	168	168	384
p	power	A	A	A	A	A	C	C	A	A	A	A	C	B	C	B	E	E	D	F	G	A	AC	BC	BA	BC	AA	AC	AB	AF	BD	BE	A	A	A
p'	part	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	AC	BC	BA	BC	AA	AC	AB	AF	BD	BE	A	A	A
ind	1A	2A	2B	2C	2D	2E	4A	4B	2F	2G	3A	3B	4C	4D	4E	4F	4G	4H	4I	4J	4K	5A	6A	6B	6C	6D	6E	6F	6G	6H	6I	6J	7A	B**	8A
+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+	6	6	6	6	6	6	6	6	2	2	3	0	2	2	2	2	2	2	2	0	0	1	3	0	0	0	3	3	3	-1	0	0	-1	-1	2
+	6	6	6	6	6	6	6	6	2	2	3	0	2	2	2	2	2	2	2	0	0	1	3	0	0	0	3	3	3	-1	0	0	-1	-1	2
o	10	10	10	10	10	10	10	10	-2	-2	1	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	b7	1-b7	-2
o	10	10	10	10	10	10	10	10	-2	-2	1	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	b7	-2
o	10	10	10	10	10	10	10	10	-2	-2	1	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	b7	1-b7	-2
o	10	10	10	10	10	10	10	10	-2	-2	1	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	b7	-2
+	12	12	12	12	12	12	12	12	4	4	6	0	4	4	4	4	4	4	4	0	0	2	6	0	0	0	6	6	6	-2	0	0	-2	-2	4
+	14	14	14	14	14	14	14	14	2	2	-1	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	-1	-1	2	2	2	-1	-1	-1	-1	2	2	0	0	2
+	14	14	14	14	14	14	14	14	2	2	2	-1	2	2	2	2	2	2	2	0	0	-1	2	-1	-1	-1	2	2	2	2	-1	-1	0	0	2
+	14	14	14	14	14	14	14	14	2	2	-1	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	-1	-1	2	2	2	-1	-1	-1	-1	2	2	0	0	2
+	14	14	14	14	14	14	14	14	2	2	2	-1	2	2	2	2	2	2	2	0	0	-1	2	-1	-1	-1	2	2	2	2	-1	-1	0	0	2
+	15	15	15	15	15	15	15	15	-1	-1	3	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	3	0	0	0	3	3	3	-1	0	0	1	1	-1
+	15	15	15	15	15	15	15	15	-1	-1	3	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	3	0	0	0	3	3	3	-1	0	0	1	1	-1
o	20	20	20	20	20	20	20	20	-4	-4	2	2	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2b7	1-i7	-4
o	20	20	20	20	20	20	20	20	-4	-4	2	2	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2i	7	2b7	-4
+	21	21	21	21	21	21	21	21	1	1	-3	0	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	-3	0	0	0	-3	-3	-3	1	0	0	0	0	1
+	21	21	21	21	21	21	21	21	1	1	-3	0	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	-3	0	0	0	-3	-3	-3	1	0	0	0	0	1
+	28	28	28	28	28	28	28	28	4	4	4	-2	4	4	4	4	4	4	4	0	0	-2	4	-2	-2	-2	4	4	4	4	-2	-2	0	0	4
+	28	28	28	28	28	28	28	28	4	4	-2	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	-2	-2	4	4	4	-2	-2	-2	-2	4	4	0	0	4
+	30	30	30	30	30	30	30	30	-2	-2	6	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	6	0	0	0	6	6	6	-2	0	0	2	2	-2
+	35	35	35	35	35	35	35	35	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	-1
+	35	35	35	35	35	35	35	35	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	-1
+	42	42	42	42	42	42	42	42	2	2	-6	0	2	2	2	2	2	2	2	-2	-2	2	-6	0	0	0	-6	-6	-6	2	0	0	0	0	2
+	70	70	70	70	70	70	70	70	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	-2
+	45	45	45	45	13	13	-3	-3	9	9	0	9	9	9	9	9	1	1	1	3	3	0	0	9	9	9	0	0	0	0	1	1	3	3	-3
+	45	45	45	45	13	13	-3	-3	9	9	0	9	9	9	9	9	1	1	1	3	3	0	0	9	9	9	0	0	0	0	1	1	3	3	-3
o	135	135	135	135	39	39	-9	-9	-9	-9	0	0	-9	-9	-9	-9	-1	-1	-1	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3b7	-3b7	3
o	135	135	135	135	39	39	-9	-9	-9	-9	0	0	-9	-9	-9	-9	-1	-1	-1	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3b7	3b7	3
o	135	135	135	135	39	39	-9	-9	-9	-9	0	0	-9	-9	-9	-9	-1	-1	-1	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3b7	-3b7	3
o	135	135	135	135	39	39	-9	-9	-9	-9	0	0	-9	-9	-9	-9	-1	-1	-1	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3b7	3b7	3
+	210	210	210	210	-14	-14	2	2	6	6	0	6	6	6	6	6	-2	-2	-2	0	0	0	0	6	6	6	0	0	0	0	0	0	-2	-2	0	0	2
+	210	210	210	210	-14	-14	2	2	6	6	0	6	6	6	6	6	-2	-2	-2	0	0	0	0	6	6	6	0	0	0	0	0	0	-2	-2	0	0	2
+	270	270	270	270	78	78	-18	-18	18	18	0	0	18	18	18	18	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-6
+	270	270	270	270	78	78	-18	-18	18	18	0	0	18	18	18	18	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-6
+	315	315	315	315	91	91	-21	-21	-9	-9	0	9	-9	-9	-9	-9	-1	-1	-1	-3	-3	0	0	9	9	9	0	0	0	0	0	1	1	0	0	3
+	315	315	315	315	91	91	-21	-21	-9	-9	0	9	-9	-9	-9	-9	-1	-1	-1	-3	-3	0	0	9	9	9	0	0	0	0	0	1	1	0	0	3
+	360	360	360	360	104	104	-24	-24	0	0	0	-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9	-9	0	0	0	0	0	-1	-1	3	3	0
+	360	360	360	360	104	104	-24	-24	0	0	0	-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9	-9	0	0	0	0	0	-1	-1	3	3	0
+	420	420	420	420	-28	-28	4	4	12	12	0	-6	12	12	12	12	-4	-4	-4	0	0	0	0	-6	-6	-6	0	0	0	0	2	2	0	0	4
+	420	420	420	420	-28	-28	4	4	12	12	0	12	12	12	12	12	-4	-4	-4	0	0	0	0	12	12	12	0	0	0	0	-4	-4	0	0	4
+	420	420	420	420	-28	-28	4	4	12	12	0	-6	12	12	12	12	-4	-4	-4	0	0	0	0	-6	-6	-6	0	0	0	0	2	2	0	0	4
+	420	420	420	420	-28	-28	4	4	12	12	0	-6	12	12	12	12	-4	-4	-4	0	0	0	0	-6	-6	-6	0	0	0	0	2	2	0	0	4
+	630	630	630	630	-42	-42	6	6	-6	-6	0	0	-6	-6	-6	-6	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2
+	630	630	630	630	-42	-42	6	6	-6	-6	0	0	-6	-6	-6	-6	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2
+1260	126012601260	-84	-84	12	12	-12	-12	0	0	-12	-12	-12	-12	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4
+	112	-80	48	-16	0	0	0	0	12	-4	4	4	12	-12	-4	4	0	0	0	-2	2	2	-4	-4	4	-4	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
+	112	-80	48	-16	0	0	0	0	12	-4	4	4	12	-12	-4	4	0	0	0	-2	2	2	-4	-4	4	-4	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
+	140	-20	-20	12	28	-4	-4	4	16	0	5	5	-8	-4	8	-4	4	-4	0	2	2	0	-3	3	-5	-3	1	-3	1	1	1	-1	0	0	0	0
+	140	-20	-20	12	28	-4	-4	4	16	0	5	5	-8	-4	8	-4	4	-4	0	2	2	0	-3	3	-5	-3	1	-3	1	1	1	-1	0	0	0	0
+	140	-20	-20	12	28	-4	-4	4	-8	8	5	5	16	-4	0	-4	-4	4	0	-2	-2	0	-3	3	-5	-3	1	-3	1	1	1	-1	0	0	0	0
+	140	-20	-20	12	28	-4	-4	4	-8	8	5	5	16	-4	0	-4	-4	4	0	-2	-2	0	-3	3	-5	-3	1	-3	1	1	1	-1	0	0	0	0
+	224	-160	96	-32	0	0	0	0	24	-8	8	8	24	-24	-8	8	0	0	0	-4	4	4	-8	-8	8	-8	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	0
+	280	-40	-40	24	56	-8	-8	8	32	0	10	10	-16	-8	16	-8	8	-8	0	4	4	0	-6	6	-10	-6	2	-6	2	2	2	-2	0	0	0	0
+	280	-40	-40	24	56	-8	-8	8	-16	16	10	10	32	-8	0	-8	-8	8	0	-4	-4	0	-6	6	-10	-6	2	-6	2	2	2	-2	0	0	0	0
+	280	-40	-40	24	56	-8	-8	8	8	8	7	-5	8	-8	8	-8	0	0	0	0	0	0	-9	-3	5	3	5	-3	-1	-1	-1	1	0	0	0	0
+	280	-40	-40	24	56	-8	-8	8	8	8	-2	-5	8	-8	8	-8	0	0	0	0	0	0	6	-3	5	3	-4	0	2	2	-1	1	0	0	0	0
+	280	-40	-40	24	56	-8	-8	8	8	8	7	-5	8	-8	8	-8	0	0	0	0	0	0	-9	-3	5	3	5	-3	-1	-1	-1	1	0	0	0	0
+	280	-40	-40	24	56	-8	-8	8	8	8	-2	-5	8	-8	8	-8	0	0	0	0	0	0	6	-3	5	3	-4	0	2	2	-1	1	0	0	0	0
+	280	-40	-40	24	56	-8	-8	8	8	8	-5	7	8	-8	8	-8	0	0	0	0	0	0	3	9	-7	-9	-1	3	-1	-1	-1	1	0	0	0	0
+	280	-40	-40	24	56	-8	-8	8	8	8	-5	7	8	-8	8	-8	0	0	0	0	0	0	3	9	-7	-9	-1	3	-1	-1	-1	1	0	0	0	0
+	280	-40	-40	24	56	-8	-8	8	8	8	-5	-2	8	-8	8	-8	0	0	0	0	0	0	3	-6	2	6	-1	3	-1	-1	2	-2	0	0	0	0
+	280	-40	-40	24	56	-8	-8	8	8	8	-5	-2	8	-8	8	-8	0	0	0	0	0	0	3	-6	2	6	-1	3	-1	-1	2	-2	0	0	0	0

														483	27		69	27	23	13	6	6	4	1						1	1	1						
384	384	64	64	120	120	120	288	288	288	144	56	56	840	648	432	120	648	040	824	912	912	608	152	576	432	432	432	384	152	152	152	576	576	384	288	288
C	E	H	G	AB	AA	AA	DB	DA	AC	GD	AD	BD	A	A	A	CA	DC	CB	CC	DA	DC	DB	CF	DF	EC	EA	EC	CG	LB	LA	NC	MD	LC	NE	PA	PB
A	A	A	A	AB	AA	AA	BB	BA	AC	AD	AD	BD	A	A	A	CA	DC	CB	CC	DA	DC	DB	CF	DF	EC	EA	EC	CG	DB	DA	CC	CD	DC	CE	DA	DB
8B	8C	8D	8E	10A	10B	C*	12A	12B	12C	12D	14A	B**	3C	3D	3E	6K	6L	6M	6N	6O	6P	6Q	6R	6S	6T	6U	6V	6W	12E	12F	12G	12H	12I	12J	12K	12L
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	1	1	1	0	0	-1	-1	-1	-1	6	3	0	6	3	6	6	3	3	3	2	-1	0	0	0	2	3	3	2	2	-1	2	3	3
0	0	0	0	1	1	1	0	0	-1	-1	-1	-1	6	3	0	6	3	6	6	3	3	3	2	-1	0	0	0	2	3	3	2	2	-1	2	3	3
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	b71-b7	b7	10	1	1	10	1	10	10	1	1	1	-2	1	1	1	1	-2	1	1	-2	-2	1	-2	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	11-b7	b7	10	1	1	10	1	10	10	1	1	1	-2	1	1	1	1	-2	1	1	-2	-2	1	-2	1	1
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	b71-b7	b7	10	1	1	10	1	10	10	1	1	1	-2	1	1	1	1	-2	1	1	-2	-2	1	-2	1	1
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	11-b7	b7	10	1	1	10	1	10	10	1	1	1	-2	1	1	1	1	-2	1	1	-2	-2	1	-2	1	1
0	0	0	0	2	2	2	0	0	-2	-2	-2	-2	-6	-3	0	-6	-3	-6	-6	-3	-3	-3	-2	1	0	0	0	-2	-3	-3	-2	-2	1	-2	-3	-3
0	0	0	0	-1	-1	-1	2	2	-1	-1	0	0	14	-1	2	14	-1	14	14	-1	-1	-1	2	-1	2	2	2	2	-1	-1	2	2	-1	2	-1	-1
0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	2	2	0	0	14	2	-1	14	2	14	14	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
0	0	0	0	-1	-1	-1	2	2	-1	-1	0	0	14	-1	2	14	-1	14	14	-1	-1	-1	2	-1	2	2	2	2	-1	-1	2	2	-1	2	-1	-1
0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	2	2	0	0	14	2	-1	14	2	14	14	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	-1	-1	1	1	15	3	0	15	3	15	15	3	3	3	-1	-1	0	0	0	-1	3	3	-1	-1	-1	-1	3	3
-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	-1	-1	1	1	15	3	0	15	3	15	15	3	3	3	-1	-1	0	0	0	-1	3	3	-1	-1	-1	-1	3	3
0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2b71-i7	2b7	-10	-1	-1	-10	-1	-10	-10	-1	-1	-1	2	-1	-1	-1	-1	2	-1	-1	2	2	-1	2	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	21-i7	2b7	-10	-1	-1	-10	-1	-10	-10	-1	-1	-1	2	-1	-1	-1	-1	2	-1	-1	2	2	-1	2	-1	-1
-1	-1	-1	-1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	21	-3	0	21	-3	21	21	-3	-3	-3	1	1	0	0	0	1	-3	-3	1	1	1	1	-3	-3
-1	-1	-1	-1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	21	-3	0	21	-3	21	21	-3	-3	-3	1	1	0	0	0	1	-3	-3	1	1	1	1	-3	-3
0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	4	4	0	0	-14	-2	1	-14	-2	-14	-14	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
0	0	0	0	-2	-2	-2	4	4	-2	-2	0	0	-14	1	-2	-14	1	-14	-14	1	1	1	-2	1	-2	-2	-2	-2	1	1	-2	-2	1	-2	1	1
-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	-2	-2	2	2	-15	-3	0	-15	-3	-15	-15	-3	-3	-3	1	1	0	0	0	1	-3	-3	1	1	1	1	-3	-3
1	1	1	1	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	35	-1	-1	35	-1	35	35	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	35	-1	-1	35	-1	35	35	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-2	-2	-2	-2	2	2	2	0	0	2	2	0	0	-21	3	0	-21	3	-21	-21	3	3	3	-1	-1	0	0	0	-1	3	3	-1	-1	-1	-1	3	3
2	2	2	2	0	0	0	-2	-2	-2	-2	0	0	-35	1	1	-35	1	-35	-35	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	3	-1	-1	0	0	0	-3	-3	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	3	-1	-1	0	0	0	-3	-3	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	-b71+b7		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	01+b7	-b7		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	-b71+b7		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	01+b7	-b7		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	15	3	0	15	0	0	15	15	15	0	3	3	3	3	0	-1	-1	0	0	3	0	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	15	3	0	15	0	0	15	15	15	0	3	3	3	3	0	-1	-1	0	0	3	0	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	-3	1	1	0	0	0	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	-3	1	1	0	0	0	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	3	3	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	3	3	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	0	0	0	0	0	-15	6	0	-15	0	0	-15	-15	-15	0	-3	6	6	6	0	1	1	0	0	-3	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	4	4	0	0	0	0	0	-15	-3	0	-15	0	0	-15	-15	-15	0	-3	-3	-3	-3	0	1	1	0	0	-3	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	0	0	0	0	0	-6	-3	0	-6	0	0	-6	-6	-6	0	6	-3	-3	-3	0	10	10	0	0	6	0	-2	-2
0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	0	0	0	0	0	21	-3	0	21	0	0	21	21	21	0	-3	-3	-3	-3	0	-11	-11	0	0	-3	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	0	9	0	0	9	9	9	0	-3	0	0	0	0	9	9	0	0	-3	0	-3	-3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	0	9	0	0	9	9	9	0	-3	0	0	0	0	9	9	0	0	-3	0	-3	-3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	0	0	-9	0	0	-9	-9	-9	0	3	0	0	0	0	-9	-9	0	0	3	0	3	3
2	-2	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	7	16	-2	-5	-16	3	-1	-8	8	0	3	0	2	-2	2	-1	0	0	3	-3	0	-1	0	0
2	-2	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	7	16	-2	-5	-16	3	-1	-8	8	0	3	0	2	-2	2	-1	0	0	3	-3	0	-1	0	0
-2	-2	0	0	0	0	0	1	-1	1	-1	0	0	35	-10	-1	-5	6	-5	3	-2	6	-2	-5	-2	-3	1	3	3	-2	2	7	-1	-2	-1	2	-2
-2	-2	0	0	0	0	0	1	-1	1	-1	0	0	35	-10	-1	-5	6	-5	3	-2	6	-2	-5	-2	-3	1	3	3	-2	2	7	-1	-2	-1	2	-2
2	2	0	0	0	0	0	1	-1	1	-1	0	0	35	-10	-1	-5	6	-5	3	-2	6	-2	7	-2	-3	1	3	-1	-2	2	-5	-1	-2	3	2	-2
2	2	0	0	0	0	0	1	-1	1	-1	0	0	35	-10	-1	-5	6	-5	3	-2	6	-2	7	-2	-3	1	3	-1	-2	2	-5	-1	-2	3	2	-2
4	-4	0	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	-7	-16	2	5	16	-3	1	8	-8	0	-3	0	-2	2	-2	1	0	0	-3	3	0	1	0	0
-4	-4	0	0	0	0	0	2	-2	2	-2	0	0	-35	10	1	5	-6	5	-3	2	-6	2	5	2	3	-1	-3	-3	2	-2	-7	1	2	1	-2	2
4	4	0	0	0	0	0	2	-2	2	-2	0	0	-35	10	1	5	-6	5	-3	2	-6	2	-7	2	3	-1	-3	1	2	-2	5	1	2	-3	-2	2
0	0	0	0	0	0	0	-1	1	-1	1	0	0	70	-14	1	-10	18	-10	6	-10	6	2	2	2	3	-1	-3	2	2	-2	2	-2	2	4	-4	
0	0	0	0	0	0	0	-1	1	2	-2	0	0	70	4	1	-10	-12	-10	6	8	0	-4	2	-4	3	-1	-3	2	-4	4	2	-2	-4	2	-2	2
0	0	0	0	0	0	0	-1	1	-1	1	0	0	70	-14	1	-10	18	-10	6	-10	6	2	2	2	3	-1	-3	2	2	-2	2	-2	2	2	4	-4
0	0	0	0	0	0	0	-1	1	2	-2	0	0	70	4	1	-10	-12	-10	6	8	0	-4	2	-4	3	-1	-3	2	-4	4	2	-2	-4	2	-2	2
0	0	0	0	0	0	0	-1	1	-1	1	0	0	70	10	4	-10	-6	-10	6	2	-6	2	2	2	0	-4	0	2	2	-2	2	-2	2	2	-2	2
0	0	0	0	0	0	0	-1	1	-1	1	0	0	70	10	4	-10	-6	-10	6	2	-6	2	2	2	0	-4	0	2	2	-2	2	-2	2	2	-2	2
0	0	0	0	0	0	0	2	-2	-1	1	0	0	70	10	-5	-10	-6	-10	6	2	-6	2	2	2	-3	5	3	2	2	-2	2	-2	2	2	-2	2
0	0	0	0	0	0	0	2	-2	-1	1	0	0	70	10	-5	-10	-6	-10	6	2	-6	2	2	2	-3	5	3	2	2	-2	2	-2	2	2	-2	2

```
+ 336   144  16 -48   0   0   0   0   4 -12   6   0  20  12   4  -4   0   0   0   2  -2   1   6   0   0   0   0   0  -2  -2   0   0   0   0   0
+ 336   144  16 -48   0   0   0   0   4 -12   6   0  20  12   4  -4   0   0   0   2  -2   1   6   0   0   0   0   0  -2  -2   0   0   0   0   0
+ 336   144  16 -48   0   0   0   0  20   4   6   0   4  12 -12  -4   0   0   0  -2   2   1   6   0   0   0   0   0  -2   2   0   0   0   0   0
+ 336   144  16 -48   0   0   0   0  20   4   6   0   4  12 -12  -4   0   0   0  -2   2   1   6   0   0   0   0   0  -2   2   0   0   0   0   0
+ 420   -60 -60  36  84 -12 -12  12   8  -8   3   0 -16   4   0   4   4  -4   0  -2  -2   0   3   0   0   0  -3  -3   3  -1   0   0   0   0   0
+ 420   -60 -60  36  84 -12 -12  12   8  -8   3   0 -16   4   0   4   4  -4   0  -2  -2   0   3   0   0   0  -3  -3   3  -1   0   0   0   0   0
+ 420   -60 -60  36  84 -12 -12  12 -16   0   3   0   8   4  -8   4  -4   4   0   2   2   0   3   0   0   0  -3  -3   3  -1   0   0   0   0   0
+ 420   -60 -60  36  84 -12 -12  12 -16   0   3   0   8   4  -8   4  -4   4   0   2   2   0   3   0   0   0  -3  -3   3  -1   0   0   0   0   0
+ 560  -400 240 -80   0   0   0   0  12  -4  -4   8  12 -12  -4   4   0   0   0   2  -2   0   4  -8   8  -8   2  -2   0   0   0   0   0   0   0
+ 560  -400 240 -80   0   0   0   0  12  -4   8  -4  12 -12  -4   4   0   0   0   2  -2   0  -8   4  -4   4  -4   4   0   0   0   0   0   0   0
+ 560  -400 240 -80   0   0   0   0  12  -4  -4   8  12 -12  -4   4   0   0   0   2  -2   0   4  -8   8  -8   2  -2   0   0   0   0   0   0   0
+ 560  -400 240 -80   0   0   0   0  12  -4   8  -4  12 -12  -4   4   0   0   0   2  -2   0  -8   4  -4   4  -4   4   0   0   0   0   0   0   0
+ 560   -80 -80  48 112 -16 -16  16  16  16  -4 -10  16 -16  16 -16   0   0   0   0   0   0  12  -6  10   6  -8   0   4   4  -2   2   0   0   0
+ 560   -80 -80  48 112 -16 -16  16  16  14 -10  16 -16  16 -16   0   0   0   0   0   0 -18  -6  10   6  10  -6  -2  -2  -2   2   0   0   0
+ 560   -80 -80  48 112 -16 -16  16  16  16 -10  14  16 -16  16 -16   0   0   0   0   0   0   6  18 -14 -18  -2   6  -2  -2  -2   2   0   0   0
+ 560   -80 -80  48 112 -16 -16  16  16  16 -10  -4  16 -16  16 -16   0   0   0   0   0   0   6 -12   4  12  -2   6  -2  -2   4  -4   0   0   0
+ 672   288  32 -96   0   0   0   0   8 -24  12   0  40  24   8  -8   0   0   0   4  -4   2  12   0   0   0   0   0  -4  -4   0   0   0   0   0
+ 672   288  32 -96   0   0   0   0  40   8  12   0   8  24 -24  -8   0   0   0  -4   4   2  12   0   0   0   0   0  -4   4   0   0   0   0   0
+ 840  -120-120  72 168 -24 -24  24  16 -16   6   0 -32   8   0   8   8  -8   0  -4  -4   0   6   0   0   0  -6  -6   6  -2   0   0   0   0   0
+ 840  -120-120  72 168 -24 -24  24 -32   0   6   0  16   8 -16   8  -8   8   0   4   4   0   6   0   0   0  -6  -6   6  -2   0   0   0   0   0
+ 840  -120-120  72 168 -24 -24  24  -8  -8  -3   0  -8   8  -8   8   0   0   0   0   0   0  -3   0   0   0   3   3  -3   1   0   0   0   0   0
+ 840  -120-120  72 168 -24 -24  24  -8  -8  -3   0  -8   8  -8   8   0   0   0   0   0   0  -3   0   0   0   3   3  -3   1   0   0   0   0   0
+ 896  -640 384-128   0   0   0   0   0   0  -4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   4   4  -4   4   2  -2   0   0   0   0   0   0   0
+ 896  -640 384-128   0   0   0   0   0   0  -4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   4   4  -4   4   2  -2   0   0   0   0   0   0   0
+ 896  -640 384-128   0   0   0   0   0   0  -4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   4   4  -4   4   2  -2   0   0   0   0   0   0   0
+ 896  -640 384-128   0   0   0   0   0   0  -4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   4   4  -4   4   2  -2   0   0   0   0   0   0   0
+1008  -720 432-144   0   0   0   0  12  -4   0   0  12 -12  -4   4   0   0   0  -2   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+1008  -720 432-144   0   0   0   0  12  -4   0   0  12 -12  -4   4   0   0   0  -2   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+1120  -800 480-160   0   0   0   0 -24   8   4   4 -24  24   8  -8   0   0   0   0   0   0  -4  -4   4  -4  -2   2   0   0   0   0   0   0   0
+1120  -800 480-160   0   0   0   0 -24   8   4   4 -24  24   8  -8   0   0   0   0   0   0  -4  -4   4  -4  -2   2   0   0   0   0   0   0   0
+1120  -800 480-160   0   0   0   0  24  -8  -8  16  24 -24  -8   8   0   0   0   4  -4   0   8 -16  16 -16   4  -4   0   0   0   0   0   0   0
+1120  -800 480-160   0   0   0   0  24  -8  16  -8  24 -24  -8   8   0   0   0   4  -4   0 -16   8  -8   8  -8   8   0   0   0   0   0   0   0
+1260  -180-180 108  28  -4  12 -12 -36  12   0   9  36   0 -12   0   8   0  -4   0   0   0   0  -9  -9   9   0   0   0   0   1  -1   0   0   0
+1260  -180-180 108  28  -4  12 -12 -36  12   0   9  36   0 -12   0   8   0  -4   0   0   0   0  -9  -9   9   0   0   0   0   1  -1   0   0   0
+1260  -180-180 108  28  -4  12 -12  36 -12   0   9 -36   0  12   0   0   8  -4   0   0   0   0  -9  -9   9   0   0   0   0   1  -1   0   0   0
+1260  -180-180 108  28  -4  12 -12  36 -12   0   9 -36   0  12   0   0   8  -4   0   0   0   0  -9  -9   9   0   0   0   0   1  -1   0   0   0
+1344   576  64-192   0   0   0   0  16  16   6   0 -16   0 -16   0   0   0   0   0   0  -1   6   0   0   0   0   0  -2  -2   0   0   0   0   0
+1344   576  64-192   0   0   0   0  16  16   6   0 -16   0 -16   0   0   0   0   0   0  -1   6   0   0   0   0   0  -2  -2   0   0   0   0   0
+1344   576  64-192   0   0   0   0 -16 -16   6   0  16   0  16   0   0   0   0   0   0  -1   6   0   0   0   0   0  -2   2   0   0   0   0   0
+1344   576  64-192   0   0   0   0 -16 -16   6   0  16   0  16   0   0   0   0   0   0  -1   6   0   0   0   0   0  -2   2   0   0   0   0   0
+1680  -240-240 144 336 -48 -48  48 -16 -16  -6   0 -16  16 -16  16   0   0   0   0   0   0  -6   0   0   0   6   6  -6   2   0   0   0   0   0
+1680   720  80-240   0   0   0   0  20   4  -6   0   4  12 -12  -4   0   0   0   2  -2   0  -6   0   0   0   0   0   2   2   0   0   0   0   0
+1680   720  80-240   0   0   0   0  20   4  -6   0   4  12 -12  -4   0   0   0   2  -2   0  -6   0   0   0   0   0   2   2   0   0   0   0   0
+1680   720  80-240   0   0   0   0   4 -12  -6   0  20  12   4  -4   0   0   0  -2   2   0  -6   0   0   0   0   0   2  -2   0   0   0   0   0
+1680   720  80-240   0   0   0   0   4 -12  -6   0  20  12   4  -4   0   0   0  -2   2   0  -6   0   0   0   0   0   2  -2   0   0   0   0   0
o1680  -240-240 144-112  16 -16  16   0   0   0  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6   6  -6   0   0   0   0   2  -2   0   0   0
o1680  -240-240 144-112  16 -16  16   0   0   0  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6   6  -6   0   0   0   0   2  -2   0   0   0
+1792 -1280 768-256   0   0   0   0   0   0  -8  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   8   8  -8   8   4  -4   0   0   0   0   0   0   0
+1792 -1280 768-256   0   0   0   0   0   0  -8  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   8   8  -8   8   4  -4   0   0   0   0   0   0   0
+2016 -1440 864-288   0   0   0   0  24  -8   0   0  24 -24  -8   8   0   0   0  -4   4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+2016   864  96-288   0   0   0   0 -24   8   0   0 -24 -24   8   8   0   0   0   0   0   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+2016   864  96-288   0   0   0   0 -24   8   0   0 -24 -24   8   8   0   0   0   0   0   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+2240 -1600 960-320   0   0   0   0 -48  16   8   8 -48  48  16 -16   0   0   0   0   0  -8  -8   8  -8  -4   4   0   0   0   0   0   0   0   0
+2520  -360-360 216  56  -8  24 -24   0   0   0  -9   0   0   0   0   8   8  -8   0   0   0   0   9   9  -9   0   0   0   0  -1   1   0   0   0
+2520  -360-360 216  56  -8  24 -24   0   0   0  -9   0   0   0   0   8   8  -8   0   0   0   0   9   9  -9   0   0   0   0  -1   1   0   0   0
+2688  1152 128-384   0   0   0   0  32  32  12   0 -32   0 -32   0   0   0   0   0   0  -2  12   0   0   0   0   0  -4  -4   0   0   0   0   0
+2688  1152 128-384   0   0   0   0 -32 -32  12   0  32   0  32   0   0   0   0   0   0  -2  12   0   0   0   0   0  -4   4   0   0   0   0   0
+3360  1440 160-480   0   0   0   0  40   8 -12   0   8  24 -24  -8   0   0   0   4  -4   0 -12   0   0   0   0   0   4   4   0   0   0   0   0
+3360  1440 160-480   0   0   0   0   8 -24 -12   0  40  24   8  -8   0   0   0  -4   4   0 -12   0   0   0   0   0   4  -4   0   0   0   0   0
+3360  -480-480 288-224  32 -32  32   0   0   0   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6  -6   6   0   0   0   0  -2   2   0   0   0
+3360  -480-480 288-224  32 -32  32   0   0   0 -12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  12  12 -12   0   0   0   0   4  -4   0   0   0
+3360  -480-480 288-224  32 -32  32   0   0   0   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6  -6   6   0   0   0   0  -2   2   0   0   0
+3360  -480-480 288-224  32 -32  32   0   0   0   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6  -6   6   0   0   0   0  -2   2   0   0   0
+3780  -540-540 324  84 -12  36 -36  36 -12   0   0 -36   0  12   0  -8   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+3780  -540-540 324  84 -12  36 -36  36 -12   0   0 -36   0  12   0  -8   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+3780  -540-540 324  84 -12  36 -36 -36  12   0   0  36   0 -12   0   0  -8   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+3780  -540-540 324  84 -12  36 -36 -36  12   0   0  36   0 -12   0   0  -8   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
+4032  1728 192-576   0   0   0   0 -48  16   0   0 -48 -48  16  16   0   0   0   0   0   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
```

```
 2 -2  0  0  1 -1 -1  0  0  2  0  0  0 21 24  0  9 24  1 -3  0  0 -8  1  4  0  0  0 -3  0  0  5  3 -4  1  0  0
 2 -2  0  0  1 -1 -1  0  0  2  0  0  0 21 24  0  9 24  1 -3  0  0 -8  1  4  0  0  0 -3  0  0  5  3 -4  1  0  0
-2  2  0  0  1 -1 -1  0  0 -2  0  0  0 21 24  0  9 24  1 -3  0  0 -8  5 -4  0  0  0  1  0  0  1  3  4 -3  0  0
-2  2  0  0  1 -1 -1  0  0 -2  0  0  0 21 24  0  9 24  1 -3  0  0 -8  5 -4  0  0  0  1  0  0  1  3  4 -3  0  0
 2  2  0  0  0  0  0  0  0 -1  1  0  0 105 -6  0 -15 -6 -15  9  6  6 -6 -7  2  0  0  0  1 -6  6  5  1  2 -3  0  0
 2  2  0  0  0  0  0  0  0 -1  1  0  0 105 -6  0 -15 -6 -15  9  6  6 -6 -7  2  0  0  0  1 -6  6  5  1  2 -3  0  0
-2 -2  0  0  0  0  0  0  0 -1  1  0  0 105 -6  0 -15 -6 -15  9  6  6 -6  5  2  0  0  0 -3 -6  6 -7  1  2  1  0  0
-2 -2  0  0  0  0  0  0  0 -1  1  0  0 105 -6  0 -15 -6 -15  9  6  6 -6  5  2  0  0  0 -3 -6  6 -7  1  2  1  0  0
-2  2  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  35 -16 -4 -25  16  15 -5  8 -8  0  3  0  4 -4  4 -1  0  0  3 -3  0 -1  0  0
-2  2  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  35  32  2 -25 -32  15 -5 -16  16  0  3  0 -2  2 -2 -1  0  0  3 -3  0 -1  0  0
-2  2  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  35 -16 -4 -25  16  15 -5  8 -8  0  3  0  4 -4  4 -1  0  0  3 -3  0 -1  0  0
-2  2  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  35  32  2 -25 -32  15 -5 -16  16  0  3  0 -2  2 -2 -1  0  0  3 -3  0 -1  0  0
 0  0  0  0  0  0  0 -2  2  4 -4  0  0 -70 -4 -1  10  12  10 -6 -8  0  4 -2  4 -3  1  3 -2  4 -4 -2  2  4 -2  2 -2
 0  0  0  0  0  0  0 -2  2 -2  2  0  0 -70  14 -1  10 -18  10 -6  10 -6 -2 -2 -2 -3  1  3 -2 -2  2 -2  2 -2 -4  4
 0  0  0  0  0  0  0 -2  2 -2  2  0  0 -70 -10 -4  10  6  10 -6 -2  6 -2 -2 -2  0  4  0 -2 -2  2 -2  2 -2 -2  2 -2
 0  0  0  0  0  0  0  4 -4 -2  2  0  0 -70 -10  5  10  6  10 -6 -2  6 -2 -2 -2  3 -5 -3 -2 -2  2 -2  2 -2 -2  2 -2
 4 -4  0  0  2 -2 -2  0  0  4  0  0  0 -21 -24  0 -9 -24 -1  3  0  0  8 -1 -4  0  0  0  3  0  0 -5 -3  4 -1  0  0
-4  4  0  0  2 -2 -2  0  0 -4  0  0  0 -21 -24  0 -9 -24 -1  3  0  0  8 -5  4  0  0  0 -1  0  0 -1 -3 -4  3  0  0
 4  4  0  0  0  0  0  0  0 -2  2  0  0-105  6  0  15  6  15 -9 -6 -6  6  7 -2  0  0  0 -1  6 -6 -5 -1 -2  3  0  0
-4 -4  0  0  0  0  0  0  0 -2  2  0  0-105  6  0  15  6  15 -9 -6 -6  6 -5 -2  0  0  0  3  6 -6  7 -1 -2 -1  0  0
 0  0  0  0  0  0  0  0  0  1 -1  0  0 210  6  0 -30  6 -30  18 -6 -6  6 -2 -2  0  0  0 -2  6 -6 -2  2 -2 -2  0  0
 0  0  0  0  0  0  0  0  0  1 -1  0  0 210  6  0 -30  6 -30  18 -6 -6  6 -2 -2  0  0  0 -2  6 -6 -2  2 -2 -2  0  0
 0  0  0  0 -1  r5 -r5  0  0  0  0  0  0  56 -16  2 -40  16  24 -8  8 -8  0  0  0 -2  2 -2  0  0  0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0 -1 -r5  r5  0  0  0  0  0  0  56 -16  2 -40  16  24 -8  8 -8  0  0  0 -2  2 -2  0  0  0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0 -1 -r5  r5  0  0  0  0  0  0  56 -16  2 -40  16  24 -8  8 -8  0  0  0 -2  2 -2  0  0  0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0 -1  r5 -r5  0  0  0  0  0  0  56 -16  2 -40  16  24 -8  8 -8  0  0  0 -2  2 -2  0  0  0  0  0  0  0  0
 2 -2  0  0  2  0  0  0  0  0  0  0  0  63  0  0 -45  0  27 -9  0  0  0  3  0  0  0  0 -1  0  0  3 -3  0 -1  0  0
 2 -2  0  0  2  0  0  0  0  0  0  0  0  63  0  0 -45  0  27 -9  0  0  0  3  0  0  0  0 -1  0  0  3 -3  0 -1  0  0
 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  70  16 -2 -50 -16  30 -10 -8  8  0 -6  0  2 -2  2  2  0  0 -6  6  0  2  0  0
 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  70  16 -2 -50 -16  30 -10 -8  8  0 -6  0  2 -2  2  2  0  0 -6  6  0  2  0  0
-4  4  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0 -35  16  4  25 -16 -15  5 -8  8  0 -3  0 -4  4 -4  1  0  0 -3  3  0  1  0  0
-4  4  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0 -35 -32 -2  25  32 -15  5  16 -16  0 -3  0  2 -2  2  1  0  0 -3  3  0  1  0  0
 0  0 -2  2  0  0  0 -3  3  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
 0  0 -2  2  0  0  0 -3  3  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
 0  0  2 -2  0  0  0 -3  3  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
 0  0  2 -2  0  0  0 -3  3  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0 -1  1  1  0  0  2  0  0  0  84  24  0  36  24  4 -12  0  0 -8  4  4  0  0  0  4  0  0 -4  0 -4 -4  0  0
 0  0  0  0 -1  1  1  0  0  2  0  0  0  84  24  0  36  24  4 -12  0  0 -8  4  4  0  0  0  4  0  0 -4  0 -4 -4  0  0
 0  0  0  0 -1  1  1  0  0 -2  0  0  0  84  24  0  36  24  4 -12  0  0 -8 -4 -4  0  0  0 -4  0  0  4  0  4  4  0  0
 0  0  0  0 -1  1  1  0  0 -2  0  0  0  84  24  0  36  24  4 -12  0  0 -8 -4 -4  0  0  0 -4  0  0  4  0  4  4  0  0
 0  0  0  0  0  0  0  0  0  2 -2  0 0-210 -6  0  30 -6  30 -18  6  6 -6  2  2  0  0  0  2 -6  6  2 -2  2  2  0  0
 2 -2  0  0  0  0  0  0  0 -2  0  0  0 105 -24  0  45 -24  5 -15  0  0  8  5 -4  0  0  0  1  0  0  1  3  4 -3  0  0
 2 -2  0  0  0  0  0  0  0 -2  0  0  0 105 -24  0  45 -24  5 -15  0  0  8  5 -4  0  0  0  1  0  0  1  3  4 -3  0  0
-2  2  0  0  0  0  0  0  0  2  0  0  0 105 -24  0  45 -24  5 -15  0  0  8  1  4  0  0  0 -3  0  0  5  3 -4  1  0  0
-2  2  0  0  0  0  0  0  0  2  0  0  0 105 -24  0  45 -24  5 -15  0  0  8  1  4  0  0  0 -3  0  0  5  3 -4  1  0  0
 0  0  0  0  0  0  0 -2  2  0  0  0  0  0  12 -3  0 -36  0  0  24  0 -12  0  0  3  3 -3  0  4 -4  0  0  0  0  2 -2
 0  0  0  0  0  0  0 -2  2  0  0  0  0  0  12 -3  0 -36  0  0  24  0 -12  0  0  3  3 -3  0  4 -4  0  0  0  0  2 -2
 0  0  0  0 -2 2r5-2r5  0  0  0  0  0  0 -56  16 -2  40 -16 -24  8 -8  8  0  0  0  2 -2  2  0  0  0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0 -2-2r5 2r5  0  0  0  0  0  0 -56  16 -2  40 -16 -24  8 -8  8  0  0  0  2 -2  2  0  0  0  0  0  0  0  0
 4 -4  0  0  4  0  0  0  0  0  0  0  0 -63  0  0  45  0 -27  9  0  0  0 -3  0  0  0  0  1  0  0 -3  3  0  1  0  0
 0  0  0  0  1 -1 -1  0  0  0  0  0  0 126  0  0  54  0  6 -18  0  0  0 -6  0  0  0  0  2  0  0 -6 -6  0  2  0  0
 0  0  0  0  1 -1 -1  0  0  0  0  0  0 126  0  0  54  0  6 -18  0  0  0 -6  0  0  0  0  2  0  0 -6 -6  0  2  0  0
 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0 -70 -16  2  50  16 -30  10  8 -8  0  6  0 -2  2 -2  0  0  6 -6  0 -2  0  0
 0  0  0  0  0  0  0  3 -3  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0  0  0  0  3 -3  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0 -2  2  2  0  0  4  0  0  0 -84 -24  0 -36 -24 -4  12  0  0  8 -4 -4  0  0  0 -4  0  0  4  0  4  4  0  0
 0  0  0  0 -2  2  2  0  0 -4  0  0  0 -84 -24  0 -36 -24 -4  12  0  0  8  4  4  0  0  0  4  0  0 -4  0 -4 -4  0  0
 4 -4  0  0  0  0  0  0  0 -4  0  0 0-105  24  0 -45  24 -5  15  0  0 -8 -5  4  0  0  0 -1  0  0 -1 -3 -4  3  0  0
-4  4  0  0  0  0  0  0  0  4  0  0 0-105  24  0 -45  24 -5  15  0  0 -8 -1 -4  0  0  0  3  0  0 -5 -3  4 -1  0  0
 0  0  0  0  0  0  0  2 -2  0  0  0  0   0 -48  3  0  0  0  0  12  36 -24  0  0 -3 -3  3  0  8 -8  0  0  0  0 -2  2
 0  0  0  0  0  0  0 -4  4  0  0  0  0   0 -12  3  0  36  0  0 -24  0  12  0  0 -3 -3  3  0 -4  4  0  0  0  0 -2  2
 0  0  0  0  0  0  0  2 -2  0  0  0  0   0 -12 -6  0  36  0  0 -24  0  12  0  0  6  6 -6  0 -4  4  0  0  0  0 -2  2
 0  0  0  0  0  0  0  2 -2  0  0  0  0   0  60  3  0 -36  0  0  12 -36  12  0  0 -3 -3  3  0 -4  4  0  0  0  0  4 -4
 0  0 -2  2  0  0  0  0  0  0  0  0  0   0   0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
 0  0 -2  2  0  0  0  0  0  0  0  0  0   0   0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
 0  0  2 -2  0  0  0  0  0  0  0  0  0   0   0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
 0  0  2 -2  0  0  0  0  0  0  0  0  0   0   0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0  2 -2 -2  0  0  0  0  0 0-126  0  0 -54  0 -6  18  0  0  0  6  0  0  0  0 -2  0  0  6  6  0 -2  0  0
```

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
															5160	737	245	147	3	43	6	3	2	2	1	1	1	1			1	1				
288	192	72	72	48	48	60	21	21	48	48	48	60	60	60	960	280	760	456	072	008	144	072	048	048	536	024	024	024	128	128	152	152	288	288	288	288
QD	MF	VA	VB	RJ	WK	AC	BC	AC	FA	GB	JC	ACK	ABK	AAM	A	A	A	A	A	D	D	C	D	D	B	E	D	E	G	F	AK	AH	BI	BK	BH	BK
DD	CF	EA	EB	CJ	CK	AC	AC	BC	DA	CB	CC	ABK	ACK	AAM	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	AK	AH	BI	BK	BH	BK
12M	12N	12O	12P	12Q	12R	15A	21A	B**	24A	24B	24C	30A	B*	30C	2H	2I	2J	2K	2L	4L	4M	4N	4O	4P	4Q	4R	4S	4T	4U	4V	6X	6Y	6Z	6A1	6B1	6C1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	2	0	0	0	0	1	-1	-1	-1	0	0	1	1	1	-6	-6	-6	-6	-2	-6	-6	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	-3	-3	0	0	0	0
-1	2	0	0	0	0	1	-1	-1	-1	0	0	1	1	1	6	6	6	6	2	6	6	2	2	2	2	2	2	2	0	0	3	3	0	0	0	0
1	-2	1	1	0	0	0	b7	1-b7	1	0	0	0	0	0	-10	-10	-10	-10	2	-10	-10	2	2	2	2	2	2	2	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	-2	1	1	0	0	0	1-b7	b7	1	0	0	0	0	0	-10	-10	-10	-10	2	-10	-10	2	2	2	2	2	2	2	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	-2	1	1	0	0	0	b7	1-b7	1	0	0	0	0	0	10	10	10	10	-2	10	10	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	1	1	1	1	1	1
1	-2	1	1	0	0	0	1-b7	b7	1	0	0	0	0	0	10	10	10	10	-2	10	10	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	1	1	1	1	1	1
1	-2	0	0	0	0	-1	1	1	1	0	0	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	2	2	2	0	0	-1	0	0	-1	0	0	-1	-1	-1	-14	-14	-14	-14	-2	-14	-14	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	1	1	-2	-2	-2	-2
2	2	-1	-1	0	0	-1	0	0	2	0	0	-1	-1	-1	-14	-14	-14	-14	-2	-14	-14	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	-2	-2	1	1	1	1
-1	2	2	2	0	0	-1	0	0	-1	0	0	-1	-1	-1	14	14	14	14	2	14	14	2	2	2	2	2	2	2	0	0	-1	-1	2	2	2	2
2	2	-1	-1	0	0	-1	0	0	2	0	0	-1	-1	-1	14	14	14	14	2	14	14	2	2	2	2	2	2	2	0	0	2	2	-1	-1	-1	-1
-1	-1	0	0	-1	-1	0	1	1	-1	-1	-1	0	0	0	-15	-15	-15	-15	1	-15	-15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-3	-3	0	0	0	0
-1	-1	0	0	-1	-1	0	1	1	-1	-1	-1	0	0	0	15	15	15	15	-1	15	15	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	3	3	0	0	0	0
-1	2	-1	-1	0	0	0	-b7	1+b7	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	2	-1	-1	0	0	0	1+b7	-b7	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	-1	-1	1	0	0	1	-1	-1	1	1	1	-21	-21	-21	-21	-1	-21	-21	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	3	3	0	0	0	0
1	1	0	0	-1	-1	1	0	0	1	-1	-1	1	1	1	21	21	21	21	1	21	21	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-3	-3	0	0	0	0
-2	-2	1	1	0	0	1	0	0	-2	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-2	-2	-2	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0	-1	-1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	-1	1	1	0	0	0	-35	-35	-35	-35	1	-35	-35	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	-1	1	1	0	0	0	35	35	35	35	-1	35	35	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	0	0	1	1	-1	0	0	-1	1	1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	-1	-1	0	0	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-15	-15	-15	-15	-3	1	1	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-1	-1	0	0	-3	-3	-3	-3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	15	15	15	3	-1	-1	3	3	3	3	3	3	3	1	1	0	0	3	3	3	3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-45	-45	-45	-45	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-45	-45	-45	-45	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	45	45	45	45	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	45	45	45	45	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	0
3	0	-1	-1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-12	0	0	-12	4	4	-12	4	4	4	-2	-2	0	0	0	0	0	0
3	0	-1	-1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0	0	12	-4	-4	12	-4	-4	-4	2	2	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-90	-90	-90	-90	-6	6	6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	90	90	90	90	6	-6	-6	6	6	6	6	6	6	6	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-105	-105	-105	-105	3	7	7	3	3	3	3	3	3	3	1	1	0	0	-3	-3	-3	-3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	105	105	105	105	-3	-7	-7	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-1	-1	0	0	3	3	3	3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-120	-120	-120	-120	0	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	120	120	120	120	0	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3
-3	0	-2	-2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	1	1	0	0	0	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-12	0	0	-12	4	4	-12	4	4	4	2	2	0	0	0	0	0	0
-3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0	0	12	-4	-4	12	-4	-4	-4	-2	-2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	-1	2	0	0	0	-1	1	0	0	-2	28	-20	12	-4	0	0	0	0	4	4	0	4	-4	-4	2	-2	-4	4	-2	2	-2	2
0	1	0	0	1	-1	2	0	0	0	-1	1	0	0	-2	-28	20	-12	4	0	0	0	0	-4	-4	0	-4	4	4	-2	2	4	-4	2	-2	2	-2
2	-1	-1	1	-1	-1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	70	-10	-10	6	2	14	-2	2	-6	10	-2	-2	2	-2	0	0	3	-5	-1	-3	1	3
2	-1	-1	1	-1	-1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	-70	10	10	-6	-2	-14	2	-2	6	-10	2	2	-2	2	0	0	-3	5	1	3	-1	-3
2	-1	-1	1	1	1	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	70	-10	-10	6	2	14	-2	2	10	-6	-2	-2	2	-2	0	0	3	-5	-1	-3	1	3
2	-1	-1	1	1	1	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	-70	10	10	-6	-2	-14	2	-2	-10	6	2	2	-2	2	0	0	-3	5	1	3	-1	-3
0	-1	0	0	-1	1	-2	0	0	0	1	-1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	1	1	-1	1	1	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	1	1	-1	-1	-1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-140	20	20	-12	-4	-28	4	-4	-4	-4	4	4	-4	4	0	0	-9	7	-1	-3	1	3
4	-2	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-140	20	20	-12	-4	-28	4	-4	-4	-4	4	4	-4	4	0	0	6	-2	-1	-3	1	3
-2	-2	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	140	-20	-20	12	4	28	-4	4	4	4	-4	-4	4	-4	0	0	9	-7	1	3	-1	-3
4	-2	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	140	-20	-20	12	4	28	-4	4	4	4	-4	-4	4	-4	0	0	-6	2	1	3	-1	-3
-2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-140	20	20	-12	-4	-28	4	-4	-4	-4	4	4	-4	4	0	0	3	-5	5	3	-5	-3
-2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	140	-20	-20	12	4	28	-4	4	4	4	-4	-4	4	-4	0	0	-3	5	-5	-3	5	3
-2	-2	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-140	20	20	-12	-4	-28	4	-4	-4	-4	4	4	-4	4	0	0	3	-5	-4	0	4	0
-2	-2	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	140	-20	-20	12	4	28	-4	4	4	4	-4	-4	4	-4	0	0	-3	5	4	0	-4	0

©	©	©	©	©	©	©	©	©	©	©	©	©	©	©	©	©	©	©	©	©	©	©	©
288	288	192	96	128	128	128	128	64	64	40	40	40	40	96	48	48	48	28	28	32	32	28	28
AK	AI	AJ	AL	B	B	E	C	H	G	AI	AI	AJ	AH	AN	GQ	IL	IM	AH	BH	A	A	AL	BL
AK	AI	AJ	AL	A	A	A	A	A	A	AI	AI	AJ	AH	AN	AQ	BL	BM	AH	BH	A	A	AL	BL
6D1	6E1	6F1	6G1	8F	8G	8H	8I	8J	8K	10D	E*	10F	10G	12S	12T	12U	12V	14C	D**	16A	B**	28A	B**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	-3	-3	1	-2	-2	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
3	3	3	-1	2	2	0	0	0	0	1	1	1	1	-1	-1	0	0	-1	-1	0	0	-1	-1
-1	-1	-1	-1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-b71+b7		0	0	-b71+b7	
-1	-1	-1	-1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-11+b7	-b7		0	01+b7	-b7	
1	1	1	1	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	b71-b7		0	0	b71-b7	
1	1	1	1	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	11-b7	b7		0	01-b7	b7	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	-2	-2	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	-2	-2	0	0	0	0	0	0
-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	1	1	1	1	-2	-2	1	1	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	2	2	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	2	2	0	0	0	0	0	0
2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	2	2	-1	-1	0	0	0	0	0	0
-3	-3	-3	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	-1	-1	1	1	-1	-1
3	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	-1	-1	0	0	1	1	-1	-1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	3	3	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	1	1	0	0
-3	-3	-3	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	-1	-1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	-1	-1	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	-1	1	1	1	1
0	0	0	0	-1	-1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	-b71+b7		1	1	b71-b7	
0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	01+b7	-b7		1	11-b7	b7	
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	b71-b7		-1	-1	-b71+b7	
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	01-b7	b7		-1	-11+b7	-b7	
0	0	0	0	0	0	-2	-2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	2	2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	-1	-1
0	0	0	0	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	1	1
0	0	0	0	-1	-1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	-1	-1	0	0
0	0	0	0	1	1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	2	2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-2	-2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-2	0	0	0	0	-2	2	0	0	0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	2	0	0	0	0	2	-2	0	0	0	0	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-1	-1	-1	-2	2	0	0	-2	2	0	0	0	0	-1	1	-1	1	0	0	0	0	0	0
-3	1	1	1	2	-2	0	0	2	-2	0	0	0	0	1	-1	1	-1	0	0	0	0	0	0
3	-1	-1	-1	2	-2	0	0	2	-2	0	0	0	0	-1	1	-1	1	0	0	0	0	0	0
-3	1	1	1	-2	2	0	0	-2	2	0	0	0	0	1	-1	1	-1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	5	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	-1	1	0	0	0	0	0	0
0	-4	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	-2	-1	1	0	0	0	0	0	0
3	-5	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	1	-1	0	0	0	0	0	0
0	4	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	2	1	-1	0	0	0	0	0	0
3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	-1	1	0	0	0	0	0	0
-3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	1	-1	0	0	0	0	0	0
3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	2	-2	0	0	0	0	0	0
-3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	-2	2	0	0	0	0	0	0

```
 0 -1  0  0 -1  1  1  0  0  0 -1  1 -1 -1  1  84  36   4 -12  -8   0   0   8   4   4   0  -4  -4   4   2  -2   6   6   0   0   0   0
 0 -1  0  0 -1  1  1  0  0  0 -1  1 -1 -1  1 -84 -36  -4  12   8   0   0  -8  -4  -4   0   4   4  -4  -2   2  -6  -6   0   0   0   0
 0 -1  0  0  1 -1  1  0  0  0  1 -1 -1 -1  1 -84 -36  -4  12  -8   0   0   8  -4  -4   0   4   4  -4   2  -2  -6  -6   0   0   0   0
 0 -1  0  0  1 -1  1  0  0  0  1 -1 -1 -1  1  84  36   4 -12   8   0   0  -8   4   4   0  -4  -4   4  -2   2   6   6   0   0   0   0
-2  1  0  0  1  1  0  0  0  0 -1 -1  0  0  0 210 -30 -30  18  -2  42  -6  -2 -10   6   2   2  -2   2   0   0  -3  -3   0   0   0   0
-2  1  0  0  1  1  0  0  0  0 -1 -1  0  0  0-210  30  30 -18   2 -42   6   2  10  -6  -2  -2   2  -2   0   0   3   3   0   0   0   0
-2  1  0  0 -1 -1  0  0  0  0  1  1  0  0  0 210 -30 -30  18  -2  42  -6  -2   6 -10   2   2  -2   2   0   0  -3  -3   0   0   0   0
-2  1  0  0 -1 -1  0  0  0  0  1  1  0  0  0-210  30  30 -18   2 -42   6   2  -6  10  -2  -2   2  -2   0   0   3   3   0   0   0   0
 0  1  0  0 -1  1  0  0  0  0  1 -1  0  0  0 140-100  60 -20   0   0   0   0   4   4   0   4  -4  -4  -2   2   4  -4  -4   4  -4   4
 0  1  0  0 -1  1  0  0  0  0  1 -1  0  0  0 140-100  60 -20   0   0   0   0   4   4   0   4  -4  -4  -2   2  -8   8   2  -2   2  -2
 0  1  0  0 -1  1  0  0  0  0  1 -1  0  0  0-140 100 -60  20   0   0   0   0  -4  -4   0  -4   4   4   2  -2  -4   4   4  -4   4  -4
 0  1  0  0 -1  1  0  0  0  0  1 -1  0  0  0-140 100 -60  20   0   0   0   0  -4  -4   0  -4   4   4   2  -2   8  -8  -2   2  -2   2
-4  2 -1  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2  2 -1  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2  2  2 -2  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2  2 -1  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  1  0  0  1 -1 -1  0  0  0  1 -1  1  1 -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  1  0  0 -1  1 -1  0  0  0 -1  1  1  1 -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2 -1  0  0 -1 -1  0  0  0  0  1  1  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2 -1  0  0  1  1  0  0  0  0 -1 -1  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2  2  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0 420 -60 -60  36  -4  84 -12  -4  -4  -4   4   4  -4   4   0   0   3   3   0   0   0   0
 2  2  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0-420  60  60 -36   4 -84  12   4   4   4  -4  -4   4  -4   0   0  -3  -3   0   0   0   0
 0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0 r5 -r5  -1 224-160  96 -32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4  -4   2  -2   2  -2
 0  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0 -r5  r5  -1 224-160  96 -32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4  -4   2  -2   2  -2
 0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0 -r5  r5  -1-224 160 -96  32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4   4  -2   2  -2   2
 0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  r5 -r5  -1-224 160 -96  32   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4   4  -2   2  -2   2
 0  1  0  0  1 -1 -2  0  0  0 -1  1  0  0  2 252-180 108 -36   0   0   0   0   4   4   0   4  -4  -4   2  -2   0   0   0   0   0   0
 0  1  0  0  1 -1 -2  0  0  0 -1  1  0  0 -2-252 180-108  36   0   0   0   0  -4  -4   0  -4   4   4  -2   2   0   0   0   0   0   0
 0 -2  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0 280-200 120 -40   0   0   0   0  -8  -8   0  -8   8   8   0   0  -4   4  -2   2  -2   2
 0 -2  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0-280 200-120  40   0   0   0   0   8   8   0   8  -8  -8   0   0   4  -4   2  -2   2  -2
 0 -1  0  0  1 -1  0  0  0  0 -1  1  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0 -1  0  0  1 -1  0  0  0  0 -1  1  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0 210 -30 -30  18  -6 -14   2  -6  10  -6   6  -2   2  -2   2   2   0   0   3  -3  -3   3
 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0-210  30  30 -18   6  14  -2   6 -10   6  -6   2  -2   2  -2  -2   0   0  -3   3   3  -3
 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0 210 -30 -30  18  -6 -14   2  -6  -6  10   6  -2   2  -2  -2  -2   0   0   3  -3  -3   3
 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0-210  30  30 -18   6  14  -2   6   6 -10  -6   2  -2   2   2   2   0   0  -3   3   3  -3
 0  0  0  0  0  0 -1  0  0  0  0  0  1  1 -1 336 144  16 -48  16   0   0 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   6   6   0   0   0   0
 0  0  0  0  0  0 -1  0  0  0  0  0  1  1 -1-336-144 -16  48 -16   0   0  16   0   0   0   0   0   0   0   0  -6  -6   0   0   0   0
 0  0  0  0  0  0 -1  0  0  0  0  0  1  1 -1-336-144 -16  48  16   0   0 -16   0   0   0   0   0   0   0   0  -6  -6   0   0   0   0
 0  0  0  0  0  0 -1  0  0  0  0  0  1  1 -1 336 144  16 -48 -16   0   0  16   0   0   0   0   0   0   0   0   6   6   0   0   0   0
-2 -2  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0 -1  0  0 -1  1  0  0  0  0 -1  1  0  0  0 420 180  20 -60   8   0   0  -8   4   4   0  -4  -4   4   2  -2  -6  -6   0   0   0   0
 0 -1  0  0 -1  1  0  0  0  0 -1  1  0  0  0-420-180 -20  60  -8   0   0   8  -4  -4   0   4   4  -4  -2   2   6   6   0   0   0   0
 0 -1  0  0  1 -1  0  0  0  0  1 -1  0  0  0-420-180 -20  60   8   0   0  -8  -4  -4   0   4   4  -4   2  -2   6   6   0   0   0   0
 0 -1  0  0  1 -1  0  0  0  0  1 -1  0  0  0 420 180  20 -60  -8   0   0   8   4   4   0  -4  -4   4  -2   2  -6  -6   0   0   0   0
 0  0 -1  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  0 -1  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  0  0  0  0  0 -1  0  0  0  0  0 -r5  r5  1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  0  0  0  0  0 -1  0  0  0  0  0  r5 -r5  1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0 -1  0  0 -1  1  2  0  0  0  1 -1  0  0 -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  2  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0 -1 -1  1 504 216  24 -72   0   0   0   0  -8  -8   0   8   8  -8   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  2  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0 -1 -1  1-504-216 -24  72   0   0   0   0   8   8   0  -8  -8   8   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  2  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0 420 -60 -60  36 -12 -28   4 -12   4   4  12  -4   4  -4   0   0   0   0  -3   3   3  -3
 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0-420  60  60 -36  12  28  -4  12  -4  -4 -12   4  -4   4   0   0   0   0   3  -3  -3   3
 0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0 -1 -1  1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0 -1 -1  1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  1  0  0  1 -1  0  0  0  0  1 -1  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  1  0  0 -1  1  0  0  0  0 -1  1  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  0  1 -1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  0  1 -1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  0 -2  2  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  0  1 -1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0 630 -90 -90  54   6 -42   6   6 -10   6  -6   2  -2   2   2   2   0   0   0   0   0   0
 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0-630  90  90 -54  -6  42  -6  -6  10  -6   6  -2   2  -2  -2  -2   0   0   0   0   0   0
 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0 630 -90 -90  54   6 -42   6   6   6 -10  -6   2  -2   2  -2  -2   0   0   0   0   0   0
 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0-630  90  90 -54  -6  42  -6  -6  -6  10   6  -2   2  -2   2   2   0   0   0   0   0   0
 0 -2  0  0  0  0 -1  0  0  0  0  0  1  1 -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
```

```
 0   0  -2  -2   0   0   2  -2   0   0   1   1  -1  -1   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   2   2   0   0  -2   2   0   0  -1  -1   1   1  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   2  -2   0   0   2  -2   0   0  -1  -1   1   1   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0  -2   2   0   0  -2   2   0   0   1   1  -1  -1  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 3   3  -3   1  -2   2   0   0   2  -2   0   0   0   0   1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0
-3  -3   3  -1   2  -2   0   0  -2   2   0   0   0   0  -1   1   0   0   0   0   0   0   0   0
 3   3  -3   1   2  -2   0   0  -2   2   0   0   0   0   1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0
-3  -3   3  -1  -2   2   0   0   2  -2   0   0   0   0  -1   1   0   0   0   0   0   0   0   0
-2   2   0   0   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 4  -4   0   0   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2  -2   0   0   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-4   4   0   0   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-3  -3   3  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1   1   0   0   0   0   0   0   0   0
 3   3  -3   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0
-2   2   0   0   0   0   0   0   0   0 -r5  r5   1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-2   2   0   0   0   0   0   0   0   0  r5 -r5   1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0 -r5  r5  -1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0  r5 -r5  -1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0  -2   2   0   0   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   2  -2   0   0   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0  -2   2  -2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   1  -1   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   2  -2   2   2   0   0   0   0   0   0   0   0  -1   1   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   2  -2   2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   1  -1   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0  -2   2  -2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0  -1   1   0   0   0   0   0   0
 0   0  -2  -2   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   1   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   2   2   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   1  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   2   2   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0  -2  -2   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0  -2   2   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   2  -2   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 0-2i2 2i2   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 2i2-2i2   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1   1   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1  -1   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   2  -2  -2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0  -2   2   2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0  -2   2   2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   2  -2  -2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
```

B.6 $Fi_{22}M11$

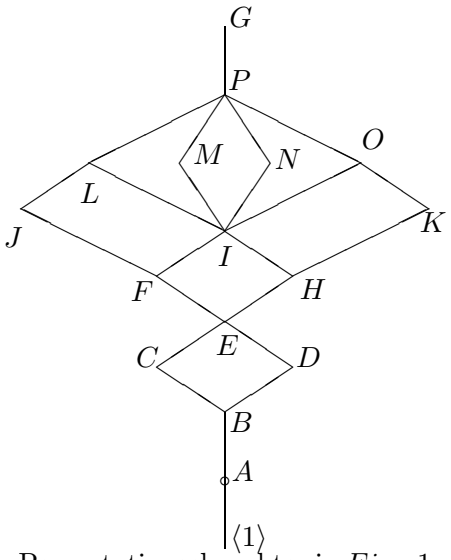
$3_+^{1+6} : 2^{3+4} : 3^2 : 2$

;	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
	2519	69	13	8	4	186	20	6	93	10	3	3			1										5	5	5	1	1	1	1	1
5038848	424	984	122	748	374	624	736	912	312	368	888	456	972	864	728	288	288	192	864	144	144	144	144	96	832	832	832	944	944	944	944	944
p power	A	A	A	A	A	A	A	A	AA	AB	BA	AC	DA	BB	B	C	C	B	BA	FA	DB	DC	FA	BD	A	A	A	A	A	A	A	A
p' part	A	A	A	A	A	A	A	A	AA	AB	BA	AC	DA	BB	A	A	A	A	AA	BA	AB	AC	BA	AD	A	A	A	A	A	A	A	A
ind	1A	3A	3B	3C	3D	3E	2A	2B	2C	6A	6B	6C	6D	6E	6F	4A	4B	4C	4D	12A	12B	12C	12D	12E	12F	3F	3G	3H	3I	3J	3K	3L	3M
+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1
+	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	2	-1	2	-1
+	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	2	-1	-1	2
+	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
+	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	3	-1	-1	-1	-1	3	-1	-1	0	0	0	3	0	3	3	0
+	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	3	-1	-1	-1	-1	3	-1	-1	0	0	0	3	0	3	3	0
+	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	3	-1	-1	-1	-1	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	3	0	0	3
+	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	3	-1	-1	-1	-1	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	3	0	0	3
+	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	-2	-2	6	-2	-2	-2	-2	6	-2	-2	0	0	0	-3	0	-3	-3	0
+	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	-2	6	-2	-2	-2	-2	6	-2	-2	-2	0	0	0	0	-3	0	0	-3
+	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	1	-3	-3	1	1	1	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
+	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	1	-3	-3	1	1	1	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
+	4	4	4	4	4	4	-4	4	-4	-4	4	-4	-4	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-2	-2	-2	-2	-2
+	4	4	4	4	4	4	-4	4	-4	-4	4	-4	-4	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-2	-2	-2	-2	-2
o	6	6	6	6	6	6	2	-2	-6	2	-2	2	-6	2	-2	2	0	0	-2	2	2	0	0	2	-2	-3	-3	-3	0	0	0	0	0
o	6	6	6	6	6	6	2	-2	-6	2	-2	2	-6	2	-2	2	0	0	-2	2	2	0	0	2	-2	-3	-3	-3	0	0	0	0	0
+	8	8	8	8	8	8	-8	8	-8	-8	8	-8	-8	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2
+	8	8	8	8	8	8	-8	8	-8	-8	8	-8	-8	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-4	2	-4	2
+	8	8	8	8	8	8	-8	8	-8	-8	8	-8	-8	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	2	2	2	2	2
+	8	8	8	8	8	8	-8	8	-8	-8	8	-8	-8	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	2	-4	2	2	-4
+	12	12	12	12	12	12	-4	-4	12	-4	-4	-4	12	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	0	0	0	0	0
+	12	12	12	12	12	12	-4	-4	12	-4	-4	-4	12	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	0	0	0	0	0
+	12	12	12	12	12	12	4	-4	-12	4	-4	4	-12	4	-4	4	0	0	-4	4	4	0	0	4	-4	3	3	3	0	0	0	0	0
o	18	18	18	18	18	18	6	-6	-18	6	-6	6	-18	6	-6	-2	0	0	2	-2	-2	0	0	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
o	18	18	18	18	18	18	6	-6	-18	6	-6	6	-18	6	-6	-2	0	0	2	-2	-2	0	0	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
+	24	24	24	24	24	24	-8	-8	24	-8	-8	-8	24	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	0	0	0	0	0
+	24	24	15	-3	6	-3	-16	8	0	-16	8	-7	0	2	-1	0	0	0	0	0	3	0	0	-3	0	6	6	6	0	0	0	0	0
+	24	24	15	-3	6	-3	-16	8	0	-16	8	-7	0	2	-1	0	0	0	0	0	3	0	0	-3	0	6	6	6	0	0	0	0	0
+	24	24	15	-3	6	-3	16	8	0	16	8	7	0	-2	-1	8	0	0	0	8	-1	0	0	-1	0	6	6	6	0	0	0	0	0
+	24	24	15	-3	6	-3	16	8	0	16	8	7	0	-2	-1	8	0	0	0	8	-1	0	0	-1	0	6	6	6	0	0	0	0	0
+	48	48	30	-6	12	-6	-32	16	0	-32	16	-14	0	4	-2	0	0	0	0	0	6	0	0	-6	0	-6	-6	-6	0	0	0	0	0
+	48	48	30	-6	12	-6	32	16	0	32	16	14	0	-4	-2	16	0	0	0	16	-2	0	0	-2	0	-6	-6	-6	0	0	0	0	0
+	72	72	45	-9	18	-9	-48	24	0	-48	24	-21	0	6	-3	0	0	0	0	0	-3	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	72	72	45	-9	18	-9	-48	24	0	-48	24	-21	0	6	-3	0	0	0	0	0	-3	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	72	72	45	-9	18	-9	48	24	0	48	24	21	0	-6	-3	-8	0	0	0	-8	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	72	72	45	-9	18	-9	48	24	0	48	24	21	0	-6	-3	-8	0	0	0	-8	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-	96	96	60	-12	24	-12	0	-32	0	0	-32	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-12	-12	-12	0	0	0	0	0
o	96	96	60	-12	24	-12	0	-32	0	0	-32	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	0	0	0	0	0
o	96	96	60	-12	24	-12	0	-32	0	0	-32	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	0	0	0	0	0
+	128	128	-16	20	2	-7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	8	8	8	8	8	8	8
+	128	128	-16	20	2	-7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	8	8	8	8	8	8	8
+	192	192	48	3	-15	3	-64	0	0	-64	0	8	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	12	12	0	0	0	0	0
+	192	192	48	3	-15	3	-64	0	0	-64	0	8	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	12	12	0	0	0	0	0
+	192	192	48	3	-15	3	64	0	0	64	0	-8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	12	12	0	0	0	0	0
+	192	192	48	3	-15	3	64	0	0	64	0	-8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	12	12	0	0	0	0	0
+	256	256	-32	40	4	-14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	16	16	-8	-8	-8	-8	-8
+	256	256	-32	40	4	-14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	-8	-8	16	-8	16	16	-8
+	256	256	-32	40	4	-14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	-8	-8	-8	16	-8	-8	16
+	256	256	-32	40	4	-14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8
+	384	384	96	6	-30	6	-128	0	0	-128	0	16	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-12	-12	-12	0	0	0	0	0
+	384	384	96	6	-30	6	128	0	0	128	0	-16	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-12	-12	-12	0	0	0	0	0
+	384	384	-48	-21	6	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	384	384	-48	-21	6	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	768	768	-96	-42	12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	54	-27	0	0	0	0	-18	6	-2	9	-3	0	1	0	0	6	2	2	-2	-3	0	-1	-1	0	1	-9	0	9	6	6	-3	-3	-3
+	54	-27	0	0	0	0	-18	6	-2	9	-3	0	1	0	0	6	2	2	-2	-3	0	-1	-1	0	1	9	-9	0	6	-3	-3	-3	6
+	54	-27	0	0	0	0	-18	6	-2	9	-3	0	1	0	0	6	2	2	-2	-3	0	-1	-1	0	1	0	9	-9	6	-3	-3	-3	-3
+	54	-27	0	0	0	0	-18	6	-2	9	-3	0	1	0	0	6	2	2	-2	-3	0	-1	-1	0	1	-9	0	9	-3	-3	6	-3	-3
+	54	-27	0	0	0	0	-18	6	-2	9	-3	0	1	0	0	6	2	2	-2	-3	0	-1	-1	0	1	-9	0	9	-3	-3	-3	6	6
+	54	-27	0	0	0	0	-18	6	-2	9	-3	0	1	0	0	6	2	2	-2	-3	0	-1	-1	0	1	9	-9	0	-3	-3	-3	6	-3
+	54	-27	0	0	0	0	-18	6	-2	9	-3	0	1	0	0	6	2	2	-2	-3	0	-1	-1	0	1	9	-9	0	-3	-3	-3	6	-3
+	54	-27	0	0	0	0	-18	6	-2	9	-3	0	1	0	0	6	2	2	-2	-3	0	-1	-1	0	1	0	9	-9	-3	6	-3	6	-3
+	54	-27	0	0	0	0	-18	6	-2	9	-3	0	1	0	0	6	2	2	-2	-3	0	-1	-1	0	1	0	9	-9	-3	-3	6	-3	6
+	162	-81	0	0	0	0	-54	18	-6	27	-9	0	3	0	0	-6	-2	6	2	3	0	1	-3	0	-1	0	0	0	18	0	-9	-9	0
+	162	-81	0	0	0	0	-54	18	-6	27	-9	0	3	0	0	-6	-2	6	2	3	0	1	-3	0	-1	0	0	0	-9	0	18	-9	0
+	162	-81	0	0	0	0	-54	18	-6	27	-9	0	3	0	0	-6	-2	6	2	3	0	1	-3	0	-1	0	0	0	-9	0	-9	18	0
+	162	-81	0	0	0	0	-54	18	-6	27	-9	0	3	0	0	-6	6	-2	2	3	0	-3	1	0	-1	0	0	0	0	18	0	0	-9
+	162	-81	0	0	0	0	-54	18	-6	27	-9	0	3	0	0	-6	6	-2	2	3	0	-3	1	0	-1	0	0	0	0	-9	0	0	18
+	162	-81	0	0	0	0	-54	18	-6	27	-9	0	3	0	0	-6	6	-2	2	3	0	-3	1	0	-1	0	0	0	0	-9	0	0	-9
+	216	-108	0	0	0	0	72	24	8	-36	-12	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	-9	-12	6	6	6
+	216	-108	0	0	0	0	72	24	8	-36	-12	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	0	9	-12	-12	6	6	6
+	216	-108	0	0	0	0	72	24	8	-36	-12	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	-9	0	-12	6	6	6	-12
+	216	-108	0	0	0	0	72	24	8	-36	-12	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	-9	6	-12	6	-12
+	216	-108	0	0	0	0	72	24	8	-36	-12	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	-9	6	-12	6	-12
+	216	-108	0	0	0	0	72	24	8	-36	-12	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	0	9	6	6	-12	-12	
+	216	-108	0	0	0	0	72	24	8	-36	-12	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	0	9	6	6	-12	6	6
+	216	-108	0	0	0	0	72	24	8	-36	-12	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	-9	0	6	6	-12	6	-12
+	324	-162	0	0	0	0	-36	-12	12	18	6	0	-6	0	0	12	0	0	4	-6	0	0	0	0	0	-2	-27	27	0	0	0	0	0
+	324	-162	0	0	0	0	-36	-12	12	18	6	0	-6	0	0	12	0	0	4	-6	0	0	0	0	0	-2	27	0	-27	0	0	0	0
+	324	-162	0	0	0	0	-36	-12	12	18	6	0	-6	0	0	12	0	0	4	-6	0	0	0	0	0	-2	0	-27	27	0	0	0	0
+	486	-243	0	0	0	0	-162	54	-18	81	-27	0	9	0	0	6	-6	-6	-2	-3	0	3	3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
+	648	-324	0	0	0	0	72	-24	-24	-36	12	0	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	27	-27	0	0	0	0
+	648	-324	0	0	0	0	72	-24	-24	-36	12	0	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-27	0	27	0	0	0	0	0
+	648	-324	0	0	0	0	72	-24	-24	-36	12	0	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	27	-27	0	0	0	0	0	0
+	972	-486	0	0	0	0	-108	-36	36	54	18	0	-18	0	0	-12	0	0	-4	6	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
1																																	
944	486	486	486	243	648	648	648	216	216	216	216	216	216	216	216	216	216	216	216	54	54	54	324	162	81	81	81	27	36	36	36	36	36
A	A	A	A	A	GA	HA	FA	GC	FC	FB	HB	HC	IC	GB	JC	NC	MC	KC	LC	OC	QC	PC	A	A	C	C	C	E	SC	RC	OB	TB	QC
A	A	A	A	A	GA	HA	FA	GC	FC	FB	HB	HC	IC	GB	JC	NC	MC	KC	LC	OC	QC	PC	A	A	A	A	A	A	MC	NC	IB	KB	JC
3N	3O	3P	3Q	3R	6G	6H	6I	6J	6K	6L	6M	6N	6O	6P	6Q	6R	6S	6T	6U	6V	6W	6X	9A	9B	9C	9D	9E	9F	12G	12H	12I	12J	12K
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	2	-1	-1	-1	-1	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	2	-1	-1	-1	-1	2	2	-1
2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	2	-1	2	2	-1	-1	2
-1	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	2	2	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	-1	-1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	-1	-1	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	-1	-1	0	0	-1
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	-1	-1	0	0	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	0	-3	-3	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	0	1	1	0
-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	1	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	2	1	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	1	1	1	-2	-2	1	0	0	0	0	0
-2	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	2	1	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	1	1	1	-2	-2	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-3	-1	-1	-1	3	3	1	1	3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-3	-1	-1	-1	3	3	1	1	3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-1	-1	-1	2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	-2	-2	2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	2	2	-1	2	2	-1	0	0	0	0	0
2	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	4	-1	-2	-2	-2	4	4	1	1	1	-1	-1	-1	-4	2	-1	0	0	0	0	0
2	2	2	2	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	-2	-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-1	-1	2	2	2	2	0	0	0	0	0
-4	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	-2	-1	4	4	4	-2	-2	1	1	1	-1	-1	-1	2	-4	-1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	-1	-1	-1	3	3	-1	-1	3	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	-1	-1	-1	3	3	-1	-1	3	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	1	1	1	-3	-3	-1	-1	-3	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-3	1	1	1	-3	-3	1	1	-3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-3	-4	-4	-4	0	0	2	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-3	-4	-4	-4	0	0	2	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-3	4	4	4	0	0	2	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-3	4	4	4	0	0	2	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	4	4	4	0	0	-2	-2	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	-4	-4	-4	0	0	-2	-2	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	6	0	0	0	0	0	4	4	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	-2	-2	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	-2	-2	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	2	2	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	2	2	-1	-1	-1	0	0	0	0	0
8	2	2	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	2	2	-1	-1	-1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-8	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	4	-2	1	1	1	0	0	0	0	0
-8	-2	-2	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	-2	-2	-2	1	1	0	0	0	0	0
16	-2	-2	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	-2	-2	1	-2	1	0	0	0	0	0
-8	4	4	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	-2	4	1	1	-2	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-3	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-3	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	6	6	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	6	6	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-6	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	6	-3	-3	0	6	-3	-3	-2	1	3	-3	1	-2	0	-2	1	1	1	1	-2	1	1	0	0	0	0	0	0	-1	-1	2	-1	2
-3	-3	-3	6	0	-3	6	-3	1	1	-3	0	-2	-2	3	1	1	-2	1	1	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	2	-1	2	-1	-1
6	-3	6	-3	0	-3	-3	6	1	-2	0	3	1	-2	-3	1	-2	1	1	1	1	1	-2	0	0	0	0	0	0	-1	2	2	-1	-1
6	-3	-3	6	0	6	-3	-3	-2	1	3	-3	1	1	0	1	-2	1	-2	1	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	-1	2	-1	2	-1
-3	-3	6	-3	0	6	-3	-3	-2	1	3	-3	1	1	0	1	1	-2	1	-2	1	1	-2	0	0	0	0	0	0	2	-1	-1	-1	-1
-3	-3	6	-3	0	-3	6	-3	1	1	-3	0	-2	1	3	-2	1	1	-2	1	1	1	-2	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	2	2
6	6	-3	-3	0	-3	6	-3	1	1	-3	0	-2	1	3	1	-2	1	1	-2	-2	1	1	0	0	0	0	0	0	-1	2	-1	-1	-1
-3	-3	-3	6	0	-3	-3	6	1	-2	0	3	1	1	-3	-2	1	1	1	-2	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	2
-3	6	-3	-3	0	-3	-3	6	1	-2	0	3	1	1	-3	1	1	-2	-2	1	-2	1	1	0	0	0	0	0	0	2	-1	-1	2	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	-6	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	3	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	-2
-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	1	0	0	1
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	-6	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2	0	0	1
-12	-3	6	-3	0	3	3	-6	-1	2	0	3	-1	-4	-3	2	-4	2	2	2	-1	-1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	6	-3	-3	0	-6	3	3	2	-1	3	-3	-1	-4	0	-4	2	2	2	2	2	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	-3	-3	6	0	3	-6	3	-1	-1	-3	0	2	-4	3	2	2	-4	2	2	-1	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	6	-3	-3	0	3	3	-6	-1	2	0	3	-1	2	-3	2	2	-4	-4	2	2	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	-3	-3	6	0	3	3	-6	-1	2	0	3	-1	2	-3	-4	2	2	2	-4	-1	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	-3	6	-3	0	-6	3	3	2	-1	3	-3	-1	2	0	2	2	-4	2	-4	-1	-1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-12	-3	-3	6	0	-6	3	3	2	-1	3	-3	-1	2	0	2	-4	2	-4	2	-1	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-12	6	-3	-3	0	3	-6	3	-1	-1	-3	0	2	2	3	2	-4	2	2	-4	2	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	-3	6	-3	0	3	-6	3	-1	-1	-3	0	2	2	3	-4	2	2	-4	2	-1	-1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	3	-6	3	3	3	-3	0	-6	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-6	3	3	-6	3	3	-3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	3	3	-6	3	-6	0	3	3	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	3	3	-6	3	-6	0	-3	3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-6	3	3	-6	3	-3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	3	-6	3	3	3	3	0	-6	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
36	108	108	54	36	432	48	216	108	108	54	54	48	48	16	16	16	16	24	24	24
UB	AA	AA	BA	AB	A	B	BD	DD	DD	ED	CD	A	A	B	B	C	C	FE	BB	BA
LB	AA	AA	BA	AB	A	A	BD	DD	DD	ED	CD	A	A	A	A	A	A	BE	BB	BA
12L	18A	B**	18C	18D	2D	4E	6Y	6Z	6A1	6B1	6C1	8A	8B	8C	D**	8E	F**	12M	24A	24B
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1
-1	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1
0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1
0	-1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	2	-2	0	0	0	0	0	-2	2
0	-1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	-2	2	0	0	0	0	0	2	-2
0	-1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i2	-i2	i2	-i2	0	0	0
0	-1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-i2	i2	-i2	i2	0	0	0
0	-2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-1	-1	-1	-1	2	-2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	-2	0	0
0	-1	-1	-1	-1	-2	2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	2	0	0
0	1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i2	-i2	-i2	i2	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-i2	i2	i2	-i2	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-1	-1	2	-1	2	-2	-1	2	2	-1	-1	2	-2	0	0	0	0	1	1	-1
0	-1	-1	2	-1	-2	2	1	-2	-2	1	1	-2	2	0	0	0	0	-1	-1	1
0	1	1	-2	-1	2	2	-1	2	2	-1	-1	2	2	0	0	0	0	-1	-1	-1
0	1	1	-2	-1	-2	-2	1	-2	-2	1	1	-2	-2	0	0	0	0	1	1	1
0	1	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-1	-1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	2	-2	-1	2	2	-1	-1	-2	2	0	0	0	0	1	-1	1
0	0	0	0	0	-2	2	1	-2	-2	1	1	2	-2	0	0	0	0	-1	1	-1
0	0	0	0	0	2	2	-1	2	2	-1	-1	-2	-2	0	0	0	0	-1	1	1
0	0	0	0	0	-2	-2	1	-2	-2	1	1	2	2	0	0	0	0	1	-1	-1
0	0	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-3i3	3i3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	3i3	-3i3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	8	0	-4	-4	2	-1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-8	0	4	4	-2	1	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2	2	-1	0	0	0	0	3	-3	-3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2	2	-1	0	0	0	0	-3	3	3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-2	-2	1	0	8	0	8	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-2	-2	1	0	-8	0	-8	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-2	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	8	0	-4	2	-4	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-8	0	4	-2	4	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

B.6.1 Normalteilerverband



		Ordnung			Ordnung
A		3	J		209952
B		2187	K		209952
C		4274	L		839808
D		8748	M		839808
E	G^∞	17496	N		839808
F		69984	O		839808
H		69984	P	G'	2519424
I	G''	279936	G		5038848

Permutationscharakter in Fi_{22}: 1a +429a +3080a +13650aaa +45045a +75075a +75075c +150150a +289575a +320320a +360855a +579150a +582400a +582400a +600600bc +675675aa +1201200a +1360800aa +1441792a +1791153a

B.7 $Fi_{22}M7$

Als Normalisator eines 2B-Elementes in Fi_{22} erhält man eine Gruppe G von Ordnung 53084160. Diese hat 115 Klassen. Da die Klassen *sehr* groß werden, wurde die Charaktertafel unter Zuhilfenahme charaktertheoretischer Verfahren berechnet:
Zunächst werden zwei Klassenmatrizen zu Klassen der Länge 2 und 180 ausgewertet. Dies liefert 49 irreduzible Charaktere und eine Reihe Räume kleiner Dimension. Mittels Kombination mit charaktertheoretischen Methoden (wie in 2.13 beschrieben) erhält man bis auf 4 alle irreduziblen Charaktere. Dabei wird von den Raumaufspaltungsverfahren lediglich die kombinatorische Aufspaltung für zweidimensionale Räume benötigt. Eine Bestimmung von Klassensummenmatrizen ist dabei nicht nötig.
Für den von den 4 fehlenden Charakteren aufgespannten Raum erhält man eine Basis aus reduziblen virtuellen Charakteren von je Norm 2. Da sich alle bis jetzt berechneten irreduziblen Charaktere auf den Klassen Nummer 107 und 108 nicht unterscheiden, die fehlenden Charaktere es aber tun müssen (schließlich sind die Spalten der Tafel linear unabhängig), kann durch Tensorieren etc. keine weitere Aufspaltung erhalten werden. Ein erneutes Auswerten einer Klassensummenmatrix zur Aufspaltung sollte vermieden werden, da die kleinste in Frage kommende Klasse Ordnung größer 15000 hat.
Daher werden die möglichen orthogonalen Einbettungen (siehe [Kau92]) der aufspannenden virtuellen Charaktere in 4 Dimensionen berechnet. Es verbleiben zwei Möglichkeiten für die irreduziblen Charaktere, von denen nur eine mit der Potenzabbildung verträglich ist.

Der Normalteilerverband ist verzweigungsfrei, die Faktoren sind eindeutig der Kompositionsstruktur $(2 \times 2_+^{1+8} : U_4(2)) : 2$ zu entnehmen.
Der Permutationscharakter in Fi_{22} lautet: 1a +429a +3080aa +13650a +30030a +45045a +75075ab +289575a +320320a +360855a

$(2 \times 2_+^{1+8} : U_4(2)) : 2$

;	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
		265	196	196	110	147	147	8	12	3	3	6	6	2	2			5					3	3					1		1	
26542080		42080	608	608	592	456	456	192	288	072	072	144	144	048	048	512	512	184	5184	864	432	432	456	456	384	384	576	576	536	768	536	128
p	power	A	A	A	A	A	A	A	A	B	B	A	A	B	B	B	C	A	AA	AD	A	BA	A	CA	CC	CB	CD	CD	E	F	E	H
p'	part	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	AA	AD	A	BA	A	CA	CC	CB	CD	CD	A	A	A	A
ind	1A	2A	2B	2C	2D	2E	2F	2G	2H	4A	4B	2I	2J	4C	4D	4E	4F	3A	6A	6B	3B	6C	3C	6D	6E	6F	6G	6H	4G	4H	4I	4J
+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+	10	10	10	10	10	-6	-6	-6	-6	-6	-6	2	2	2	2	2	2	1	1	1	-2	-2	4	4	4	4	4	4	2	2	2	2
+	6	6	6	6	6	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	2	2	-3	-3	-3	3	3	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2
+	6	6	6	6	6	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	2	2	-3	-3	-3	3	3	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2
+	20	20	20	20	20	4	4	4	4	4	4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-7	-7	-7	2	2	2	2	2	2	2	2	4	4	4	4
+	15	15	15	15	15	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	6	6	6	3	3	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3
+	15	15	15	15	15	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	6	6	6	3	3	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3
+	15	15	15	15	15	7	7	7	7	7	7	3	3	3	3	3	3	-3	-3	-3	0	0	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1
+	15	15	15	15	15	7	7	7	7	7	7	3	3	3	3	3	3	-3	-3	-3	0	0	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1
+	20	20	20	20	20	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	2	2	5	5	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0
+	20	20	20	20	20	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	2	2	5	5	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0
+	24	24	24	24	24	8	8	8	8	8	8	0	0	0	0	0	0	6	6	6	0	0	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0
+	24	24	24	24	24	8	8	8	8	8	8	0	0	0	0	0	0	6	6	6	0	0	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0
+	30	30	30	30	30	-10	-10	-10	-10	-10	-10	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-2	-2	-2	-2
+	30	30	30	30	30	-10	-10	-10	-10	-10	-10	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-2	-2	-2	-2
+	60	60	60	60	60	12	12	12	12	12	12	4	4	4	4	4	4	-3	-3	-3	-6	-6	0	0	0	0	0	0	4	4	4	4
+	80	80	80	80	80	-16	-16	-16	-16	-16	-16	0	0	0	0	0	0	-10	-10	-10	-4	-4	2	2	2	2	2	2	0	0	0	0
+	90	90	90	90	90	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	9	9	9	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2
+	60	60	60	60	60	-4	-4	-4	-4	-4	-4	4	4	4	4	4	4	6	6	6	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0
+	60	60	60	60	60	-4	-4	-4	-4	-4	-4	4	4	4	4	4	4	6	6	6	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0
+	64	64	64	64	64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	-8	-8	4	4	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0
+	64	64	64	64	64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	-8	-8	4	4	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0
+	81	81	81	81	81	9	9	9	9	9	9	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3
+	81	81	81	81	81	9	9	9	9	9	9	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3
+	120	120	-8	-8	8	24	24	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	0	0	6	6	-2	-2	2	2	-4	-4	12	0
+	120	120	-8	-8	8	24	24	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	0	0	6	6	-2	-2	2	2	12	-4	-4	0
+	120	120	-8	-8	8	24	24	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	0	0	6	6	-2	-2	2	2	-4	-4	12	0
+	120	120	-8	-8	8	24	24	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	0	0	6	6	-2	-2	2	2	12	-4	-4	0
+	135	135	7	7	-9	-33	-33	-1	15	-1	-1	3	3	3	3	-5	3	0	0	0	0	0	9	9	1	1	-3	-3	3	3	3	-1
+	135	135	7	7	-9	-33	-33	-1	15	-1	-1	3	3	3	3	-5	3	0	0	0	0	0	9	9	1	1	-3	-3	3	3	3	-1
+	135	135	7	7	-9	39	39	7	-9	-1	-1	15	15	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	9	9	1	1	-3	-3	3	3	3	-1
+	135	135	7	7	-9	39	39	7	-9	-1	-1	15	15	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	9	9	1	1	-3	-3	3	3	3	-1
+	240	240	-16	-16	16	48	48	-16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	-2	0	0	12	12	-4	-4	4	4	-8	8	-8	0
o	240	240	-16	-16	16	-48	-48	16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	-2	0	0	12	12	-4	-4	4	4	0	0	0	0
o	240	240	-16	-16	16	-48	-48	16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	-2	0	0	12	12	-4	-4	4	4	0	0	0	0
+	270	270	14	14	-18	6	6	6	6	-2	-2	18	18	2	2	-6	2	0	0	0	0	0	-9	-9	-1	-1	3	3	6	6	6	-2
+	270	270	14	14	-18	6	6	6	6	-2	-2	18	18	2	2	-6	2	0	0	0	0	0	-9	-9	-1	-1	3	3	6	6	6	-2
+	405	405	21	21	-27	45	45	13	-3	-3	-3	9	9	9	9	1	-7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	1
+	405	405	21	21	-27	45	45	13	-3	-3	-3	9	9	9	9	1	-7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	1
+	405	405	21	21	-27	-27	-27	5	21	-3	-3	-3	-3	13	13	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	1
+	405	405	21	21	-27	-27	-27	5	21	-3	-3	-3	-3	13	13	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	1
+	540	540	28	28	-36	-84	-84	-20	12	4	4	12	12	-4	-4	4	-4	0	0	0	0	0	9	9	1	1	-3	-3	0	0	0	0
+	540	540	28	28	-36	-84	-84	-20	12	4	4	12	12	-4	-4	4	-4	0	0	0	0	0	9	9	1	1	-3	-3	0	0	0	0
+	540	540	28	28	-36	60	60	-4	-36	4	4	-12	-12	4	4	-4	4	0	0	0	0	0	9	9	1	1	-3	-3	0	0	0	0
+	540	540	28	28	-36	60	60	-4	-36	4	4	-12	-12	4	4	-4	4	0	0	0	0	0	9	9	1	1	-3	-3	0	0	0	0
+	720	720	-48	-48	48	-48	-48	16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9	3	0	0	0	0	0	0	0	0	24	-8	-8	0
+	720	720	-48	-48	48	-48	-48	16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9	3	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	-8	24	0
o	720	720	-48	-48	48	-48	-48	16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9	3	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	8	-8	0
o	720	720	-48	-48	48	-48	-48	16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9	3	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	8	-8	0
+	810	810	42	42	-54	-54	-54	10	42	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	-6	2
+	810	810	42	42	-54	18	18	18	18	-6	-6	-18	-18	-2	-2	6	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	-2
+	810	810	42	42	-54	18	18	18	18	-6	-6	-18	-18	-2	-2	6	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	-2
+	810	810	42	42	-54	90	90	26	-6	-6	-6	18	18	-14	-14	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	-6	2
+	960	960	-64	-64	64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24	24	-8	0	0	-6	-6	2	2	-2	-2	0	0	0	0
+	960	960	-64	-64	64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24	24	-8	0	0	-6	-6	2	2	-2	-2	0	0	0	0

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
																								46	46	3	3	3	3	3	3
128	128	128	128	32	20	20	576	576	96	72	72	288	288	96	96	48	48	18	18	48	48	48	48	080	080	072	072	072	072	072	072	512
I	I	C	C	F	A	AA	AE	AF	AH	BF	BE	CE	CF	FA	FB	BI	BJ	A	AA	JH	JH	II	IG	A	A	B	B	A	B	B	A	B
A	A	A	A	A	A	AA	AE	AF	AH	BF	BE	CE	CF	CA	CB	BI	BJ	A	AA	AH	AH	AI	AG	A	A	A	A	A	A	A	A	A
4K	4L	8A	8B	8C	5A	10A	6I	6J	6K	6L	6M	6N	6O	12A	12B	6P	6Q	9A	18A	12C	D**	12E	12F	2K	2L	4M	4N	2M	4O	4P	2N	4Q
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-2	-2	-2	-2	-2	0	0	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	2	2	1	1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	-2	-2	-2	-2	-1	-1	0	0	-1	-1	-1	-1	4	4	4	4	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	-2	-2	-2	-2	-1	-1	0	0	-1	-1	-1	-1	-4	-4	-4	-4	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	-1	-1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	0	0	2	2	2	-1	-1	2	2	2	2	-1	-1	0	0	0	0	0	0	5	5	5	5	-3	-3	-3	-3	-3
-1	-1	-1	-1	-1	0	0	2	2	2	-1	-1	2	2	2	2	-1	-1	0	0	0	0	0	0	-5	-5	-5	-5	3	3	3	3	3
1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	-2	-2	1	1	1	1	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	5	5	5	5	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	-2	-2	1	1	1	1	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-5	-5	-5	-5	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	0	0	0	0	10	10	10	10	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	0	0	0	0	-10	-10	-10	-10	-2	-2	-2	-2	-2
0	0	0	0	0	-1	-1	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4
0	0	0	0	0	-1	-1	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	1	1	1	1	10	10	10	10	-2	-2	-2	-2	-2
0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	1	1	1	1	-10	-10	-10	-10	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	-2	-2	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	2	2	0	0	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	10	10	10	10	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	-10	-10	-10	-10	-2	-2	-2	-2	-2
0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	16	16	16	16	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	-16	-16	-16	-16	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	9	9	9	-3	-3	-3	-3	-3
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9	-9	-9	3	3	3	3	3
0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	3	-1	0	0	0	0	-8	8	8	-8	0
0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	3	0	0	0	0	-8	8	8	-8	0
0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	3	-1	0	0	0	0	8	-8	-8	8	0
0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	3	0	0	0	0	8	-8	-8	8	0
-3	-3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	15	15	-1	-1	-5	-5	-5	-5	3
-3	-3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	-15	-15	1	1	5	5	5	5	-3
3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	15	15	-1	-1	7	7	7	7	-1
3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	-15	-15	1	1	-7	-7	-7	-7	1
0	0	0	0	0	0	0	6	6	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-30	-30	2	2	-2	-2	-2	-2	-2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	30	30	-2	-2	2	2	2	2	2
-1	-1	3	3	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	45	45	-3	-3	9	9	9	9	1
-1	-1	3	3	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-45	-45	3	3	-9	-9	-9	-9	-1
1	1	-3	-3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	45	45	-3	-3	-3	-3	-3	-3	5
1	1	-3	-3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-45	-45	3	3	3	3	3	3	-5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	30	30	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-30	-30	2	2	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	30	30	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-30	-30	2	2	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**	1+4z3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1+4z3	**	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-16	16	16	-16	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	-16	-16	16	0

```
  +1080  1080  56  56 -72 -24 -24 -24 -24   8   8   0   0   0   0   0   0   0    0   0   0   0  -9  -9  -1  -1   3   3   0   0   0   0
  +1080  1080  56  56 -72 -24 -24 -24 -24   8   8   0   0   0   0   0   0   0    0   0   0   0  -9  -9  -1  -1   3   3   0   0   0   0
  +1440  1440 -96 -96  96  96  96 -32  32   0   0   0   0   0   0   0   0 -18  -18   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  +  40   -40   8  -8   0 -16  16   0   0  -4   4   4  -4   4  -4   0   0   4   -4   0   1  -1   7  -7   1  -1   3  -3   0   0   0   0
  +  40   -40   8  -8   0 -16  16   0   0  -4   4   4  -4   4  -4   0   0   4   -4   0   1  -1   7  -7   1  -1   3  -3   0   0   0   0
  +  40   -40   8  -8   0  16 -16   0   0   4  -4   4  -4   4  -4   0   0   4   -4   0   1  -1   7  -7   1  -1   3  -3   0   0   0   0
  +  40   -40   8  -8   0  16 -16   0   0   4  -4   4  -4   4  -4   0   0   4   -4   0   1  -1   7  -7   1  -1   3  -3   0   0   0   0
  +  80   -80  16 -16   0   0   0   0   0   0   0   8  -8   8  -8   0   0   8   -8   0   2  -2  -4   4  -4   4   0   0   0   0   0   0
  +  80   -80  16 -16   0   0   0   0   0   0   0   8  -8   8  -8   0   0   8   -8   0   2  -2  -4   4  -4   4   0   0   0   0   0   0
  + 120  -120  24 -24   0 -16  16   0   0  -4   4  -4   4  -4   4   0   0  12  -12   0   3  -3   3  -3  -3   3   3  -3   0   0   0   0
  + 120  -120  24 -24   0 -16  16   0   0  -4   4  -4   4  -4   4   0   0  12  -12   0   3  -3   3  -3  -3   3   3  -3   0   0   0   0
  + 120  -120  24 -24   0  16 -16   0   0   4  -4  -4   4  -4   4   0   0  12  -12   0   3  -3   3  -3  -3   3   3  -3   0   0   0   0
  + 120  -120  24 -24   0  16 -16   0   0   4  -4  -4   4  -4   4   0   0  12  -12   0   3  -3   3  -3  -3   3   3  -3   0   0   0   0
  + 216  -216  -8   8   0 -48  48   0   0   4  -4  12 -12  -4   4   0   0   0    0   0   0   0   9  -9  -1   1  -3   3   0   0   0   0
  + 216  -216  -8   8   0 -48  48   0   0   4  -4  12 -12  -4   4   0   0   0    0   0   0   0   9  -9  -1   1  -3   3   0   0   0   0
  + 216  -216  -8   8   0  48 -48   0   0  -4   4  12 -12  -4   4   0   0   0    0   0   0   0   9  -9  -1   1  -3   3   0   0   0   0
  + 216  -216  -8   8   0  48 -48   0   0  -4   4  12 -12  -4   4   0   0   0    0   0   0   0   9  -9  -1   1  -3   3   0   0   0   0
  + 240  -240  48 -48   0  32 -32   0   0   8  -8   8  -8   8  -8   0   0 -12   12   0   3  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  + 240  -240  48 -48   0  32 -32   0   0   8  -8   8  -8   8  -8   0   0 -12   12   0   3  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  + 240  -240  48 -48   0 -32  32   0   0  -8   8   8  -8   8  -8   0   0 -12   12   0   3  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  + 240  -240  48 -48   0 -32  32   0   0  -8   8   8  -8   8  -8   0   0 -12   12   0   3  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  + 320  -320  64 -64   0 -64  64   0   0 -16  16   0   0   0   0   0   0  -4    4   0  -4   4  14 -14   2  -2   6  -6   0   0   0   0
  + 320  -320  64 -64   0  64 -64   0   0  16 -16   0   0   0   0   0   0  -4    4   0  -4   4  14 -14   2  -2   6  -6   0   0   0   0
  + 480  -480  96 -96   0 -32  32   0   0  -8   8   0   0   0   0   0   0  12  -12   0   0   0  -3   3   3  -3  -3   3   0   0   0   0
  + 480  -480  96 -96   0 -32  32   0   0  -8   8   0   0   0   0   0   0  12  -12   0   0   0  -3   3   3  -3  -3   3   0   0   0   0
  + 480  -480  96 -96   0  32 -32   0   0   8  -8   0   0   0   0   0   0  12  -12   0   0   0  -3   3   3  -3  -3   3   0   0   0   0
  + 480  -480  96 -96   0  32 -32   0   0   8  -8   0   0   0   0   0   0  12  -12   0   0   0  -3   3   3  -3  -3   3   0   0   0   0
  + 480  -480  96 -96   0   0   0   0   0   0   0 -16  16 -16  16   0   0 -24   24   0   6  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  + 640  -640 128-128   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -8    8   0  -8   8  -8   8  -8   8   0   0   0   0   0   0
  + 864  -864 -32  32   0 -96  96   0   0   8  -8   0   0   0   0   0   0   0    0   0   0   0   9  -9  -1   1  -3   3   0   0   0   0
  + 864  -864 -32  32   0 -96  96   0   0   8  -8   0   0   0   0   0   0   0    0   0   0   0   9  -9  -1   1  -3   3   0   0   0   0
  + 864  -864 -32  32   0  96 -96   0   0  -8   8   0   0   0   0   0   0   0    0   0   0   0   9  -9  -1   1  -3   3   0   0   0   0
  + 864  -864 -32  32   0  96 -96   0   0  -8   8   0   0   0   0   0   0   0    0   0   0   0   9  -9  -1   1  -3   3   0   0   0   0
  +1080 -1080 -40  40   0  48 -48   0   0  -4   4  12 -12  -4   4   0   0   0    0   0   0   0  -9   9   1  -1   3  -3   0   0   0   0
  +1080 -1080 -40  40   0  48 -48   0   0  -4   4  12 -12  -4   4   0   0   0    0   0   0   0  -9   9   1  -1   3  -3   0   0   0   0
  +1080 -1080 -40  40   0 -48  48   0   0   4  -4  12 -12  -4   4   0   0   0    0   0   0   0  -9   9   1  -1   3  -3   0   0   0   0
  +1080 -1080 -40  40   0 -48  48   0   0   4  -4  12 -12  -4   4   0   0   0    0   0   0   0  -9   9   1  -1   3  -3   0   0   0   0
  +1296 -1296 -48  48   0   0   0   0   0   0   0 -24  24   8  -8   0   0   0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  +1296 -1296 -48  48   0   0   0   0   0   0   0 -24  24   8  -8   0   0   0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0

ind   1     2   2   2   4   2   2   2   4   4   4   2   2   4   4   4   4   3    6  12   3   6   3   6   6   6  12  12   4   4   4   8
      2                     2                       2                       6    6       6       6                           4
  +  32     0   0   0   0 -16   0   0   0   0   0   8   0   0   0   0   0  -4    0   0   2   0   8   0   0   0   0   0   0  -4   0   0
  o 160     0   0   0   0  48   0   0   0   0   0   8   0   0   0   0   0  -2   6i3   0  -2   0  16   0   0   0   0   0   0  -4   0   0
  o 160     0   0   0   0  48   0   0   0   0   0   8   0   0   0   0   0  -2  -6i3   0  -2   0  16   0   0   0   0   0   0  -4   0   0
  + 192     0   0   0   0  32   0   0   0   0   0  16   0   0   0   0   0  12    0   0   6   0   0   0   0   0   0   0   0  -8   0   0
  o 320     0   0   0   0 -32   0   0   0   0   0 -16   0   0   0   0   0  14  -6i3   0   2   0   8   0   0   0   0   0   0  -8   0   0
  o 320     0   0   0   0 -32   0   0   0   0   0 -16   0   0   0   0   0  14   6i3   0   2   0   8   0   0   0   0   0   0  -8   0   0
  + 480     0   0   0   0-112   0   0   0   0   0  24   0   0   0   0   0  12    0   0   0   0  24   0   0   0   0   0   0   4   0   0
  + 480     0   0   0   0  16   0   0   0   0   0  -8   0   0   0   0   0 -24    0   0   6   0   0   0   0   0   0   0   0 -12   0   0
  + 640     0   0   0   0 -64   0   0   0   0   0  32   0   0   0   0   0  -8    0   0  10   0  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  + 768     0   0   0   0-128   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -24    0   0   0   0  24   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  + 960     0   0   0   0 160   0   0   0   0   0  16   0   0   0   0   0 -12    0   0   6   0  24   0   0   0   0   0   0   8   0   0
  o 960     0   0   0   0 -96   0   0   0   0   0  16   0   0   0   0   0   6 -18i3   0  -6   0   0   0   0   0   0   0   0  -8   0   0
  o 960     0   0   0   0 -96   0   0   0   0   0  16   0   0   0   0   0   6  18i3   0  -6   0   0   0   0   0   0   0   0  -8   0   0
  o1280     0   0   0   0 128   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  20  12i3   0  -4   0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  o1280     0   0   0   0 128   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  20 -12i3   0  -4   0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  o1440     0   0   0   0  48   0   0   0   0   0 -24   0   0   0   0   0 -18 -18i3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4   0   0
  o1440     0   0   0   0  48   0   0   0   0   0 -24   0   0   0   0   0 -18  18i3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4   0   0
  +1920     0   0   0   0  64   0   0   0   0   0  32   0   0   0   0   0 -24    0   0  -6   0 -24   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  +2048     0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  32    0   0   8   0 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  +2592     0   0   0   0-144   0   0   0   0   0 -24   0   0   0   0   0   0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  12   0   0
```

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	60	60	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	-60	-60	4	4	4	4	4	4	4
0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	2	-2	2	0	0	0	-4	4	0	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	0	0	0	0	-10	10	-2	2	2	6	-6	-2	-2
-2	2	-2	2	0	0	0	-4	4	0	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	0	0	0	0	10	-10	2	-2	-2	-6	6	2	2
2	-2	2	-2	0	0	0	4	-4	0	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	0	0	0	0	-10	10	-2	2	-6	-2	2	6	-2
2	-2	2	-2	0	0	0	4	-4	0	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	0	0	0	0	10	-10	2	-2	6	2	-2	-6	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	-2	-1	1	0	0	0	0	-20	20	-4	4	-4	4	-4	4	-4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	-2	-1	1	0	0	0	0	20	-20	4	-4	4	-4	4	-4	4
2	-2	2	-2	0	0	0	-4	4	0	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	0	0	0	0	0	0	-10	10	-2	2	2	-10	10	-2	6
2	-2	2	-2	0	0	0	-4	4	0	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	0	0	0	0	0	0	10	-10	2	-2	-2	10	-10	2	-6
-2	2	-2	2	0	0	0	4	-4	0	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	-10	10	-2	2	10	-2	2	-10	6
-2	2	-2	2	0	0	0	4	-4	0	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	10	-10	2	-2	-10	2	-2	10	-6
-2	2	2	-2	0	1	-1	0	0	0	0	0	-3	3	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-6	-2	2	2	-10	10	-2	-2
-2	2	2	-2	0	1	-1	0	0	0	0	0	-3	3	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	6	2	-2	-2	10	-10	2	2
2	-2	-2	2	0	1	-1	0	0	0	0	0	3	-3	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-6	-2	2	10	-2	2	-10	-2
2	-2	-2	2	0	1	-1	0	0	0	0	0	3	-3	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	6	2	-2	-10	2	-2	10	2
0	0	0	0	0	0	0	-4	4	0	1	-1	2	-2	2	-2	-1	1	0	0	0	0	0	0	-40	40	-8	8	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-4	4	0	1	-1	2	-2	2	-2	-1	1	0	0	0	0	0	0	40	-40	8	-8	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	4	-4	0	-1	1	-2	2	-2	2	-1	1	0	0	0	0	0	0	40	-40	8	-8	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	4	-4	0	-1	1	-2	2	-2	2	-1	1	0	0	0	0	0	0	-40	40	-8	8	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-4	4	0	-2	2	2	-2	2	-2	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	4	-4	0	2	-2	-2	2	-2	2	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	4	-4	0	2	-2	1	-1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	40	-40	8	-8	-8	-8	8	8	0
0	0	0	0	0	0	0	4	-4	0	2	-2	1	-1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	-40	40	-8	8	8	8	-8	-8	0
0	0	0	0	0	0	0	-4	4	0	-2	2	-1	1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	40	-40	8	-8	8	8	-8	-8	0
0	0	0	0	0	0	0	-4	4	0	-2	2	-1	1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-40	40	-8	8	-8	-8	8	8	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	3	-3	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	24	-24	-8	8	-8	-8	8	8	0
0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	3	-3	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-24	24	8	-8	8	8	-8	-8	0
0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	-3	3	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	24	-24	-8	8	8	8	-8	-8	0
0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	-3	3	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	-24	24	8	-8	-8	-8	8	8	0
-2	2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	3	-3	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	30	-30	-10	10	10	-2	2	-10	-2
-2	2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	3	-3	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-30	30	10	-10	-10	2	-2	10	2
2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	3	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	30	-30	-10	10	2	-10	10	-2	-2
2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	3	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	-30	30	10	-10	-2	10	-10	2	2
0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-36	36	12	-12	12	-12	12	-12	-4
0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	36	-36	-12	12	-12	12	-12	12	4

4	4	8	8	8	5	10	6	6	12	6	6	6	6	12	12	6	6	9	18	12	12	12	12	2	4	4	4	2	4	4	4	4
4					10		6	6		6	6	6				6		18	18	12	12												
4	0	0	0	0	2	0	-4	0	0	0	2	4	0	0	0	2	0	2	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-4	0	0	0	0	0	0	6	2i3	0	2i3	0	0	0	0	0	2	0	1	i3	2z3	**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-4	0	0	0	0	0	0	6	-2i3	0	-2i3	0	0	0	0	0	2	0	1	-i3	**	2z3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	2	0	-4	0	0	0	2	-8	0	0	0	-2	0	0	0	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-2	6i3	0	0	-2	-4	0	0	0	2	0	-1	-i3	-2z3	**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-2	-6i3	0	0	-2	-4	0	0	0	2	0	-1	i3	**	-2z3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	-4	0	0	0	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-4	0	0	0	0	0	0	-8	0	0	0	-2	8	0	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0	2	4	0	0	0	2	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-2	0	-8	0	0	0	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	-2	-4	0	0	0	-2	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	6	2i3	0	2i3	0	0	0	0	0	-2	0	0	0	**	-2z3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	6	-2i3	0	-2i3	0	0	0	0	0	-2	0	0	0	-2z3	**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-4	-4i3	0	2i3	2	4	0	0	0	0	0	-1	-i3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-4	4i3	0	-2i3	2	4	0	0	0	0	0	-1	i3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	6	-6i3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2z3	**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	6	6i3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**	2z3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-8	0	0	0	-2	-4	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-4	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

```
  @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @   @
512 384 384 768 768 128 256 256 128  64  72  72 288 288  96  96  96  96  96  96  48  48  32  32  32  32  20  20  24  24
  B   D   D   I   I   C   I   I   C   D  BK  BL  CK  CL  FM  FN  CM  FP  FO  CN  GT  GS   G   I   J   J  AK  AL  PV  PU
  A   A   A   A   A   A   A   A   A   A  BK  BL  CK  CL  CM  CN  CM  CP  CO  CN  CT  CS   A   A   A   A  AK  AL  BV  BU
 4R  4S  4T  4U  4V  8D  4W  4X  8E  8F  6R  6S  6T  6U 12G 12H  6V 12I 12J  6W 12K 12L  8G  8H  8I J** 10B 10C 12M 12N
  1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1
 -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0  -2  -2  -2   2   2   2   2   1   1  -2  -2  -2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   1
  0   0   0   2   2   2  -2  -2  -2  -2  -1  -1   2   2   2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -3  -3  -3   1   1   1   1   1   1   1  -1  -1   2   2   2   2   0   0   0   0   0   0  -1  -1  -1  -1   0   0   1   1
  3   3   3  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1   1   1  -2  -2  -2  -2   0   0   0   0   0   0   1   1   1   1   0   0  -1  -1
  1   1   1   3   3   3  -1  -1  -1  -1   2   2  -1  -1  -1  -1   1   1   1   1   1   1  -1  -1  -1  -1   0   0   0   0
 -1  -1  -1  -3  -3  -3   1   1   1   1  -2  -2   1   1   1   1  -1  -1  -1  -1  -1  -1   1   1   1   1   0   0   0   0
  2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   1   1   1   1   1   1  -1  -1  -1  -1  -1  -1   0   0   0   0   0   0  -1  -1
 -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -1  -1  -1  -1  -1  -1   1   1   1   1   1   1   0   0   0   0   0   0   1   1
  4   4   4   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   0   0   0   0  -1  -1   0   0
 -4  -4  -4   0   0   0   0   0   0   0   2   2  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1   0   0   0   0   1   1   0   0
 -2  -2  -2  -4  -4  -4   0   0   0   0   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   0   0   0   0   0   0  -1  -1
  2   2   2   4   4   4   0   0   0   0  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1   0   0   0   0   0   0   1   1
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  2   2   2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2   1   1   1   1   1   1  -1  -1  -1  -1  -1  -1   0   0   0   0   0   0   1   1
 -2  -2  -2   2   2   2   2   2   2   2  -1  -1  -1  -1  -1  -1   1   1   1   1   1   1   0   0   0   0   0   0  -1  -1
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2  -2  -2  -2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   1   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2   2   2   2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   0   0
 -3  -3  -3   3   3   3  -1  -1  -1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   1   1   1  -1  -1   0   0
  3   3   3  -3  -3  -3   1   1   1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1  -1  -1   1   1   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   2   2  -2   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   2   2  -2   0   0  -2   2   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2  -2   2   0   0  -2   2   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2  -2   2   0   0   2  -2   0   0   0   0   0   0
  3  -1  -1  -3  -3   1   1   1  -3   1   0   0   3   3  -1  -1   1   1   1   1  -1  -1  -1  -1   1   1   0   0   0   0
 -3   1   1   3   3  -1  -1  -1   3  -1   0   0  -3  -3   1   1  -1  -1  -1  -1   1   1   1   1  -1  -1   0   0   0   0
 -1  -1  -1   3   3  -1   3   3  -1  -1   0   0   3   3  -1  -1   1   1   1   1  -1  -1   1   1  -1  -1   0   0   0   0
  1   1   1  -3  -3   1  -3  -3   1   1   0   0  -3  -3   1   1  -1  -1  -1  -1   1   1  -1  -1   1   1   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -2   2   2   0   0   0  -4  -4   4   0   0   0   3   3  -1  -1   1   1   1   1  -1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0
  2  -2  -2   0   0   0   4   4  -4   0   0   0  -3  -3   1   1  -1  -1  -1  -1   1   1   0   0   0   0   0   0   0   0
  1  -3  -3   3   3  -1  -1  -1   3  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   1   0   0   0   0
 -1   3   3  -3  -3   1   1   1  -3   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1   0   0   0   0
  5  -3  -3  -3  -3   1  -3  -3   1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -1  -1   0   0   0   0
 -5   3   3   3   3  -1   3   3  -1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   1   1   0   0   0   0
 -2   2   2  -6  -6   2   2   2   2  -2   0   0  -3  -3   1   1   1   1   1   1  -1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0
  2  -2  -2   6   6  -2  -2  -2  -2   2   0   0   3   3  -1  -1  -1  -1  -1  -1   1   1   0   0   0   0   0   0   0   0
 -2   2   2   6   6  -2  -2  -2  -2   2   0   0  -3  -3   1   1   1   1   1   1  -1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0
  2  -2  -2  -6  -6   2   2   2   2  -2   0   0   3   3  -1  -1  -1  -1  -1  -1   1   1   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  4   0   0   6   6  -2   2   2   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -4   0   0  -6  -6   2  -2  -2  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -2  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   2   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0
```

-4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	1	1	1	1	1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	-2	-4	4	0	0	0	0	0	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-3	3	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	1	-1
-2	-2	2	4	-4	0	0	0	0	0	1	-1	1	-1	-1	1	1	3	-3	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	-1	1
2	-2	2	4	-4	0	0	0	0	0	-1	1	-1	1	1	-1	-3	-1	1	3	-1	1	0	0	0	0	0	0	-1	1
-2	2	-2	-4	4	0	0	0	0	0	1	-1	1	-1	-1	1	3	1	-1	-3	1	-1	0	0	0	0	0	0	1	-1
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	2	-2	2	2	-2	2	2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	-2	2	-2	-2	2	-2	-2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-6	-2	2	-4	4	0	0	0	0	0	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	0	0	0	0	0	0	1	-1
6	2	-2	4	-4	0	0	0	0	0	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	0	0	0	0	0	0	-1	1
-6	2	-2	4	-4	0	0	0	0	0	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	0	0	0	0	0	0	-1	1
6	-2	2	-4	4	0	0	0	0	0	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	0	0	0	0	0	0	1	-1
2	2	-2	0	0	0	4	-4	0	0	0	0	3	-3	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	0	0	0	0	1	-1	0	0
-2	-2	2	0	0	0	-4	4	0	0	0	0	-3	3	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	-1	1	0	0
2	-2	2	0	0	0	-4	4	0	0	0	0	3	-3	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	1	-1	0	0
-2	2	-2	0	0	0	4	-4	0	0	0	0	-3	3	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	0	0	0	0	-1	1	0	0
0	0	0	8	-8	0	0	0	0	0	-1	1	2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1
0	0	0	-8	8	0	0	0	0	0	1	-1	-2	2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1
0	0	0	8	-8	0	0	0	0	0	1	-1	-2	2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1
0	0	0	-8	8	0	0	0	0	0	-1	1	2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	-2	2	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	2	-2	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	-2	2	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	2	-2	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	-3	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	-1	1	0	0
0	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	3	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	0	0	0	0	1	-1	0	0
0	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	-3	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	0	0	0	0	-1	1	0	0
0	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	3	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	1	-1	0	0
2	-2	2	0	0	0	4	-4	0	0	0	0	-3	3	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	2	-2	0	0	0	-4	4	0	0	0	0	3	-3	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	-2	0	0	0	-4	4	0	0	0	0	-3	3	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	2	0	0	0	4	-4	0	0	0	0	3	-3	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0
-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0
4	8	8	4	4	8	4	4	8	8	6	12	6	12	12	12	6	12	12	12	24	24	8	8	16	16	10	20	12	12
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

B.8 $Fi_{23}M7$

$3_+^{1+8}.2_-^{1+6}.3_+^{1+2}.2S_4$

;	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	16325	9443779	2362125	248	497	3	6	15	373	746	3	17	1	104	104	104	3	3	3	1	1	1	4	52	104		1		62	1					
3265173504	86752	784	136	196	764	832	664	456	912	552	248	496	888	496	458	976	976	976	888	888	888	458	458	458	374	488	976	648	296	108	216	208	24416	5184
p power	A	A	A	A	A	AA	A	AA	A	CB	AB	A	BB	A	E	A	A	A	HA	FA	GA	E	E	E	A	A	A	JA	KA	HA	IA	AC	A	CC
p' part	A	A	A	A	A	AA	A	AA	A	CB	AB	A	BB	A	A	A	A	A	HA	FA	GA	A	A	A	A	A	A	JA	KA	JA	KA	AC	A	CC
ind	1A	3A	3B	3C	3D	3E	6A	2A	12A	4A	6B	6C	2B	6D	9A	9B	3F	3G	3H	6E	6F	6G	9C	9D	9E	3I	3J	3K	6H	6I	12B	12C	6J	2C	6K
+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
+	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
o	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2
o	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2
+	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	-4	-4	-4
+	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0
+	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0
+	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0
+	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2
+	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2
+	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2
+	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4
+	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4
+	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4
+	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	-6
+	27	27	27	27	27	27	27	27	3	3	-5	-5	-5	-5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3
+	27	27	27	27	27	27	27	27	3	3	-5	-5	-5	-5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3
+	36	36	36	36	36	36	36	36	-4	-4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	12	12	12
+	36	36	36	36	36	36	36	36	-4	-4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	12	12	12
+	36	36	36	36	36	36	36	36	-4	-4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-12	-12	-12
+	36	36	36	36	36	36	36	36	-4	-4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-12	-12	-12
+	54	54	54	54	54	54	54	54	6	6	-10	-10	-10	-10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6
o	54	54	54	54	54	54	54	54	6	6	-10	-10	-10	-10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	-6
o	54	54	54	54	54	54	54	54	6	6	-10	-10	-10	-10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	-6
+	72	72	72	72	72	72	72	72	-8	-8	8	8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6	-2	-2	24	24	24
+	72	72	72	72	72	72	72	72	-8	-8	8	8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6	-2	-2	-24	-24	-24
+	72	72	72	72	72	72	72	72	-8	-8	8	8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	1	0	0	0
+	72	72	72	72	72	72	72	72	-8	-8	8	8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	1	0	0	0
+	81	81	81	81	81	81	81	81	9	9	-15	-15	-15	-15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	9	9
+	81	81	81	81	81	81	81	81	9	9	-15	-15	-15	-15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	9	9
+	108	108	108	108	108	108	108	108	12	12	-20	-20	-20	-20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-12	-12	-12
+	144	144	144	144	144	144	144	144	-16	-16	16	16	16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	2	2	0	0	0
o	8	8	8	8	8	8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	-2	-2	0	0	-4	-4	-4
o	8	8	8	8	8	8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	-2	-2	0	0	-4	-4	-4
+	16	16	16	16	16	16	-16	-16	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	4	4	4	4	4	4	-4	-4	0	0	8	8	8
+	16	16	16	16	16	16	-16	-16	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	4	4	4	4	4	4	-4	-4	0	0	8	8	8
+	16	16	16	16	16	16	-16	-16	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	4	4	4	4	4	4	-4	-4	0	0	-8	-8	-8
o	24	24	24	24	24	24	-24	-24	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	3	3	3	6	6	6	6	6	6	-6	-6	0	0	-12	-12	-12
o	24	24	24	24	24	24	-24	-24	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	3	3	3	6	6	6	6	6	6	-6	-6	0	0	-12	-12	-12
+	32	32	32	32	32	32	-32	-32	0	0	0	0	0	0	-4	-4	-4	-4	-4	4	4	4	8	8	8	8	8	8	-8	-8	0	0	16	16	16
+	48	48	48	48	48	48	-48	-48	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	8	8
+	48	48	48	48	48	48	-48	-48	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	8	8
+	48	48	48	48	48	48	-48	-48	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	8	8
o	64	64	64	64	64	64	-64	-64	0	0	0	0	0	0	-8	-8	-8	-8	-8	8	8	8	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	0	0	0	0	0
o	64	64	64	64	64	64	-64	-64	0	0	0	0	0	0	-8	-8	-8	-8	-8	8	8	8	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	0	0	0	0	0
+	96	96	96	96	96	96	-96	-96	0	0	0	0	0	0	6	6	6	6	6	-6	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-16	-16	-16
+	96	96	96	96	96	96	-96	-96	0	0	0	0	0	0	6	6	6	6	6	-6	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-16	-16	-16
+	96	96	96	96	96	96	-96	-96	0	0	0	0	0	0	6	6	6	6	6	-6	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-16	-16	-16
+	128	128	128	128	128	128	-128	-128	0	0	0	0	0	0	-16	-16	-16	-16	-16	16	16	16	-4	-4	-4	-4	-4	-4	4	4	0	0	0	0	0
+	144	144	144	144	144	144	-144	-144	0	0	0	0	0	0	9	9	9	9	9	-9	-9	-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24	24	24
+	288	288	18	-9	-9	45	0	0	0	0	7	16	16	-2	-9	0	18	18	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	8	-1
+	288	288	18	-9	-9	45	0	0	0	0	7	16	16	-2	-9	0	18	18	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	8	-1
+	512	512	-28	80	-1	26	0	0	0	0	0	0	0	0	8	-1	8	8	8	0	0	0	-4	5	-4	5	32	32	0	0	0	0	0	0	0
+	512	512	-28	80	-1	26	0	0	0	0	0	0	0	0	8	-1	8	8	8	0	0	0	-4	5	-4	5	32	32	0	0	0	0	0	0	0
+	512	512	-28	80	-1	26	0	0	0	0	0	0	0	0	8	-1	8	8	8	0	0	0	-4	5	-4	5	32	32	0	0	0	0	0	0	0
+	512	512	-28	80	-1	26	0	0	0	0	0	0	0	0	8	-1	8	8	8	0	0	0	-4	5	-4	5	32	32	0	0	0	0	0	0	0
+	576	576	36	-18	-18	90	0	0	0	0	14	32	32	-4	9	0	-18	-18	-18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	16	-2
+	576	576	36	-18	-18	90	0	0	0	0	14	32	32	-4	-18	0	36	36	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	16	-2
+	576	576	36	-18	-18	90	0	0	0	0	14	32	32	-4	9	0	-18	-18	-18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	16	-2
+	576	576	36	-18	-18	90	0	0	0	0	14	32	32	-4	9	0	-18	-18	-18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	16	-2
o	576	576	36	-18	-18	90	0	0	0	0	14	32	32	-4	-18	0	36	36	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-16	-16	2
o	576	576	36	-18	-18	90	0	0	0	0	14	32	32	-4	-18	0	36	36	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-16	-16	2
+	864	864	54	-27	-27	135	0	0	0	0	-7	-16	-16	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24	24	-3
+	864	864	54	-27	-27	135	0	0	0	0	-7	-16	-16	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24	24	-3
+	864	864	54	-27	-27	135	0	0	0	0	21	48	48	-6	-27	0	54	54	54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24	24	-3
+	864	864	54	-27	-27	135	0	0	0	0	21	48	48	-6	-27	0	54	54	54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24	24	-3
+	1024	1024	-56	160	-2	52	0	0	0	0	0	0	0	0	16	-2	16	16	16	0	0	0	-8	10	-8	10	64	64	0	0	0	0	0	0	0
+	1024	1024	-56	160	-2	52	0	0	0	0	0	0	0	0	16	-2	16	16	16	0	0	0	-8	10	-8	10	64	64	0	0	0	0	0	0	0
+	1024	1024	-56	160	-2	52	0	0	0	0	0	0	0	0	16	-2	16	16	16	0	0	0	1	-8	1	19	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0
+	1024	1024	-56	160	-2	52	0	0	0	0	0	0	0	0	16	-2	16	16	16	0	0	0	1	-8	1	19	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0
+	1152	1152	45	72	-9	-63	0	0	0	0	-8	64	64	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-3	-3	-3	24	24	0	0	0	0	0	0	0
+	1152	1152	45	72	-9	-63	0	0	0	0	-8	64	64	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-3	-3	-3	24	24	0	0	0	0	0	0	0
+	1152	1152	45	72	-9	-63	0	0	0	0	-8	64	64	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-3	-3	-3	24	24	0	0	0	0	0	0	0
+	1152	1152	45	72	-9	-63	0	0	0	0	-8	64	64	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-3	-3	-3	24	24	0	0	0	0	0	0	0
+	1152	1152	72	-36	-36	180	0	0	0	0	28	64	64	-8	18	0	-36	-36	-36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-32	-32	4
+	1152	1152	72	-36	-36	180	0	0	0	0	28	64	64	-8	-36	0	72	72	72	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-32	-32	4
+	1152	1152	72	-36	-36	180	0	0	0	0	28	64	64	-8	18	0	-36	-36	-36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-32	-32	4
+	1152	1152	72	-36	-36	180	0	0	0	0	28	64	64	-8	18	0	-36	-36	-36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-32	-32	4
+	1728	1728	108	-54	-54	270	0	0	0	0	-14	-32	-32	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	48	48	-6
+	1728	1728	108	-54	-54	270	0	0	0	0	42	96	96	-12	27	0	-54	-54	-54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	48	48	-6
o	1728	1728	108	-54	-54	270	0	0	0	0	-14	-32	-32	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-48	-48	6
o	1728	1728	108	-54	-54	270	0	0	0	0	-14	-32	-32	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-48	-48	6
+	2048	2048	-112	320	-4	104	0	0	0	0	0	0	0	0	32	-4	32	32	32	0	0	0	2	-16	2	38	-16	-16	0	0	0	0	0	0	0

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
	1	100	50	8	26	2	1		2	5		1	1		1		3	3	3	5	2													5
17496	39968	77696	38848	748	244	304	152	216	592	184	216	296	29\	6	296	162	888	888	888	184	592	864	288	288	576	48	96	36	216	216	216	72	72	72	832
BD	CD	A	AD	DD	ED	A	AB	DC	CC	B	AJ	GC	HC	FC	BP	HD	FD	GD	C	JD	KD	KD	JE	C	DA	B	AG	QD	RD	SD	QE	RE	SE	A	A
BD	CD	A	AD	DD	ED	A	AB	BC	AC	A	AC	GC	HC	FC	BD	HD	FD	GD	A	AD	CD	CD	AE	A	AA	A	AD	GD	HD	FD	GE	HE	FE	A	A
6L	6M	2D	6N	6O	6P	4B	12D	12E	12F	4C	18A	6Q	6R	6S	18B	6T	6U	6V	4D	12G	12H	12I	12J	4E	24A	8A	36A	12K	12L	12M	12N	12O	12P	9F	9G
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	3	3
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-3	-3
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3
-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	3	3	3	3	3	3	3	3	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	0	0
3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	9	9
3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	9	9
12	12	12	12	12	12	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6
12	12	12	12	12	12	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6
-12	-12	-12	-12	-12	-12	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6
-12	-12	-12	-12	-12	-12	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6
6	6	6	6	6	6	6	6	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	6	6	6	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9
-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9
-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9
24	24	24	24	24	24	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6
-24	-24	-24	-24	-24	-24	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6
9	9	9	9	9	9	9	9	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	9	9	9	9	9	9	9	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6
4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	2	2	2	2	-2	-2	0	0	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-4	-4
4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	2	2	2	2	-2	-2	0	0	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-4	-4
-8	-8	-8	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4
-8	-8	-8	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4
8	8	8	8	8	8	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	4	4	4	4	-4	-4	0	0	-2	-2	-2	-2	2	2	2	4	4
12	12	12	12	12	12	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	3	3	3	3	-2	-2	-2	-2	2	2	0	0	1	1	1	1	-1	-1	-1	0	0
12	12	12	12	12	12	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	3	3	3	3	-2	-2	-2	-2	2	2	0	0	1	1	1	1	-1	-1	-1	0	0
-16	-16	-16	-16	-16	-16	0	0	0	0	0	4	4	4	4	-4	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-4
-8	-8	-8	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	4	4	4	4	-4	-4	0	0	1	1	1	1	-1	-1	-1	12	12
-8	-8	-8	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	4	4	4	4	-4	-4	0	0	1	1	1	1	-1	-1	-1	-12	-12
-8	-8	-8	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	4	4	4	4	-4	-4	0	0	1	1	1	1	-1	-1	-1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	-8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	-8
16	16	16	16	16	16	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	16	16	16	16	16	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	12
16	16	16	16	16	16	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-12	-12
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	8
-24	-24	-24	-24	-24	-24	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	3	3	3	3	-4	-4	-4	-4	4	4	0	0	-1	-1	-1	-1	1	1	1	0	0
6	15	24	24	-3	-3	0	0	0	0	0	-1	2	2	2	0	0	0	0	8	8	-1	-1	0	0	0	0	-1	2	2	2	0	0	0	6	-3
6	15	24	24	-3	-3	0	0	0	0	0	-1	2	2	2	0	0	0	0	8	8	-1	-1	0	0	0	0	-1	2	2	2	0	0	0	6	-3
-2	16	-128	-128	7	-20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-4
-2	16	-128	-128	7	-20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-4
2	-16	128	128	-7	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-4
2	-16	128	128	-7	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-4
12	30	48	48	-6	-6	0	0	0	0	0	1	-2	-2	-2	0	0	0	0	16	16	-2	-2	0	0	0	0	1	-2	-2	-2	0	0	0	12	-6
12	30	48	48	-6	-6	0	0	0	0	0	-2	4	4	4	0	0	0	0	16	16	-2	-2	0	0	0	0	-2	4	4	4	0	0	0	-6	3
12	30	48	48	-6	-6	0	0	0	0	0	1	-2	-2	-2	0	0	0	0	16	16	-2	-2	0	0	0	0	1	-2	-2	-2	0	0	0	-6	3
12	30	48	48	-6	-6	0	0	0	0	0	1	-2	-2	-2	0	0	0	0	16	16	-2	-2	0	0	0	0	1	-2	-2	-2	0	0	0	-6	3
-12	-30	-48	-48	6	6	0	0	0	0	0	2	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	3
-12	-30	-48	-48	6	6	0	0	0	0	0	2	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	3
-6	-15	-24	-24	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	-9
-6	-15	-24	-24	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	-9
18	45	72	72	-9	-9	0	0	0	0	0	-3	6	6	6	0	0	0	0	-8	-8	1	1	0	0	0	0	1	-2	-2	-2	0	0	0	0	0
18	45	72	72	-9	-9	0	0	0	0	0	-3	6	6	6	0	0	0	0	-8	-8	1	1	0	0	0	0	1	-2	-2	-2	0	0	0	0	0
-4	32	-256	-256	14	-40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	-16	-16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4
4	-32	256	256	-14	40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	16	16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	-8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	-8
15	-48	-192	-192	-3	-3	0	0	1	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	6
15	-48	-192	-192	-3	-3	0	0	1	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	6
-15	48	192	192	3	3	0	0	-1	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	6
-15	48	192	192	3	3	0	0	-1	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	6
-24	-60	-96	-96	12	12	0	0	0	0	0	-2	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-12	6
-24	-60	-96	-96	12	12	0	0	0	0	0	4	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-3
-24	-60	-96	-96	12	12	0	0	0	0	0	-2	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-3
-24	-60	-96	-96	12	12	0	0	0	0	0	-2	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-3
-12	-30	-48	-48	6	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-18	9
36	90	144	144	-18	-18	0	0	0	0	0	3	-6	-6	-6	0	0	0	0	-16	-16	2	2	0	0	0	0	-1	2	2	2	0	0	0	0	0
12	30	48	48	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-18	9
12	30	48	48	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-18	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	8

```
+  2304  2304   90  144 -18-126    0    0    0    0 -16  128  128    2    0    0    0    0    0    0    0    0   12   -6   -6   -6   48   48    0    0    0    0    0    0    0
+  2304  2304   90  144 -18-126    0    0    0    0 -16  128  128    2    0    0    0    0    0    0    0    0   12   -6   -6   -6   48   48    0    0    0    0    0    0    0
+  2304  2304   90  144 -18-126    0    0    0    0 -16  128  128    2    0    0    0    0    0    0    0    0   -6    3    3    3  -24  -24    0    0    0    0    0    0    0
+  2304  2304   90  144 -18-126    0    0    0    0 -16  128  128    2    0    0    0    0    0    0    0    0   -6    3    3    3  -24  -24    0    0    0    0    0    0    0
+  2592  2592  162  -81  -81 405    0    0    0    0 -21  -48  -48    6    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   72   72   -9
+  2592  2592  162  -81  -81 405    0    0    0    0 -21  -48  -48    6    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   72   72   -9
+  3072  3072 -168  480   -6 156    0    0    0    0    0    0    0    0  -24    3  -24  -24  -24    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+  3072  3072 -168  480   -6 156    0    0    0    0    0    0    0    0  -24    3  -24  -24  -24    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+  3072  3072 -168  480   -6 156    0    0    0    0    0    0    0    0  -24    3  -24  -24  -24    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+  3072  3072 -168  480   -6 156    0    0    0    0    0    0    0    0  -24    3  -24  -24  -24    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+  3072  3072 -168  480   -6 156    0    0    0    0    0    0    0    0  -24    3  -24  -24  -24    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+  3072  3072 -168  480   -6 156    0    0    0    0    0    0    0    0  -24    3  -24  -24  -24    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+  3072  3072 -168  480   -6 156    0    0    0    0    0    0    0    0  -24    3  -24  -24  -24    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+  3072  3072 -168  480   -6 156    0    0    0    0    0    0    0    0   48   -6   48   48   48    0    0    0    3    3    3  -24  -24  -24    0    0    0    0    0    0    0
+  3072  3072 -168  480   -6 156    0    0    0    0    0    0    0    0   48   -6   48   48   48    0    0    0    3    3    3  -24  -24  -24    0    0    0    0    0    0    0
+  3456  3456 216-108-108 540    0    0    0    0 -28  -64  -64    8    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -96  -96   12
+  3456  3456  135  216  -27-189    0    0    0    0    8  -64  -64   -1    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+  3456  3456  135  216  -27-189    0    0    0    0    8  -64  -64   -1    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+  3456  3456  135  216  -27-189    0    0    0    0    8  -64  -64   -1    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+  3456  3456  135  216  -27-189    0    0    0    0    8  -64  -64   -1    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+  4608  4608  180  288  -36-252    0    0    0    0  -32  256  256    4    0    0    0    0    0    0    0    0  -12    6    6    6  -48  -48    0    0    0    0    0    0    0
+  4608  4608 -36-144   18   -9    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   -3   -3    6   -3   24   24    0    0    0    0    0    0    0
+  4608  4608 -36-144   18   -9    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   -3   -3    6   -3   24   24    0    0    0    0    0    0    0
+  4608  4608 -36-144   18   -9    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   -3   -3    6   -3   24   24    0    0    0    0    0    0    0
+  4608  4608 -36-144   18   -9    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   -3   -3    6   -3   24   24    0    0    0    0    0    0    0
+  6912  6912  270  432  -54-378    0    0    0    0  16-128-128   -2    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+  6912  6912  270  432  -54-378    0    0    0    0  16-128-128   -2    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+  9216  9216  -72-288   36  -18    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    3    3   -6    3  -24  -24    0    0    0    0    0    0    0
+  9216  9216  -72-288   36  -18    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    3    3   -6    3  -24  -24    0    0    0    0    0    0    0
+  9216  9216  -72-288   36  -18    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   -6   -6   12   -6   48   48    0    0    0    0    0    0    0
+  9216  9216  -72-288   36  -18    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   -6   -6   12   -6   48   48    0    0    0    0    0    0    0
+ 18432 18432-144-576   72  -36    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    6    6  -12    6  -48  -48    0    0    0    0    0    0    0
+   162   -81    0    0    0    0   -1    2   -1    2    0   -9   18    0    0    0   -9    0    9   -1   -1    2    0    0    0    0   -9   18   -1    2   -1    2    3   -6    0
+   162   -81    0    0    0    0   -1    2   -1    2    0   -9   18    0    0    0   -9    0    9   -1   -1    2    0    0    0    0   -9   18   -1    2   -1    2    3   -6    0
+   162   -81    0    0    0    0   -1    2   -1    2    0   -9   18    0    0    0   -9    0    9   -1   -1    2    0    0    0    0   -9   18   -1    2   -1    2    3   -6    0
+   324  -162    0    0    0    0   -2    4   -2    4    0  -18   36    0    0    0  -18    0   18   -2   -2    4    0    0    0    0  -18   36   -2    4   -2    4   -6   12    0
+   324  -162    0    0    0    0   -2    4   -2    4    0  -18   36    0    0    0  -18    0   18   -2   -2    4    0    0    0    0  -18   36   -2    4   -2    4   -6   12    0
+   324  -162    0    0    0    0   -2    4   -2    4    0  -18   36    0    0    0  -18    0   18   -2   -2    4    0    0    0    0  -18   36   -2    4   -2    4   -6   12    0
+   486  -243    0    0    0    0   -3    6   -3    6    0  -27   54    0    0    0  -27    0   27   -3   -3    6    0    0    0    0  -27   54   -3    6   -3    6    9  -18    0
+   486  -243    0    0    0    0   -3    6   -3    6    0  -27   54    0    0    0    0   27  -27   -3    6   -3    0    0    0    0    0    0    0    0    0   -3    6    0
+   486  -243    0    0    0    0   -3    6   -3    6    0  -27   54    0    0    0   27  -27    0    6   -3   -3    0    0    0    0    0    0    0    0    0   -3    6    0
+   486  -243    0    0    0    0   -3    6   -3    6    0  -27   54    0    0    0    0   27  -27   -3    6   -3    0    0    0    0    0    0    0    0    0   -3    6    0
+   486  -243    0    0    0    0   -3    6   -3    6    0  -27   54    0    0    0   27  -27    0    6   -3   -3    0    0    0    0    0    0    0    0    0   -3    6    0
+   486  -243    0    0    0    0   -3    6   -3    6    0  -27   54    0    0    0    0   27  -27   -3    6   -3    0    0    0    0    0    0    0    0    0   -3    6    0
+   486  -243    0    0    0    0   -3    6   -3    6    0  -27   54    0    0    0   27  -27    0    6   -3   -3    0    0    0    0    0    0    0    0    0   -3    6    0
+   972  -486    0    0    0    0   -6   12   -6   12    0  -54  108    0    0    0    0   54  -54   -6   12   -6    0    0    0    0    0    0    0    0    0    6  -12    0
+   972  -486    0    0    0    0   -6   12   -6   12    0  -54  108    0    0    0   54  -54    0   12   -6   -6    0    0    0    0    0    0    0    0    0    6  -12    0
+   972  -486    0    0    0    0   -6   12   -6   12    0  -54  108    0    0    0    0   54  -54   -6   12   -6    0    0    0    0    0    0    0    0    0    6  -12    0
+   972  -486    0    0    0    0   -6   12   -6   12    0  -54  108    0    0    0   54  -54    0   12   -6   -6    0    0    0    0    0    0    0    0    0    6  -12    0
+   972  -486    0    0    0    0   -6   12   -6   12    0  -54  108    0    0    0    0   54  -54   -6   12   -6    0    0    0    0    0    0    0    0    0    6  -12    0
+   972  -486    0    0    0    0   -6   12   -6   12    0  -54  108    0    0    0   54  -54    0   12   -6   -6    0    0    0    0    0    0    0    0    0    6  -12    0
+  1296  -648    0    0    0    0   -8   16   -8   16    0  -72  144    0    0    0  -72    0   72   -8   -8   16    0    0    0    0    9  -18    1   -2    1   -2    0    0
+  1296  -648    0    0    0    0    8  -16    0    0    0    0    0    0    0    0    9    0   -9   -1   -1    2    0    0    0    0  -18   36    2   -4    0    0  -12   24    0
+  1296  -648    0    0    0    0    8  -16    0    0    0    0    0    0    0    0    9    0   -9   -1   -1    2    0    0    0    0  -18   36    2   -4    0    0  -12   24    0
+  1296  -648    0    0    0    0    8  -16    0    0    0    0    0    0    0    0    9    0   -9   -1   -1    2    0    0    0    0  -18   36    2   -4    0    0  -12   24    0
+  1296  -648    0    0    0    0   -8   16   -8   16    0  -72  144    0    0    0  -72    0   72   -8   -8   16    0    0    0    0    9  -18    1   -2    1   -2    0    0    0
+  1296  -648    0    0    0    0   -8   16   -8   16    0  -72  144    0    0    0  -72    0   72   -8   -8   16    0    0    0    0    9  -18    1   -2    1   -2    0    0    0
+  1458  -729    0    0    0    0   -9   18   -9   18    0  -81  162    0    0    0    0   81  -81   -9   18   -9    0    0    0    0    0    0    0    0    0   -9   18    0
+  1458  -729    0    0    0    0   -9   18   -9   18    0  -81  162    0    0    0   81  -81    0   18   -9   -9    0    0    0    0    0    0    0    0    0   -9   18    0
+  2592 -1296    0    0    0    0   16  -32    0    0    0    0    0    0    0    0   18    0  -18   -2   -2    4    0    0    0    0  -36   72    4   -8    0    0   24  -48    0
+  2592 -1296    0    0    0    0   16  -32    0    0    0    0    0    0    0    0   18    0  -18   -2   -2    4    0    0    0    0  -36   72    4   -8    0    0   24  -48    0
+  2592 -1296    0    0    0    0   16  -32    0    0    0    0    0    0    0    0   18    0  -18   -2   -2    4    0    0    0    0  -36   72    4   -8    0    0   24  -48    0
+  3888 -1944    0    0    0    0   24  -48    0    0    0    0    0    0    0    0   27    0  -27   -3   -3    6    0    0    0    0  -54  108    6  -12    0    0  -36   72    0
+  3888 -1944    0    0    0    0   24  -48    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -27   27   -3    6   -3    0    0    0    0    0    0    0    0    0   12  -24    0
+  3888 -1944    0    0    0    0   24  -48    0    0    0    0    0    0    0    0  -27   27    0    6   -3   -3    0    0    0    0    0    0    0    0    0   12  -24    0
+  3888 -1944    0    0    0    0   24  -48    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -27   27   -3    6   -3    0    0    0    0    0    0    0    0    0   12  -24    0
+  3888 -1944    0    0    0    0   24  -48    0    0    0    0    0    0    0    0  -27   27    0    6   -3   -3    0    0    0    0    0    0    0    0    0   12  -24    0
+  3888 -1944    0    0    0    0   24  -48    0    0    0    0    0    0    0    0  -27   27    0    6   -3   -3    0    0    0    0    0    0    0    0    0   12  -24    0
+  3888 -1944    0    0    0    0   24  -48    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -27   27   -3    6   -3    0    0    0    0    0    0    0    0    0   12  -24    0
+  4374 -2187    0    0    0    0  -27   54   -3    6    0   45  -90    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    9  -18    0
+  4374 -2187    0    0    0    0  -27   54   -3    6    0   45  -90    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    9  -18    0
+  4374 -2187    0    0    0    0  -27   54   -3    6    0   45  -90    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    9  -18    0
+  5832 -2916    0    0    0    0  -36   72    4   -8    0  -36   72    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -27   54   -3    6    1   -2   36  -72    0
+  5832 -2916    0    0    0    0  -36   72    4   -8    0  -36   72    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -27   54   -3    6    1   -2  -36   72    0
+  5832 -2916    0    0    0    0  -36   72    4   -8    0  -36   72    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -27   54   -3    6    1   -2   36  -72    0
+  5832 -2916    0    0    0    0  -36   72    4   -8    0  -36   72    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -27   54   -3    6    1   -2  -36   72    0
+  5832 -2916    0    0    0    0  -36   72    4   -8    0  -36   72    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -27   54   -3    6    1   -2   36  -72    0
+  5832 -2916    0    0    0    0  -36   72    4   -8    0  -36   72    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -27   54   -3    6    1   -2  -36   72    0
+  7776 -3888    0    0    0    0   48  -96    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -54   54   -6   12   -6    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -24   48    0
+  7776 -3888    0    0    0    0   48  -96    0    0    0    0    0    0    0    0  -54   54    0   12   -6   -6    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -24   48    0
+  7776 -3888    0    0    0    0   48  -96    0    0    0    0    0    0    0    0  -54   54    0   12   -6   -6    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -24   48    0
+  7776 -3888    0    0    0    0   48  -96    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -54   54   -6   12   -6    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -24   48    0
+  7776 -3888    0    0    0    0   48  -96    0    0    0    0    0    0    0    0  -54   54    0   12   -6   -6    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -24   48    0
+  7776 -3888    0    0    0    0   48  -96    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -54   54   -6   12   -6    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -24   48    0
+  8748 -4374    0    0    0    0  -54  108   -6   12    0   90-180    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -18   36    0
+  8748 -4374    0    0    0    0  -54  108   -6   12    0   90-180    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -18   36    0
+  8748 -4374    0    0    0    0  -54  108   -6   12    0   90-180    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -18   36    0
+ 10368 -5184    0    0    0    0   64-128    0    0    0    0    0    0    0    0   72    0  -72   -8   -8   16    0    0    0    0   18  -36   -2    4    0    0    0    0    0
+ 10368 -5184    0    0    0    0   64-128    0    0    0    0    0    0    0    0   72    0  -72   -8   -8   16    0    0    0    0   18  -36   -2    4    0    0    0    0    0
+ 10368 -5184    0    0    0    0   64-128    0    0    0    0    0    0    0    0   72    0  -72   -8   -8   16    0    0    0    0   18  -36   -2    4    0    0    0    0    0
+ 11664 -5832    0    0    0    0  -72  144    8  -16    0  -72  144    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   27  -54    3   -6   -1    2    0    0
+ 11664 -5832    0    0    0    0  -72  144    8  -16    0  -72  144    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   27  -54    3   -6   -1    2    0    0
+ 11664 -5832    0    0    0    0  -72  144    8  -16    0  -72  144    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   27  -54    3   -6   -1    2    0    0
+ 11664 -5832    0    0    0    0   72-144    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -81   81   -9   18   -9    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   36  -72    0
+ 11664 -5832    0    0    0    0   72-144    0    0    0    0    0    0    0    0  -81   81    0   18   -9   -9    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   36  -72    0
+ 13122 -6561    0    0    0    0  -81  162   -9   18    0  135-270    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   27  -54    0
```

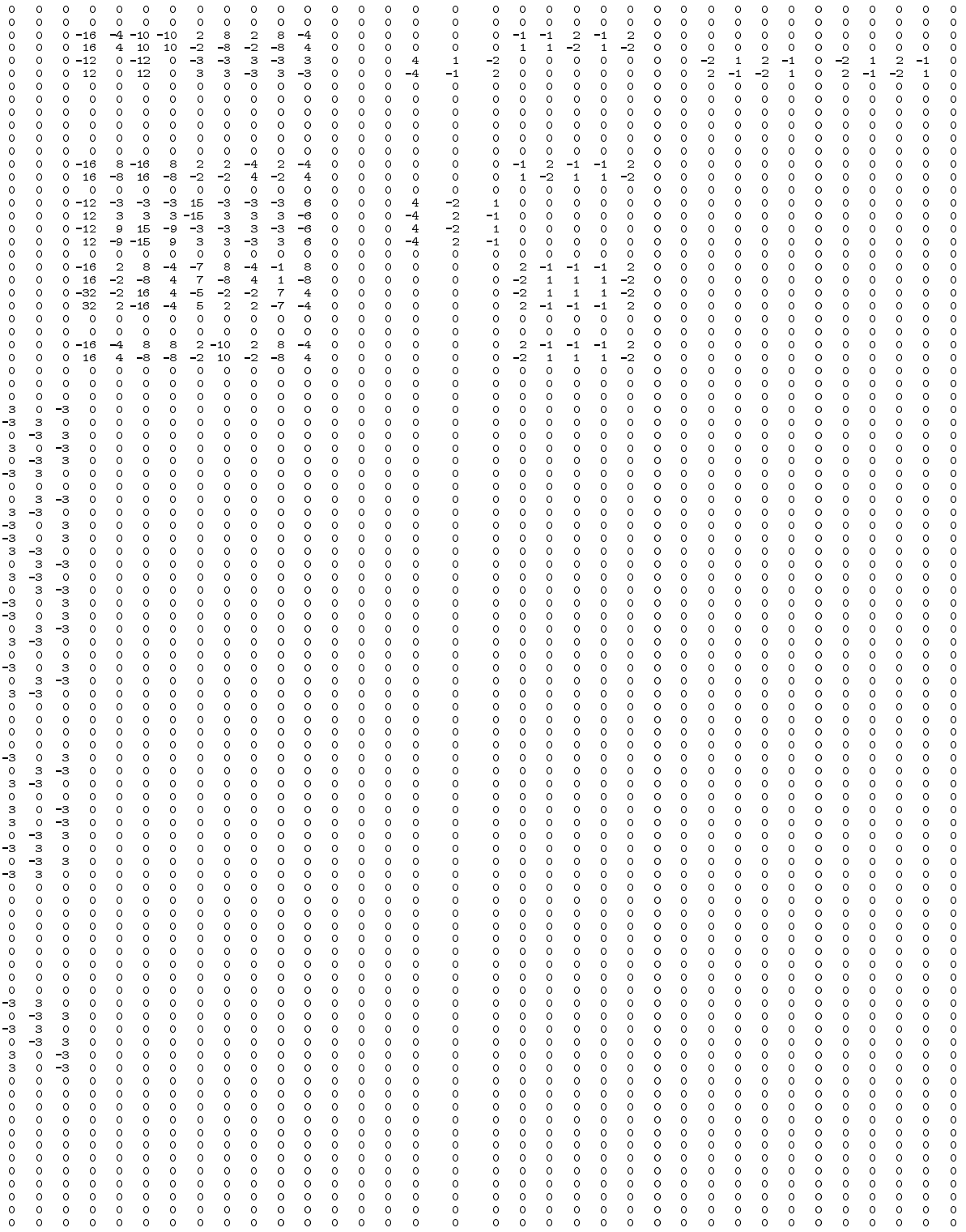
```
 30  -96 -384 -384  -6  -6   0   0   2 -16 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6
-30   96  384  384   6   6   0   0  -2  16  16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6
  0    0    0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6  12
  0    0    0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6  12
-18  -45  -72  -72   9   9   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -9   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-18  -45  -72  -72   9   9   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -9   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -4   32 -256 -256  14 -40   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1   8   8   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -4   32 -256 -256  14 -40   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1   8   8   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  12  12
 -4   32 -256 -256  14 -40   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1   8   8   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -12 -12
  4  -32  256  256 -14  40   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1  -8  -8  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  4  -32  256  256 -14  40   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1  -8  -8  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  12  12
  4  -32  256  256 -14  40   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1  -8  -8  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -12 -12
  0    0    0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0    0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 24   60   96   96 -12 -12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  18  -9
 15  -48 -192 -192  -3  -3   0   0  -1   8   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -9  18
 15  -48 -192 -192  -3  -3   0   0  -1   8   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -9  18
-15   48  192  192   3   3   0   0   1  -8  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -9  18
-15   48  192  192   3   3   0   0   1  -8  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -9  18
  0    0    0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6 -12
 -6   48 -384 -384  -6  21   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -6   48 -384 -384  -6  21   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  6  -48  384  384   6 -21   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  6  -48  384  384   6 -21   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 30  -96 -384 -384  -6  -6   0   0  -2  16  16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   9 -18
-30   96  384  384   6   6   0   0   2 -16 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   9 -18
  0    0    0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0    0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-12   96 -768 -768 -12  42   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 12  -96  768  768  12 -42   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0    0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0  -54   27   0   0   2  -1   0   3  -6   0   0  -3   3   0   3   3  -6   6  -3   0   0   1  -2  -1   2   0   0   3  -3  -2   1   1   0   0
  0    0  -54   27   0   0   2  -1   0   3  -6   0   0  -3   3   0   3   3  -6   6  -3   0   0   1  -2  -1   2   0   0   3  -3  -2   1   1   0   0
  0    0  -54   27   0   0   2  -1   0   3  -6   0   0  -3   3   0   3   3  -6   6  -3   0   0   1  -2  -1   2   0   0   3  -3  -2   1   1   0   0
  0    0  108  -54   0   0  -4   2   0  -6  12   0   0   6  -6   0  -6  -6  12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0  108  -54   0   0  -4   2   0  -6  12   0   0   6  -6   0  -6  -6  12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0  108  -54   0   0  -4   2   0  -6  12   0   0   6  -6   0  -6  -6  12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -162   81   0   0   6  -3   0   9 -18   0   0  -9   9   0   9   9 -18  -6   3   0   0  -1   2   1  -2   0   0  -3   3   2  -1  -1   0   0
  0    0   54  -27   0   0  -2   1   0  -3   6   0   3  -3   0   0  -3   6  -3   6  -3   0   0   1  -2  -1   2   0   3  -3   0   1   1  -2   0   0
  0    0   54  -27   0   0  -2   1   0  -3   6   0  -3   0   3   0   6  -3  -3   6  -3   0   0   1  -2  -1   2   0  -3   0   3   1  -2   1   0   0
  0    0   54  -27   0   0  -2   1   0  -3   6   0   3  -3   0   0  -3   6  -3   6  -3   0   0   1  -2  -1   2   0   3  -3   0   1   1  -2   0   0
  0    0   54  -27   0   0  -2   1   0  -3   6   0  -3   0   3   0   6  -3  -3   6  -3   0   0   1  -2  -1   2   0  -3   0   3   1  -2   1   0   0
  0    0   54  -27   0   0  -2   1   0  -3   6   0   3  -3   0   0  -3   6  -3   6  -3   0   0   1  -2  -1   2   0   3  -3   0   1   1  -2   0   0
  0    0   54  -27   0   0  -2   1   0  -3   6   0  -3   0   3   0   6  -3  -3   6  -3   0   0   1  -2  -1   2   0  -3   0   3   1  -2   1   0   0
  0    0 -108   54   0   0   4  -2   0   6 -12   0  -6   6   0   0   6 -12   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -108   54   0   0   4  -2   0   6 -12   0   6   0  -6   0 -12   6   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -108   54   0   0   4  -2   0   6 -12   0  -6   6   0   0   6 -12   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -108   54   0   0   4  -2   0   6 -12   0   6   0  -6   0 -12   6   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -108   54   0   0   4  -2   0   6 -12   0  -6   6   0   0   6 -12   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -108   54   0   0   4  -2   0   6 -12   0   6   0  -6   0 -12   6   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0    0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -216  108   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -3   0   3   3  -6  12  -6   0   0  -2   4   0   0   0   0  -3   3  -2   1   1   0   0
  0    0 -216  108   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -3   0   3   3  -6  12  -6   0   0  -2   4   0   0   0   0  -3   3  -2   1   1   0   0
  0    0 -216  108   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -3   0   3   3  -6  12  -6   0   0  -2   4   0   0   0   0  -3   3  -2   1   1   0   0
  0    0    0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0    0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0  162  -81   0   0  -6   3   0  -9  18   0   9  -9   0   0  -9  18  -9  -6   3   0   0  -1   2   1  -2   0  -3   3   0  -1  -1   2   0   0
  0    0  162  -81   0   0  -6   3   0  -9  18   0  -9   0   9   0  18  -9  -9  -6   3   0   0  -1   2   1  -2   0   3   0  -3  -1   2  -1   0   0
  0    0  432 -216   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6   6   0  -6  -6  12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0  432 -216   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6   6   0  -6  -6  12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0  432 -216   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6   6   0  -6  -6  12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -648  324   0   0   0   0   0   0   0   0   0   9  -9   0   9   9 -18 -12   6   0   0   2  -4   0   0   0   0   3  -3   2  -1  -1   0   0
  0    0  216 -108   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   3   0   0  -3   6  -3  12  -6   0   0  -2   4   0   0   0  -3   3   0   1   1  -2   0   0
  0    0  216 -108   0   0   0   0   0   0   0   0   3   0  -3   0   6  -3  -3  12  -6   0   0  -2   4   0   0   0   3   0  -3   1  -2   1   0   0
  0    0  216 -108   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   3   0   0  -3   6  -3  12  -6   0   0  -2   4   0   0   0  -3   3   0   1   1  -2   0   0
  0    0  216 -108   0   0   0   0   0   0   0   0   3   0  -3   0   6  -3  -3  12  -6   0   0  -2   4   0   0   0   3   0  -3   1  -2   1   0   0
  0    0  216 -108   0   0   0   0   0   0   0   0   3   0  -3   0   6  -3  -3  12  -6   0   0  -2   4   0   0   0   3   0  -3   1  -2   1   0   0
  0    0  216 -108   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   3   0   0  -3   6  -3  12  -6   0   0  -2   4   0   0   0  -3   3   0   1   1  -2   0   0
  0    0 -162   81   0   0   6  -3   0  -3   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0  18  -9   0   0   3  -6   1  -2   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -162   81   0   0   6  -3   0  -3   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0  18  -9   0   0   3  -6   1  -2   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -162   81   0   0   6  -3   0  -3   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0  18  -9   0   0   3  -6   1  -2   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -648  324   0   0  -8   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0  648 -324   0   0   8  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -648  324   0   0  -8   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -648  324   0   0  -8   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0  648 -324   0   0   8  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0  648 -324   0   0   8  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -432  216   0   0   0   0   0   0   0   0   6  -6   0   0   6 -12   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -432  216   0   0   0   0   0   0   0   0  -6   0   6   0 -12   6   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -432  216   0   0   0   0   0   0   0   0  -6   0   6   0 -12   6   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -432  216   0   0   0   0   0   0   0   0   6  -6   0   0   6 -12   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -432  216   0   0   0   0   0   0   0   0  -6   0   6   0 -12   6   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0 -432  216   0   0   0   0   0   0   0   0   6  -6   0   0   6 -12   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0  324 -162   0   0 -12   6   0   6 -12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0  324 -162   0   0 -12   6   0   6 -12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0  324 -162   0   0 -12   6   0   6 -12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0    0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0    0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0    0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0    0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0    0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0    0    0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0    0  648 -324   0   0   0   0   0   0   0   0  -9   9   0   0  -9  18  -9 -12   6   0   0   2  -4   0   0   0   3  -3   0  -1  -1   2   0   0
  0    0  648 -324   0   0   0   0   0   0   0   0   9   0  -9   0  18  -9  -9 -12   6   0   0   2  -4   0   0   0  -3   0   3  -1   2  -1   0   0
  0    0 -486  243   0   0  18  -9   0  -9  18   0   0   0   0   0   0   0   0 -18   9   0   0  -3   6  -1   2   0   0   0   0   0   0   0   0
```

```
 @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @  @
 5 419 419 419  4  5  5  5  2  2  2                                  1  4 104 104 104  1  1  1                                  1  1  8  8  8
832 904 904 904 374 184 184 184 592 592 592 216 216 432 432 432 216 216 216 729 458 374 976 976 976 296 296 296 324 324 324 162 729 458 458 748 748 748
 A   A   A   A  MA  NA  LA  LB  MB  NB  GC  FC  YA  WA  XA D1A E1A C1A   E   E   A   A   A   A  QA  RA  SA  UA  VA  TA   D   E   A   E   A   A   A   G
 A   A   A   A  MA  NA  LA  LB  MB  NB  GB  FB  LA  MA  NA  RA  SA  QA   A   A   A   A   A   A  QA  RA  SA  UA  VA  TA   A   A   A   A   A   A   A   A
3L  3M  3N  3O  6W  6X  6Y  6Z 6A1 6B1 18C 18D 12Q 12R 12S 12T 12U 12V  9H  9I  3P  3Q  3R  3S 6C1 6D1 6E1 6F1 6G1 6H1  9J  9K  9L  9M  3T  3U  3V  9N
  1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1
  1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1
 -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1
 -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1
  1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1
  2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2  -1
  2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2   2  -1
 -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2   1
  3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3   0
 -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3   0
  3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3   3   3   3   3   3   3   3   3   3   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  9   9   9   9   9   9   9   1   1   1   1   1  -3  -3  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  9   9   9   9   9   9   9   1   1   1   1   1  -3  -3  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  6   6   6   6   6   6   6  -2  -2  -2  -2  -2   2   2   2  -1  -1  -1   3   3   3   3   3   3   3   3   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  6   6   6   6   6   6   6  -2  -2  -2  -2  -2   2   2   2  -1  -1  -1   3   3   3   3   3   3   3   3   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  6   6   6   6   6   6   6  -2  -2  -2  -2  -2   2   2   2  -1  -1  -1   3   3   3   3   3   3   3   3   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  6   6   6   6   6   6   6  -2  -2  -2  -2  -2   2   2   2  -1  -1  -1   3   3   3   3   3   3   3   3   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -9  -9  -9  -9  -9  -9  -9  -1  -1  -1  -1  -1   3   3   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -9  -9  -9  -9  -9  -9  -9  -1  -1  -1  -1  -1   3   3   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -9  -9  -9  -9  -9  -9  -9  -1  -1  -1  -1  -1   3   3   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -6  -6  -6  -6  -6  -6  -6   2   2   2   2   2  -2  -2  -2   1   1   1  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -6  -6  -6  -6  -6  -6  -6   2   2   2   2   2  -2  -2  -2   1   1   1  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -6  -6  -6  -6  -6  -6  -6   2   2   2   2   2  -2  -2  -2  -2  -2  -2   6   6   6   6   6   6   6   6   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -6  -6  -6  -6  -6  -6  -6   2   2   2   2   2  -2  -2  -2  -2  -2  -2   6   6   6   6   6   6   6   6   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  9   9   9   9   9   9   9   1   1   1   1   1  -3  -3  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  6   6   6   6   6   6   6  -2  -2  -2  -2  -2   2   2   2   2   2   2  -6  -6  -6  -6  -6  -6  -6  -6  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -4  -4  -4  -4   4   4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2   2   2   2  -2  -2  -2   1   1   1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1
 -4  -4  -4  -4   4   4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2   2   2   2  -2  -2  -2   1   1   1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1
  4   4   4   4  -4  -4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2  -2  -2  -2   2   2   2  -1  -1  -1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1
  4   4   4   4  -4  -4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2  -2  -2  -2   2   2   2  -1  -1  -1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1
  4   4   4   4  -4  -4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2  -2  -2  -2   2   2   2  -1  -1  -1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -4  -4  -4  -4   4   4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2   2   2   2   2  -2  -2  -2   1   1   1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1  -1
 12  12  12  12 -12 -12 -12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6   6   6   6   6   6  -6  -6  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-12 -12 -12 -12  12  12  12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3  -3  -3   3   3   3   3   3   3   3   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6  -6  -6  -6  -6  -6   6   6   6   3   3   3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3   0
 -8  -8  -8  -8   8   8   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4   4   4   4   4   4  -4  -4  -4   2   2   2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2   1
 -8  -8  -8  -8   8   8   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4   4   4   4   4   4  -4  -4  -4   2   2   2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2   1
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6   6   6   6   6   6  -6  -6  -6  -3  -3  -3   3   3   3   3   3   3   3   0
 12  12  12  12 -12 -12 -12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3   3   3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3   0
-12 -12 -12 -12  12  12  12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6  -6  -6  -6  -6  -6   6   6   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  8   8   8   8  -8  -8  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4  -4  -4  -4  -4  -4   4   4   4  -2  -2  -2   2   2   2   2   2   2   2  -1
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 24  24  24  -3   0   0   0   4   4   4   1  -2   0   0   0   0   0   0  -3   6  -3  24  24  24   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3  -3   6   6   6   6   0
 24  24  24  -3   0   0   0   4   4   4   1  -2   0   0   0   0   0   0  -3   6  -3  24  24  24   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3  -3   6   6   6   6   0
 32  32  32   5   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   8   8   8   8   0   0   0   0   0   0  -1   2   2   2   2   2   2   2   2
 32  32  32   5   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   8   8   8   8   0   0   0   0   0   0  -1   2   2   2   2   2   2   2   2
 32  32  32   5   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   8   8   8   8   0   0   0   0   0   0  -1   2   2   2   2   2   2   2   2
 32  32  32   5   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1   8   8   8   8   0   0   0   0   0   0  -1   2   2   2   2   2   2   2   2
 48  48  48  -6   0   0   0   8   8   8   2  -4   0   0   0   0   0   0   3  -6   3 -24 -24 -24   0   0   0   0   0   0   0   3   3  -6  -6  -6  -6   0
-24 -24 -24   3   0   0   0  -4  -4  -4  -1   2   0   0   0   0   0   0   3  -6   3 -24 -24 -24   0   0   0   0   0   0   0   3   3  -6  -6  -6  -6   0
-24 -24 -24   3   0   0   0  -4  -4  -4  -1   2   0   0   0   0   0   0  -6  12  -6  48  48  48   0   0   0   0   0   0   0   3   3  -6  -6  -6  -6   0
-24 -24 -24   3   0   0   0  -4  -4  -4  -1   2   0   0   0   0   0   0   3  -6   3 -24 -24 -24   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6  -6  12  12  12   0
-24 -24 -24   3   0   0   0  -4  -4  -4  -1   2   0   0   0   0   0   0   3  -6   3 -24 -24 -24   0   0   0   0   0   0   0   3   3  -6  -6  -6  -6   0
-24 -24 -24   3   0   0   0  -4  -4  -4  -1   2   0   0   0   0   0   0   3  -6   3 -24 -24 -24   0   0   0   0   0   0   0   3   3  -6  -6  -6  -6   0
 72  72  72  -9   0   0   0  -4  -4  -4  -1   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 72  72  72  -9   0   0   0  -4  -4  -4  -1   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-32 -32 -32  -5   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -8  -8  -8  -8   0   0   0   0   0   0   1  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2
-32 -32 -32  -5   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   1   1  -8  -8  -8  -8   0   0   0   0   0   0   1  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2  -2
 64  64  64  10   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2  16  16  16  16   0   0   0   0   0   0  -2   4   4   4   4   4   4  -2
 64  64  64  10   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2  16  16  16  16   0   0   0   0   0   0  -2   4   4   4   4   4   4  -2
 24  24  24  -3   0   0   0   4   4   4  -2   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6  -6  12  12  12   0
 24  24  24  -3   0   0   0   4   4   4  -2   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6  -6  12  12  12   0
 24  24  24  -3   0   0   0   4   4   4  -2   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6  -6  12  12  12   0
 24  24  24  -3   0   0   0   4   4   4  -2   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6  -6  12  12  12   0
-48 -48 -48   6   0   0   0  -8  -8  -8  -2   4   0   0   0   0   0   0  -3   6  -3  24  24  24   0   0   0   0   0   0   0  -3  -3   6   6   6   6   0
 24  24  24  -3   0   0   0   4   4   4   1  -2   0   0   0   0   0   0  -3   6  -3  24  24  24   0   0   0   0   0   0   0  -3  -3   6   6   6   6   0
 24  24  24  -3   0   0   0   4   4   4   1  -2   0   0   0   0   0   0   6 -12   6 -48 -48 -48   0   0   0   0   0   0   0  -3  -3   6   6   6   6   0
 24  24  24  -3   0   0   0   4   4   4   1  -2   0   0   0   0   0   0  -3   6  -3  24  24  24   0   0   0   0   0   0   0   6   6 -12 -12 -12 -12   0
-72 -72 -72   9   0   0   0   4   4   4   1  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-72 -72 -72   9   0   0   0   4   4   4   1  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-72 -72 -72   9   0   0   0   4   4   4   1  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-64 -64 -64 -10   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2 -16 -16 -16 -16   0   0   0   0   0   0   2  -4  -4  -4  -4  -4  -4   2
```

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
							1	1	1				11	11	11										3	3	3		3	3	3					
162	162	162	27	54	54	54	296	296	296	216	648	324	664	664	664	486	36	216	216	216	72	72	72	162	888	888	888	162	888	888	888	54	972	972	972	162
G	G	A	OG	PG	NG	MC	NC	LC	GJ	GN	FN	LD	MD	ND	OD	DF	A1C	B1C	ZC	E1B	C1B	D1B	PC	QC	RC	SC	IP	SD	QD	RD	JO	TD	UD	VD	MP	LJ
A	A	A	OA	PA	NA	MC	NC	LC	GC	GD	FD	LD	MD	ND	OD	FC	MC	NC	LC	SB	QB	RB	PC	QC	RC	SC	ID	SD	QD	RD	JD	TD	UD	VD	MD	LC
9O	9P	27A	18E	18F	18G	6I1	6J1	6K1	18H	18I	18J	6L1	6M1	6N1	6O1	36B	12W	12X	12Y	12Z	12A1	12B1	6P1	6Q1	6R1	6S1	18K	6T1	6U1	6V1	18L	6W1	6X1	6Y1	18M	18N
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2
0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	3	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	3	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	3	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	-1
-1	-1	-1	1	1	1	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	-1
1	1	1	-1	-1	-1	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	-1
1	1	1	-1	-1	-1	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	-1
1	1	1	-1	-1	-1	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	1	1	1	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	1
0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2
0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	-4	-4	-4	-4	4	4	4	4	1	1	1	1	1	-1
0	0	0	0	0	0	-4	-4	-4	-4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	-1
1	1	1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-4	-4	-4	-4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	-1
0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	-4	-4	-4	-4	4	4	4	4	1	1	1	1	1	-1
0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2
-1	-1	-1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	2	2	2	-1	3	0	6	6	6	-3	0	0	0	0	0	0	0	-1	8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
0	0	0	0	0	0	2	2	2	-1	3	0	6	6	6	-3	0	0	0	0	0	0	0	-1	8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
2	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	4	-2	-8	-8	-8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-8	-8	-8	1	-2	-2	-2	-2	0
2	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	4	-2	-8	-8	-8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-8	-8	-8	1	-2	-2	-2	-2	0
2	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	-4	2	8	8	8	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	8	8	8	-1	2	2	2	2	0
2	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	-4	2	8	8	8	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	8	8	8	-1	2	2	2	2	0
0	0	0	0	0	0	4	4	4	-2	6	0	12	12	12	-6	0	0	0	0	0	0	0	1	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	1	-3	0	-6	-6	-6	3	0	0	0	0	0	0	0	1	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	1	-3	0	-6	-6	-6	3	0	0	0	0	0	0	0	-2	16	16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	1	-3	0	-6	-6	-6	3	0	0	0	0	0	0	0	1	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2
0	0	0	0	0	0	2	2	2	-1	3	0	6	6	6	-3	0	0	0	0	0	0	0	-1	8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
0	0	0	0	0	0	2	2	2	-1	3	0	6	6	6	-3	0	0	0	0	0	0	0	-1	8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
0	0	0	0	0	0	6	6	6	-3	-3	0	-6	-6	-6	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	6	6	6	-3	-3	0	-6	-6	-6	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	-4	2	8	8	8	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	8	8	8	-1	2	2	2	2	0
-2	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	4	-2	-8	-8	-8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-8	-8	-8	1	-2	-2	-2	-2	0
-2	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	-12	-12	-12	-3	1	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	-12	-12	-12	-3	1	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	12	12	12	3	-1	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	12	12	12	3	-1	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	4	4	4	-2	6	0	12	12	12	-6	0	0	0	0	0	0	0	1	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	1	-3	0	-6	-6	-6	3	0	0	0	0	0	0	0	1	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	1	-3	0	-6	-6	-6	3	0	0	0	0	0	0	0	-2	16	16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	1	-3	0	-6	-6	-6	3	0	0	0	0	0	0	0	1	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2
0	0	0	0	0	0	-6	-6	-6	3	3	0	6	6	6	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	6	6	6	-3	-3	0	-6	-6	-6	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	6	6	6	-3	-3	0	-6	-6	-6	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

```
-24 -24 -24   3   0   0   0  -4  -4  -4   2  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   6   6 -12 -12 -12   0
-24 -24 -24   3   0   0   0  -4  -4  -4   2  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   6   6 -12 -12 -12   0
 48  48  48  -6   0   0   0   8   8   8  -4   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   6   6 -12 -12 -12   0
 48  48  48  -6   0   0   0   8   8   8  -4   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   6   6 -12 -12 -12   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3   3 -24 -24 -24 -24   0   0   0   0   0   0  -3   6   6   6   6   6   0
-96 -96 -96 -15   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3  -3  24  24  24  24   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 96  96  96  15   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6  -6  -6  -6  -6   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3   3 -24 -24 -24 -24   0   0   0   0   0   0  -3   6   6   6   6   6   0
-96 -96 -96 -15   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3  -3  24  24  24  24   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 96  96  96  15   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6  -6  -6  -6  -6   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 72  72  72  -9   0   0   0  -4  -4  -4  -1   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 72  72  72  -9   0   0   0  -4  -4  -4   2  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 72  72  72  -9   0   0   0  -4  -4  -4   2  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 72  72  72  -9   0   0   0  -4  -4  -4   2  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-48 -48 -48   6   0   0   0  -8  -8  -8   4  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6  -6  12  12  12   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6  -6  48  48  48   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   6  -3   6   6   6   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6  -6  48  48  48   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   6  -3   6   6   6   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6  -6  48  48  48   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   6  -3   6   6   6   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6  -6  48  48  48   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   6  -3   6   6   6   0
-72 -72 -72   9   0   0   0   4   4   4  -2   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-72 -72 -72   9   0   0   0   4   4   4  -2   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   6   6 -48 -48 -48   0   0   0   0   0   0   0   0  -6  12  -6  12  12  12   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   6   6 -48 -48 -48   0   0   0   0   0   0   0   0  -6  12  -6  12  12  12   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   6   6 -48 -48 -48   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6   3  -6  -6  -6   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   6   6 -48 -48 -48   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6   3  -6  -6  -6   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6  -6  48  48  48   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6 -12   6 -12 -12 -12   0
 18  -9  -9   0  -1  -1   2  -6   3   3   0   0   2  -1  -1   2  -1  -1   0   0   0  -9  18  -9  -1   2  -1   2  -1  -1   0   0   0  -9   0   9   3
 -9  18  -9   0   2  -1  -1   3  -6   3   0   0  -1   2  -1  -1   2  -1   0   0   0  -9  -9  18  -1  -1   2  -1   2  -1   0   0   0   0   9  -9   0   0
 -9  -9  18   0  -1   2  -1   3   3  -6   0   0  -1  -1   2  -1  -1   2   0   0   0  18  -9  -9   2  -1  -1  -1  -1   2   0   0   0   0   0   9  -9  -3
-18   9   9   0   1   1  -2   6  -3  -3   0   0  -2   1   1  -2   1   1   0   0   0   9 -18   9   1  -2   1  -2   1   1   0   0   0   0   9   0  -9  -3
  9   9 -18   0   1  -2   1  -3  -3   6   0   0   1   1  -2   1   1  -2   0   0   0 -18   9   9  -2   1   1   1   1  -2   0   0   0   0   0  -9   9   3
  9 -18   9   0  -2   1   1  -3   6  -3   0   0   1  -2   1   1  -2   1   0   0   0   9   9 -18   1   1  -2   1  -2   1   0   0   0   0  -9   9   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 27   0 -27   0   0  -3   3  -9   0   9   0   0   3   0  -3   0  -3   3   0   0   0  27   0 -27   3   0  -3  -3   3   0   0   0   0   0  18  -9  -9   0
 27 -27   0   0  -3   0   3  -9   9   0   0   0   3  -3   0   0   3  -3   0   0   0 -27   0  27  -3   0   3  -3   0   3   0   0   0   0   9   9 -18   0
-27  27   0   0   3   0  -3   9  -9   0   0   0  -3   3   0   0  -3   3   0   0   0  27 -27   0  -3   3   0  -3   3   0   0   0   0  -9  18  -9   0
-27   0  27   0   0   3  -3   9   0  -9   0   0  -3   0   3   3  -3   0   0   0   0   9 -18   1   1  -2   1  -2   1   0   0   0   0  -9   9   0   0
  0 -27  27   0  -3   3   0   0   9  -9   0   0   0  -3   3  -3   3   0   0   0   0   0 -27  27   0  -3   3   3   0  -3   0   0   0   0  -9  -9  18   0
  0  27 -27   0   3  -3   0   0  -9   9   0   0   0   3  -3   3  -3   0   0   0   0  27 -27   0   3  -3   0   3  -3   0   0   0   0  18   9   9   0
  0  27 -27   0   3  -3   0   0  -9   9   0   0   0   3  -3   3  -3   0   0   0   0   0  27 -27   0   3  -3  -3   0   3   0   0   0   0   9   9 -18   0
  0 -27  27   0  -3   3   0   0   9  -9   0   0   0  -3   3  -3   3   0   0   0   0 -27  27   0  -3   3   0  -3   3   0   0   0   0  18  -9  -9   0
 27 -27   0   0  -3   0   3  -9   9   0   0   0   3  -3   0  -3   0   3   0   0   0  27 -27   0   3  -3   0   3  -3   0   0   0   0   9 -18   9   0
 27   0 -27   0   0  -3   3  -9   0   9   0   0   3   0  -3  -3   3   0   0   0   0   0 -27  27   0  -3   3   0  -3   3   0   0   0   0  -9  18  -9   0
-27   0  27   0   0   3  -3   9   0  -9   0   0  -3   0   3   0  -3   3   0   0   0 -27   0  27  -3   0   3   3  -3   0   0   0   0 -18   9   9   0
-27  27   0   0   3   0  -3   9  -9   0   0   0  -3   3   0   0  -3   3   0   0   0  27   0 -27   3   0  -3   3   0  -3   0   0   0   0  -9  -9  18   0
 36 -18 -18   0  -2  -2   4 -12   6   6   0   0   4  -2  -2   4  -2  -2   0   0   0 -18  36 -18  -2   4  -2   4  -2  -2   0   0   0   0 -18   0  18  -3
-72  36  36   0  -4  -4   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -18  36 -18   2  -4   2   2  -1  -1   0   0   0   0   9   0  -9  -3
 36 -36 -72   0  -4   8  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  36 -18 -18  -4   2   2  -1  -1   2   0   0   0   0   0  -9   9   3
 36 -72  36   0   8  -4  -4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -18 -18  36   2   2  -4  -1   2  -1   0   0   0   0  -9   9   0   0
-18 -18  36   0  -2   4  -2   6   6 -12   0   0  -2  -2   4  -2  -2   4   0   0   0  36 -18 -18   4  -2  -2  -2   4   0   0   0   0   0  18 -18   3
-18  36 -18   0   4  -2  -2   6 -12   6   0   0  -2   4  -2  -2   4  -2   0   0   0 -18 -18  36  -2  -2   4  -2   4  -2   0   0   0   0  18 -18   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 72 -36 -36   0   4   4  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  18 -36  18  -2   4  -2  -2   1   1   0   0   0   0  -9   0   9   3
-36  36  72   0   4  -8   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -36  18  18   4  -2  -2   1   1  -2   0   0   0   0   0   9  -9  -3
-36  72 -36   0  -8   4   4   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  18  18 -36  -2  -2   4   1  -2   1   0   0   0   0   9  -9   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
108-108   0   0  12   0 -12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -54  54   0   6  -6   0   0  -3   3   0   0   0   0   9 -18   9   0
108   0-108   0   0  12 -12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  54 -54   0  -6   6   0   3  -3   0   0   0   0  -9  18  -9   0
-108   0 108   0   0 -12  12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  54   0 -54  -6   0   6  -3   3   0   0   0   0 -18   9   9   0
-108 108   0   0 -12   0  12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -54   0  54   6   0  -6  -3   0   3   0   0   0   0  -9  -9  18   0
   0-108 108   0  12 -12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  54 -54   0  -6   6   0   3  -3   0   0   0   0   0  18  -9  -9   0
   0 108-108   0 -12  12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -54  54   0   6  -6   3   0  -3   0   0   0   0   9   9 -18   0
 162 -81 -81   0  -9  -9  18  -6   3   3   0   0  -6   3   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -81 162 -81   0  18  -9  -9   3  -6   3   0   0   3  -6   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 -81 -81 162   0  -9  18  -9   3   3  -6   0   0   3   3  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 108 -54 -54   0  -6  -6  12  12  -6  -6   0   0   4  -2  -2  -2   1   1   0   0   0 -27  54 -27  -3   6  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 108 -54 -54   0  -6  -6  12  12  -6  -6   0   0   4  -2  -2  -2   1   1   0   0   0 -27  54 -27  -3   6  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-54 -54 108   0  -6  12  -6  -6  -6  12   0   0  -2   4  -2   1  -2   1   0   0   0  54 -27 -27   6  -3  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-54 108 -54   0  12  -6  -6  -6  12  -6   0   0  -2   4  -2   1  -2   1   0   0   0 -27 -27  54  -3  -3   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-54 -54 108   0  -6  12  -6  -6  -6  12   0   0  -2  -2   4   1   1  -2   0   0   0  54 -27 -27   6  -3  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-54 108 -54   0  12  -6  -6  -6  12  -6   0   0  -2   4  -2   1  -2   1   0   0   0 -27 -27  54  -3  -3   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0-108 108   0  12 -12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  54 -54   0  -6   6  -3   0   3   0   0   0   0  -9  -9  18   0
   0 108-108   0 -12  12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -54  54   0   6  -6   0  -3   3   0   0   0   0 -18   9   9   0
 108-108   0   0  12   0 -12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  54   0 -54  -6   0   6   3   0  -3   0   0   0   0   9   9 -18   0
 108   0-108   0   0  12 -12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -54   0  54   6   0  -6   3  -3   0   0   0   0  18  -9  -9   0
-108   0 108   0   0 -12  12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  54 -54   0   6  -6   0  -3   3   0   0   0   0   9 -18   9   0
-108 108   0   0 -12   0  12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  54 -54   0  -6   6   0   0  -3   0   0   0   0  -9 -18   9   0
-162  81  81   0   9   9 -18   6  -3  -3   0   0   6  -3  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  81-162  81   0 -18   9   9  -3   6  -3   0   0  -3   6  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  81  81-162   0   9 -18   9  -3  -3   6   0   0  -3  -3   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  72-144  72   0  16  -8  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -36 -36  72   4   4  -8  -2   4  -2   0   0   0   0 -18  18   0   0
  72  72-144   0  -8  16  -8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  72 -36 -36  -8   4   4  -2  -2   4   0   0   0   0   0 -18  18  -3
-144  72  72   0  -8  -8  16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -36  72 -36   4  -8   4   4  -2  -2   0   0   0   0  18   0 -18   3
-108  54  54   0   6   6 -12 -12   6   6   0   0  -4   2   2  -4   2   2   0   0   0 -54 108 -54  -6  12  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  54-108  54   0 -12   6   6   6 -12   6   0   0   2  -4   2   2  -4   2   0   0   0 -54 -54 108  -6  -6  12   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  54  54-108   0   6 -12   6   6   6 -12   0   0   2   2  -4   2   2  -4   0   0   0 108 -54 -54  12  -6  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
```

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
				7		3	1																											
54	324	324	324	776	648	888	296	972	972	324	972	648	32	192	192	288	72	72	54	54	54	54	108	24	24	96	48	96	48	16	96	48	96	48
TC	UC	VC	A	BE	BE	BE	EE	DE	DE	EE	CE	A	A	A	B	BF	DF	EF2	IE	CF2	DF2	KE	CC	CD	D	HE	D	IF	A	D	HG	D	IH	A
TC	UC	VC	A	BE	BE	BE	EE	DE	DE	EE	CE	A	A	A	A	CF	BF	EE	IE	CE	DE	KE	KC	KD	A	CE	A	CF	A	A	CG	A	CH	A
6Z1	6A2	6B2	2E	6C2	6D2	6E2	6F2	6G2	6H2	6I2	6J2	8B	8C	D**	4F	12C1	12D1	18O	6K2	18P	18Q	6L2	24B	C**	8E	24D	8F	24E	16A	G**	F**	H**	G**	B**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-i2	-i2	-i2	-i2	-i2	i2	i2	i2	i2	i2
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i2	i2	i2	i2	i2	-i2	-i2	-i2	-i2	-i2
-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	-1	1	1	1	1	-1
0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	-3	-3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1
0	0	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	-4	-4	0	0	0	1	1	1	1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	0	4	4	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i2	i2	i2	i2	-i2	-i2	-i2	-i2	-i2	i2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-i2	-i2	-i2	-i2	i2	i2	i2	i2	i2	-i2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-2	-2	-2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	3	3	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1
0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	-3	-3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	-1	1	1	1	1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2i2	2i2	0	0	0	0	0	0	0	0	i2	-i2	-i2	-i2	i2	i2	0	i2	i2	-i2	-i2	0
-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2i2	-2i2	0	0	0	0	0	0	0	0	-i2	i2	i2	i2	-i2	-i2	0	-i2	-i2	i2	i2	0
-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	2	2	0	-2	-2	2	2	0
-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	-2	-2	0	2	2	-2	-2	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2i2	-2i2	0	0	0	0	0	0	0	0	-i2	i2	-i2	-i2	i2	i2	0	i2	i2	-i2	-i2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2i2	2i2	0	0	0	0	0	0	0	0	i2	-i2	i2	i2	-i2	-i2	0	-i2	-i2	i2	i2	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4i2	-4i2	0	0	0	0	0	0	0	0	i2	-i2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4i2	4i2	0	0	0	0	0	0	0	0	-i2	i2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	12	0	12	0	3	3	-3	3	-3	0	0	0	4	1	-2	0	0	0	0	0	0	0	2	-1	2	-1	0	2	-1	2	-1	0
2	2	2	-12	0	-12	0	-3	-3	3	-3	3	0	0	0	-4	-1	2	0	0	0	0	0	0	0	-2	1	-2	1	0	-2	1	-2	1	0
0	0	0	0	6	-12	0	0	-3	-3	6	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-6	12	0	0	3	3	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-16	2	-4	8	2	5	-1	-4	-4	0	0	0	0	0	0	2	-1	2	-1	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	16	-2	4	-8	-2	-5	1	4	4	0	0	0	0	0	0	-2	1	-2	1	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2i2	-i2	2i2	-i2	0	-2i2	i2	-2i2	i2	0
2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2i2	i2	-2i2	i2	0	2i2	-i2	2i2	-i2	0
0	0	0	-12	0	-12	0	-3	-3	3	-3	3	0	0	0	4	1	-2	0	0	0	0	0	0	0	2	-1	-2	1	0	2	-1	-2	1	0
0	0	0	12	0	12	0	3	3	-3	3	-3	0	0	0	-4	-1	2	0	0	0	0	0	0	0	-2	1	2	-1	0	-2	1	2	-1	0
0	0	0	-12	0	-12	0	-3	-3	3	-3	3	0	0	0	-4	-1	2	0	0	0	0	0	0	0	2	-1	2	-1	0	2	-1	2	-1	0
0	0	0	12	0	12	0	3	3	-3	3	-3	0	0	0	4	1	-2	0	0	0	0	0	0	0	-2	1	-2	1	0	-2	1	-2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-16	-4	8	8	2	8	2	-10	-4	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	16	4	-8	-8	-2	-8	-2	10	4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-4	5	11	-1	5	-7	-1	-7	2	0	0	0	-4	2	-1	-1	-1	2	-1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	4	-5	-11	1	-5	7	1	7	-2	0	0	0	4	-2	1	1	1	-2	1	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-20	1	1	-11	7	1	1	1	-2	0	0	0	-4	2	-1	1	1	-2	1	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	20	-1	-1	11	-7	-1	-1	-1	2	0	0	0	4	-2	1	-1	-1	2	-1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2i2	-i2	-2i2	i2	0	-2i2	i2	2i2	-i2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2i2	i2	2i2	-i2	0	2i2	-i2	-2i2	i2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



Auch bei dieser Gruppe ist der Normalteilerverband verzweigungsfrei. Die Hauptfaktoren sind — wie die Kompositionsstruktur angibt — von Ordnung 2, 3, 2^2, 2, 3^2, 3, 2^6, 2, 3^8 sowie 3 (in absteigender Reihenfolge); die Kommutatorreihe G, G', ... geht jeweils nur einen Kompositionfaktor herunter, hat also Länge 10.

Der Permutationscharakter in Fi_{23} ist: 1a +30888aa +106743aa +812889a +5533110a +7468032a +8783424a +12077208aaa +20322225a +26838240a +37573536aa +58708650a +73531392a +216154575a +216770400aa +289103904a

B.9 $Fi_{23}M8$

$3^3.3.3^3.3^3.(2 \times L_3(3))$

;	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
	6	5509	122	944	944	944	314	39	178	188	314	34	34	34	7	7	3	3	3	3	3	1	1	1	1					78	78	78	78	78	78
63	238	368	168	82	192	784	784	784	928	366	496	128	928	992	992	992	776	776	888	888	888	888	888	296	296	296	296	432	324	162	216	732	732	732	732	732	732
p	power		A		A	A	A	A	A	A	A	AA	DA	CA	EA	A	A	DB	CB	EB	AB	AC	BC	CC	DC	EC	FC	FB	GB	AI	A	A	A	A	A	A
p'	part		A		A	A	A	A	A	A	A	AA	DA	CA	EA	A	A	DB	CB	EB	AB	AC	BC	CC	DC	EC	FC	FB	GB	AC	A	A	A	A	A	A
ind		1A	3A		3B	3C	3D	3E	3F	3G	9A	2A	6A	6B	6C	6D	2B	2C	6E	6F	6G	6H	6I	6J	6K	6L	6M	6N	6O	6P	18A	3H	3I	3J	3K	3L	3M
+		1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+		12	12		12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3
+		13	13		13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	4	4	4	4	4	4	4
o		16	16		16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
o		16	16		16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
o		16	16		16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
o		16	16		16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
+		26	26		26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
o		26	26		26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
o		26	26		26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
+		27	27		27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0
+		39	39		39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	3	3	3	3	3	3	3
+		1	1		1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1
+		12	12		12	12	12	12	12	12	12	-12	-12	-12	-12	-12	-4	4	-4	-4	-4	-4	4	4	4	4	4	4	-4	-4	4	3	3	3	3	3	3
+		13	13		13	13	13	13	13	13	13	-13	-13	-13	-13	-13	3	-3	3	3	3	3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	3	3	-3	4	4	4	4	4	4
o		16	16		16	16	16	16	16	16	16	-16	-16	-16	-16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2
o		16	16		16	16	16	16	16	16	16	-16	-16	-16	-16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2
o		16	16		16	16	16	16	16	16	16	-16	-16	-16	-16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2
o		16	16		16	16	16	16	16	16	16	-16	-16	-16	-16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2
+		26	26		26	26	26	26	26	26	26	-26	-26	-26	-26	-26	-2	2	-2	-2	-2	2	2	2	2	2	2	-2	-2	-2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1
o		26	26		26	26	26	26	26	26	26	-26	-26	-26	-26	-26	2	-2	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	-2	-1	-1	-1	-1	-1	-1
o		26	26		26	26	26	26	26	26	26	-26	-26	-26	-26	-26	2	-2	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	-2	-1	-1	-1	-1	-1	-1
+		27	27		27	27	27	27	27	27	27	-27	-27	-27	-27	-27	-3	3	-3	-3	-3	3	3	3	3	3	3	-3	-3	3	0	0	0	0	0	0	0
+		39	39		39	39	39	39	39	39	39	-39	-39	-39	-39	-39	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	3	3	3	3	3	3
+		26	26		26	26	26	26	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	-8	2	-8	-8	-8	-8	2	2	2	2	2	-1	1	1	-1	8	8	8	8	8	8
+		26	26		26	26	26	26	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	8	2	8	8	8	8	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	8	8	8	8	8	8
+		52	52		52	52	52	52	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	4	4	4	4	4	-2	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
o		52	52		52	52	52	52	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	-4	0	0	0	0	-4	-4	-4	-4	-4	2	0	0	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
o		52	52		52	52	52	52	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	-4	0	0	0	0	-4	-4	-4	-4	-4	2	0	0	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
+		78	78		78	78	78	78	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	-8	6	-8	-8	-8	-8	6	6	6	6	6	-3	1	1	-3	6	6	6	6	6	6
+		78	78		78	78	78	78	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	8	6	8	8	8	8	6	6	6	6	6	-3	-1	-1	-3	6	6	6	6	6	6
+	104	104		104	104	104	104	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	-8	0	0	0	0	-8	-8	-8	-8	-8	-8	4	0	0	4	14	14	14	14	14	14
+	208	208		208	208	208	208	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	-16	0	-16	-16	-16	-16	0	0	0	0	0	0	2	2	0	10	10	10	10	10	10
+	208	208		208	208	208	208	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	16	0	16	16	16	16	0	0	0	0	0	0	-2	-2	0	10	10	10	10	10	10
+	416	416		416	416	416	416	-16	-16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-16	-16	-16	-16	-16	-16
+		78	78		78	-3	-3	-3	6	6	-3	-26	-26	1	1	1	6	-2	-3	-3	-3	6	-2	-2	1	1	1	-2	0	0	1	15	15	15	-3	-3	-3
+		78	78		78	-3	-3	-3	6	6	-3	-26	-26	1	1	1	6	-2	-3	-3	-3	6	-2	-2	1	1	1	-2	0	0	1	-3	-3	-3	6	6	6
+		78	78		78	-3	-3	-3	6	6	-3	-26	-26	1	1	1	6	-2	-3	-3	-3	6	-2	-2	1	1	1	-2	0	0	1	6	6	6	15	15	15
+		78	78		78	-3	-3	-3	6	6	-3	26	26	-1	-1	-1	-6	-2	3	3	3	-6	-2	-2	1	1	1	-2	0	0	1	15	15	15	-3	-3	-3
+		78	78		78	-3	-3	-3	6	6	-3	26	26	-1	-1	-1	-6	-2	3	3	3	-6	-2	-2	1	1	1	-2	0	0	1	-3	-3	-3	6	6	6
+		78	78		78	-3	-3	-3	6	6	-3	26	26	-1	-1	-1	-6	-2	3	3	3	-6	-2	-2	1	1	1	-2	0	0	1	6	6	6	15	15	15
+	156	156		156	-6	-6	-6	12	12	-6	-52	-52	2	2	2	-12	4	6	6	6	-12	4	4	-2	-2	-2	4	0	0	-2	12	12	12	3	3	3
+	156	156		156	-6	-6	-6	12	12	-6	-52	-52	2	2	2	-12	4	6	6	6	-12	4	4	-2	-2	-2	4	0	0	-2	21	21	21	12	12	12
+	156	156		156	-6	-6	-6	12	12	-6	-52	-52	2	2	2	-12	4	6	6	6	-12	4	4	-2	-2	-2	4	0	0	-2	3	3	3	21	21	21
+	156	156		156	-6	-6	-6	12	12	-6	52	52	-2	-2	-2	12	4	-6	-6	-6	12	4	4	-2	-2	-2	4	0	0	-2	12	12	12	3	3	3
+	156	156		156	-6	-6	-6	12	12	-6	52	52	-2	-2	-2	12	4	-6	-6	-6	12	4	4	-2	-2	-2	4	0	0	-2	21	21	21	12	12	12
+	156	156		156	-6	-6	-6	12	12	-6	52	52	-2	-2	-2	12	4	-6	-6	-6	12	4	4	-2	-2	-2	4	0	0	-2	3	3	3	21	21	21
+	234	234		234	-9	-9	-9	18	18	-9	-78	-78	3	3	3	18	-6	-9	-9	-9	18	-6	-6	3	3	3	-6	0	0	3	18	18	18	18	18	18
+	234	234		234	-9	-9	-9	18	18	-9	78	78	-3	-3	-3	-18	-6	9	9	9	-18	-6	-6	3	3	3	-6	0	0	3	18	18	18	18	18	18
+	468	468		468	-18	-18	-18	-18	-18	9	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	4	4	-2	-2	-2	-2	0	0	1	-18	-18	-18	-18	-18	-18
+	468	468		468	-18	-18	-18	-18	-18	9	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	4	4	-2	-2	-2	-2	0	0	1	36	36	36	-18	-18	-18
+	468	468		468	-18	-18	-18	-18	-18	9	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	4	4	-2	-2	-2	-2	0	0	1	-18	-18	-18	36	36	36
+	624	624		624	-24	-24	-24	48	48	-24	-208	-208	8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	12	12	-24	-24	-24
+	624	624		624	-24	-24	-24	48	48	-24	-208	-208	8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-24	-24	-24	-6	-6	-6
+	624	624		624	-24	-24	-24	48	48	-24	-208	-208	8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	-6	12	12	12
+	624	624		624	-24	-24	-24	48	48	-24	208	208	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	12	12	-24	-24	-24
+	624	624		624	-24	-24	-24	48	48	-24	208	208	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-24	-24	-24	-6	-6	-6
+	624	624		624	-24	-24	-24	48	48	-24	208	208	-8	-8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	12	12	12
+	936	936		936	-36	-36	-36	-36	-36	18	0	0	0	0	0	0	-8	0	0	0	0	0	-8	-8	4	4	4	4	0	0	-2	18	18	18	-36	-36	-36
+	936	936		936	-36	-36	-36	-36	-36	18	0	0	0	0	0	0	-8	0	0	0	0	0	-8	-8	4	4	4	4	0	0	-2	-36	-36	-36	18	18	18
+	936	936		936	-36	-36	-36	-36	-36	18	0	0	0	0	0	0	-8	0	0	0	0	0	-8	-8	4	4	4	4	0	0	-2	18	18	18	18	18	18
+	1404	1404		1404	-54	-54	-54	-54	-54	27	0	0	0	0	0	0	12	0	0	0	0	0	12	12	-6	-6	-6	-6	0	0	3	0	0	0	0	0	0
+		54	54		-27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	0	0	0	6	-3	0	0	0	0	0	0	0	18	18	18	0	0	0
+	648	648		-324	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24	0	0	0	0	24	-12	0	0	0	0	0	0	0	54	54	54	0	0	0
+	702	702		-351	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-18	0	0	0	0	-18	9	0	0	0	0	0	0	0	72	72	72	0	0	0
o	864	864		-432	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-36	-36	-36	0	0	0
o	864	864		-432	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-36	-36	-36	0	0	0
o	864	864		-432	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-36	-36	-36	0	0	0
o	864	864		-432	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-36	-36	-36	0	0	0
+14	041	404		-702	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0	0	0	0	12	-6	0	0	0	0	0	0	0	-18	-18	-18	0	0	0
o14	041	404		-702	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-12	0	0	0	0	-12	6	0	0	0	0	0	0	0	-18	-18	-18	0	0	0
o14	041	404		-702	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-12	0	0	0	0	-12	6	0	0	0	0	0	0	0	-18	-18	-18	0	0	0
+14	581	458		-729	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	0	0	0	0	18	-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+21	062	106	-1053	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	0	0	0	0	0	-6	3	0	0	0	0	0	0	0	54	54	54	0	0	0
+	702	-27	0	-27	0	27	0	0	0	78	-3	6	-3	-3	6	6	6	-3	-3	-3	-3	0	-3	0	3	0	0	0	0	0	-27	27	0	-9	45	18	
+	702	-27	0	-27	0	27	0	0	0	-78	3	-6	3	3	-6	6	-6	3	3	3	-3	0	-3	0	3	0	0	0	0	0	-27	27	0	-9	45	18	
+	702	-27	0	-27	0	27	0	0	0	78	-3	6	-3	-3	6	6	6	-3	-3	-3	-3	0	-3	0	3	0	0	0	0	0	0	-27	27	18	-9	45	
+	702	-27	0	-27	0	27	0	0	0	-78	3	-6	3	3	-6	6	-6	3	3	3	-3	0	-3	0	3	0	0	0	0	0	0	-27	27	18	-9	45	
+	702	-27	0	27	-27	0	72	-9	0	-234	9	9	9	-18	-2	6	1	1	-2	1	-3	0	3	-3	0	0	-2	1	0	-27	27	0	27	0	-27		
+	702	-27	0	27	-27	0	72	-9	0	234	-9	-9	-9	18	2	6	-1	-1	2	-1	-3	0	3	-3	0	0	2	-1	0	-27	27	0	27	0	-27		
+	702	-27	0	27	-27	0	72	-9	0	-234	9	9	9	-18	-2	6	1	1	-2	1	-3	0	3	-3	0	0	-2	1	0	0	-27	27	-27	27	0		
+	702	-27	0	27	-27	0	72	-9	0	234	-9	-9	-9	18	2	6	-1	-1	2	-1	-3	0	3	-3	0	0	2	-1	0	0	-27	27	-27	27	0		
+	702	-27	0	-27	0	27	0	0	0	78	-3	6	-3	-3	6	6	6	-3	-3	-3	-3	0	-3	0	3	0	0	0	0	0	27	0	-27	45	18	-9	
+	702	-27	0	-27	0	27	0	0	0	-78	3	-6	3	3	-6	6	-6	3	3	3	-3	0	-3	0	3	0	0	0	0	0	27	0	-27	45	18	-9	

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
26	26	26	13	13	1	8	8	8	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1															1	
244	244	244	122	122	458	748	748	748	916	916	916	916	916	916	458	458	458	458	486	486	486	162	486	162	486	486	486	243	162	162	162	54	54	27	296	144
A	A	A	A	A	A	MA	LA	KA	OA	PA	NA	IA	HA	JA	RA	A	A	A	A	E	E	E	CA	A	TA	A	A	E	E	C	HA	IA	JD	LC	A	C	C
A	A	A	A	A	A	MA	LA	KA	OA	PA	NA	IA	HA	JA	RA	A	A	A	A	A	A	A	CA	A	TA	A	A	A	A	A	HA	IA	JA	LA	A	A	A
3N	3O	3P	3Q	3R	3S	6Q	6R	6S	6T	6U	6V	6W	6X	6Y	6Z	9B	9C	9D	9E	9F	9G	18B	3T	6A1	9H	9I	9J	9K	9L	18C	18D	18E	18F	27A	4A	4B
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	2	2
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
3	3	3	3	3	3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	3	3	3	3	3	3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	4	4	4	4	4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	4	4	4	4	4	4	-4	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1
-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	0	0
-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	0	0
-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	0	0
-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	2	-2
-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1
3	3	3	3	3	3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	3	3	3	3	3	3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1
8	8	8	8	8	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	8	-1	-1	-1	-1	0	2	0	2	2	2	2	2	0	0	0	0	-1	2	0
8	8	8	8	8	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	8	-1	-1	-1	-1	0	2	0	2	2	2	2	2	0	0	0	0	-1	2	0
-2	-2	-2	-2	-2	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	-2	7	-2	-2	-2	0	-2	0	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	1	4	0
-2	-2	-2	-2	-2	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	-2	7	-2	-2	-2	0	-2	0	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	1	0	0
-2	-2	-2	-2	-2	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	-2	7	-2	-2	-2	0	-2	0	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	1	0	0
6	6	6	6	6	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	0
6	6	6	6	6	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	0
14	14	14	14	14	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	14	5	-4	-4	-4	0	2	0	2	2	2	2	2	0	0	0	0	-1	0	0
10	10	10	10	10	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	10	-8	1	1	1	0	-2	0	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	1	0	0
10	10	10	10	10	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	10	-8	1	1	1	0	-2	0	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	1	0	0
-16	-16	-16	-16	-16	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	-16	2	2	2	2	0	2	0	2	2	2	2	2	0	0	0	0	-1	0	0
6	6	6	15	-3	-3	1	1	1	-8	-8	-8	1	1	1	1	6	-3	-3	0	0	0	1	-3	1	-3	-3	3	3	3	0	1	1	1	-2	0	2
15	15	15	-3	6	-3	-8	-8	-8	1	1	1	1	1	1	-8	-3	-3	6	0	0	0	1	0	-2	0	0	-3	-3	3	-2	-2	1	1	0	2	2
-3	-3	-3	6	15	6	1	1	1	1	1	1	-8	-8	-8	1	-3	-3	-3	0	0	0	1	3	1	3	3	0	0	-3	1	1	-2	1	0	2	2
6	6	6	15	-3	-3	-1	-1	-1	8	8	8	-1	-1	-1	-1	6	-3	-3	0	0	0	-1	-3	-1	-3	-3	3	3	0	-1	-1	-1	2	0	2	-2
15	15	15	-3	6	-3	8	8	8	-1	-1	-1	-1	-1	-1	8	-3	-3	6	0	0	0	-1	0	2	0	0	-3	-3	3	2	2	-1	-1	0	2	-2
-3	-3	-3	6	15	6	-1	-1	-1	-1	-1	-1	8	8	8	-1	-3	-3	-3	0	0	0	-1	3	-1	3	3	0	0	-3	-1	-1	2	-1	0	2	-2
21	21	21	12	3	-6	-7	-7	-7	-7	-7	-7	2	2	2	-7	3	-6	3	0	0	0	2	-3	-1	-3	-3	0	0	3	-1	-1	2	-1	0	0	0
3	3	3	21	12	3	2	2	2	-7	-7	-7	-7	-7	-7	2	3	-6	-6	0	0	0	2	0	2	0	0	3	3	-3	2	2	-1	-1	0	0	0
12	12	12	3	21	3	-7	-7	-7	2	2	2	-7	-7	-7	-7	-6	-6	3	0	0	0	2	3	-1	3	3	-3	-3	0	-1	-1	-1	2	0	0	0
21	21	21	12	3	-6	7	7	7	7	7	7	-2	-2	-2	7	3	-6	3	0	0	0	-2	-3	1	-3	-3	0	0	3	1	1	-2	1	0	0	0
3	3	3	21	12	3	-2	-2	-2	7	7	7	7	7	7	-2	3	-6	-6	0	0	0	-2	0	-2	0	0	3	3	-3	-2	-2	1	1	0	0	0
12	12	12	3	21	3	7	7	7	-2	-2	-2	7	7	7	7	-6	-6	3	0	0	0	-2	3	1	3	3	-3	-3	0	1	1	1	-2	0	0	0
18	18	18	18	18	0	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	0	-9	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2
18	18	18	18	18	0	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	0	-9	0	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	2
36	36	36	-18	-18	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0
-18	-18	-18	36	-18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0
-18	-18	-18	-18	36	-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0
-6	-6	-6	12	-24	-6	8	8	8	-10	-10	-10	8	8	8	8	12	3	-6	0	0	0	-1	3	-1	3	3	-3	-3	0	-1	-1	-1	2	0	0	0
12	12	12	-24	-6	-6	-10	-10	-10	8	8	8	8	8	8	-10	-6	3	12	0	0	0	-1	0	2	0	0	3	3	-3	2	2	-1	-1	0	0	0
-24	-24	-24	-6	12	12	8	8	8	8	8	8	-10	-10	-10	8	-6	3	-6	0	0	0	-1	-3	-1	-3	-3	0	0	3	-1	-1	2	-1	0	0	0
-6	-6	-6	12	-24	-6	-8	-8	-8	10	10	10	-8	-8	-8	-8	12	3	-6	0	0	0	1	3	1	3	3	-3	-3	0	1	1	1	-2	0	0	0
12	12	12	-24	-6	-6	10	10	10	-8	-8	-8	-8	-8	-8	10	-6	3	12	0	0	0	1	0	-2	0	0	3	3	-3	-2	-2	1	1	0	0	0
-24	-24	-24	-6	12	12	-8	-8	-8	-8	-8	-8	10	10	10	-8	-6	3	-6	0	0	0	1	-3	1	-3	-3	0	0	3	1	1	-2	1	0	0	0
18	18	18	18	-36	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	18	18	-36	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-36	-36	-36	18	18	-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	0
0	0	0	-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-3	0	0	0	0	0	0	6	0
0	0	0	-27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-3	0	0	0	0	0	0	6	0
0	0	0	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	3	0	0	0	0	0	12	0
0	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	3	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	3	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	0
0	0	0	-27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	0
-9	18	-9	0	-9	0	6	-3	15	6	-3	-3	-3	-3	6	-3	0	0	0	0	0	0	0	-3	3	6	-3	0	0	0	0	-3	0	0	0	6	-2
-9	18	-9	0	-9	0	-6	3	-15	-6	3	3	3	-6	3	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	6	-3	0	0	0	0	3	0	0	0	6	2
-9	-9	18	0	-9	0	-3	15	6	-3	6	-3	-3	6	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	6	0	-3	-3	0	0	0	-3	3	0	0	0	6	-2
-9	-9	18	0	-9	0	3	-15	-6	3	-6	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	-3	-3	0	0	0	3	-3	0	0	0	6	2
-9	-9	18	0	0	0	9	-18	9	-9	0	9	-9	9	0	0	0	0	0	-3	-3	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-2
-9	-9	18	0	0	0	-9	18	-9	9	0	-9	9	-9	0	0	0	0	0	-3	-3	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	2
18	-9	-9	0	0	-18	9	9	9	-9	0	9	0	-9	0	0	0	0	0	-3	6	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-2
18	-9	-9	0	0	18	-9	-9	-9	9	0	-9	0	9	0	0	0	0	0	-3	6	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	2
18	-9	-9	0	0	15	6	-3	-3	-3	6	6	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	6	0	0	0	-3	0	0	0	0	6	-2
18	-9	-9	0	-9	0	-15	-6	3	3	3	-6	-6	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	-3	3	-3	6	0	0	0	-3	0	0	0	0	6	2

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
648	216	216	216	216	72	72	72	72	72	36	972	972	972	324	324	324	324	324	324	324	324	324	324	324	324	324	324	324	162	54	54	54	54	54	54	48
IA	JA	KA	MA	LA	NA	MB	LB	KB	IB	AA	JC	HC	IC	NC	OC	PC	OB	PB	NB	KC	MC	LC	MB	KB	LB	JB	IB	HB	QC	SC	EG	GG	FG	BI	DI	A
AA	BA	CA	EA	DA	FA	EB	DB	CB	AB	AA	JC	HC	IC	NC	OC	PC	OB	PB	NB	KC	MC	LC	MB	KB	LB	JB	IB	HB	QC	SC	EB	GB	FB	BC	DC	A
12A	12B	12C	12D	12E	12F	12G	12H	12I	12J	36A	6B1	6C1	6D1	6E1	6F1	6G1	6H1	6I1	6J1	6K1	6L1	6M1	6N1	6O1	6P1	6Q1	6R1	6S1	6T1	6U1	18G	18H	18I	18J	18K	8A
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	i2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-i2
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1
1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-i2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	i2
-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1
2	2	2	2	2	-1	0	0	0	0	-1	2	2	2	2	2	2	-2	-2	-2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	-1	1	1	1	-1	-1	0
2	2	2	2	2	-1	0	0	0	0	-1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
4	4	4	4	4	-2	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	-2	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	0	0	0	2	2	2	0	0	0	0	0	0	2	-1	0	0	0	-1	-1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	0	0	0	2	2	2	0	0	0	0	0	0	2	-1	0	0	0	-1	-1	0
-2	-2	-2	-2	-2	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	1	1	1	0	0	0
-2	-2	-2	-2	-2	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2	2	2	0	0	0	2	2	2	2	2	2	0	0	-1	-1	-1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	-2	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	0	0	0	2	2	2	2	2	2	0	0	-1	-1	-1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	-1	-1	-1	2	-1	-1	-1	2	-1	1	1	1	-2	-2	-2	0	0	0	1	1	1	-3	-3	-3	3	3	3	1	1	0	0	0	-2	1	0
2	2	-1	-1	-1	2	-1	-1	-1	2	-1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	-2	-2	-2	0	0	0	-3	-3	-3	1	1	0	0	0	1	-2	0
2	2	-1	-1	-1	2	-1	-1	-1	2	-1	-2	-2	-2	1	1	1	-3	-3	-3	1	1	1	3	3	3	0	0	0	-2	-2	0	0	0	1	1	0
2	2	-1	-1	-1	2	1	1	1	-2	-1	1	1	1	-2	-2	-2	0	0	0	1	1	1	3	3	3	-3	-3	-3	1	1	0	0	0	-2	1	0
2	2	-1	-1	-1	2	1	1	1	-2	-1	1	1	1	1	1	1	-3	-3	-3	-2	-2	-2	0	0	0	3	3	3	1	1	0	0	0	1	-2	0
2	2	-1	-1	-1	2	1	1	1	-2	-1	-2	-2	-2	1	1	1	3	3	3	1	1	1	-3	-3	-3	0	0	0	-2	-2	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	1	1	1	-3	-3	-3	1	1	1	3	3	3	0	0	0	-2	-2	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	3	3	3	-2	-2	-2	0	0	0	-3	-3	-3	1	1	0	0	0	1	-2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-2	-2	-2	0	0	0	1	1	1	-3	-3	-3	3	3	3	1	1	0	0	0	-2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	1	1	1	3	3	3	1	1	1	-3	-3	-3	0	0	0	-2	-2	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	-3	-3	-3	-2	-2	-2	0	0	0	3	3	3	1	1	0	0	0	1	-2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-2	-2	-2	0	0	0	1	1	1	3	3	3	-3	-3	-3	1	1	0	0	0	-2	1	0
-2	-2	1	1	1	-2	1	1	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	1	1	1	-2	-1	-1	-1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	4	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	1	-2	-2	-2	4	4	4	0	0	0	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	-2	1	0	0	0	-2	1	0
4	4	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	1	4	4	4	-2	-2	-2	0	0	0	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	4	-2	0	0	0	1	1	0
4	4	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	4	4	4	0	0	0	0	0	0	-2	1	0	0	0	1	-2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	4	4	4	0	0	0	0	0	0	-2	1	0	0	0	1	-2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	-2	-2	-2	0	0	0	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	4	-2	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	4	4	4	0	0	0	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	-2	1	0	0	0	-2	1	0
-4	-4	2	2	2	2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	0
6	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	-2i2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	2i2
-6	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2
-6	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	2
-3	0	-3	3	0	0	1	-2	1	1	0	6	-3	-3	-3	0	3	0	-3	3	-3	0	3	0	-3	3	0	3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	0	-3	3	0	0	-1	2	-1	-1	0	6	-3	-3	-3	0	3	0	3	-3	-3	0	3	0	3	-3	0	-3	3	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	0	-3	3	0	0	1	-2	1	1	0	-3	6	-3	3	-3	0	3	0	-3	0	3	-3	3	0	-3	3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	0	-3	3	0	0	-1	2	-1	-1	0	-3	6	-3	3	-3	0	-3	0	3	0	3	-3	-3	0	3	-3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	0	3	0	-3	0	-2	1	1	1	0	6	-3	-3	3	-3	0	1	-2	1	3	-3	0	1	1	-2	-2	1	1	0	0	1	-2	1	0	0	0
-3	0	3	0	-3	0	2	-1	-1	-1	0	6	-3	-3	3	-3	0	-1	2	-1	3	-3	0	-1	-1	2	2	-1	-1	0	0	-1	2	-1	0	0	0
-3	0	3	0	-3	0	-2	1	1	1	0	-3	6	-3	0	3	-3	1	1	-2	-3	0	3	-2	1	1	1	1	-2	0	0	1	1	-2	0	0	0
-3	0	3	0	-3	0	2	-1	-1	-1	0	-3	6	-3	0	3	-3	-1	-1	2	-3	0	3	2	-1	-1	-1	-1	2	0	0	-1	-1	2	0	0	0
-3	0	-3	3	0	0	1	-2	1	1	0	-3	-3	6	0	3	-3	-3	3	0	3	-3	0	-3	3	0	-3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	0	-3	3	0	0	-1	2	-1	-1	0	-3	-3	6	0	3	-3	3	-3	0	3	-3	0	3	-3	0	3	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
48	24	24	48	48	24	24	78	26	39	78	26	39	78	26	39	78	26	39
A	FB	BA	A	A	FD	BC	A	CA	AB	A	DA	BB	A	BA	CB	A	AA	DB
A	FB	BA	A	A	FD	BC	A	AA	AB	A	BA	BB	A	CA	CB	A	DA	DB
8B	24A	24B	C**	D**	C**	D**	13A	26A	39A	B**	B**	B**	C*2	C**11	C*2	D**5	D**5	D**5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	A	A	A	/A	/A	/A	B	B	B	/B	/B	/B
0	0	0	0	0	0	0	/A	/A	/A	A	A	A	/B	/B	/B	B	B	B
0	0	0	0	0	0	0	/B	/B	/B	B	B	B	A	A	A	/A	/A	/A
0	0	0	0	0	0	0	B	B	B	/B	/B	/B	/A	/A	/A	A	A	A
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i2	i2	i2	-i2	-i2	-i2	-i2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-i2	-i2	-i2	i2	i2	i2	i2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1
0	0	0	0	0	0	0	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	1	-1	-1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	A	-A	A	/A	-/A	/A	B	-B	B	/B	-/B	/B
0	0	0	0	0	0	0	/B	-/B	/B	B	-B	B	A	-A	A	/A	-/A	/A
0	0	0	0	0	0	0	/A	-/A	/A	A	-A	A	/B	-/B	/B	B	-B	B
0	0	0	0	0	0	0	B	-B	B	/B	-/B	/B	/A	-/A	/A	A	-A	A
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i2	i2	-i2	i2	-i2	-i2	i2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-i2	-i2	i2	-i2	i2	i2	-i2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1
-1	-1	1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	1	0	0	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-1	0	0	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2i2	i2	0	0	2i2	-i2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2i2	-i2	0	0	-2i2	i2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-1	0	0	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	1	0	0	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-1	2	0	0	-1	2	0	-1	2	0	-1	2	0	-1	2	0	-1
0	0	0	0	0	0	0	-2	0	1	-2	0	1	-2	0	1	-2	0	1
0	0	1	-2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	C	0	-A	/C	0	-/A	D	0	-B	/D	0	-/B
0	0	0	0	0	0	0	/D	0	-/B	D	0	-B	C	0	-A	/C	0	-/A
0	0	0	0	0	0	0	/C	0	-/A	C	0	-A	/D	0	-/B	D	0	-B
0	0	0	0	0	0	0	D	0	-B	/D	0	-/B	/C	0	-/A	C	0	-A
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	i2	2i2	0	0	-i2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-i2	-2i2	0	0	i2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	-2	0	0	1	2	0	-1	2	0	-1	2	0	-1	2	0	-1
0	0	-1	2	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

+ 702	-27	0	27	-27	0	72	-9	0	-234	9	9	9	-18	-2	6	1	1	-2	1	-3	0	3	-3	0	0	-2	1	0	27	0	-27	0	-27	27
+ 702	-27	0	27	-27	0	72	-9	0	234	-9	-9	-9	18	2	6	-1	-1	2	-1	-3	0	3	-3	0	0	2	-1	0	27	0	-27	0	-27	27
+1404	-54	0	-54	0	54	0	0	0	156	-6	12	-6	-6	-12	-12	-12	6	6	6	6	0	6	0	-6	0	0	0	0	27	-27	0	63	9	36
+1404	-54	0	-54	0	54	0	0	0	-156	6	-12	6	6	12	-12	12	-6	-6	-6	6	0	6	0	-6	0	0	0	0	27	-27	0	63	9	36
+1404	-54	0	-54	0	54	0	0	0	156	-6	12	-6	-6	-12	-12	-12	6	6	6	6	0	6	0	-6	0	0	0	0	0	27	-27	36	63	9
+1404	-54	0	-54	0	54	0	0	0	-156	6	-12	6	6	12	-12	12	-6	-6	-6	6	0	6	0	-6	0	0	0	0	0	27	-27	36	63	9
+1404	-54	0	54	-54	0	144	-18	0	-468	18	18	18	-36	4	-12	-2	-2	4	-2	6	0	-6	6	0	0	4	-2	0	27	-27	0	-27	0	27
+1404	-54	0	54	-54	0	144	-18	0	468	-18	-18	-18	36	-4	-12	2	2	-4	2	6	0	-6	6	0	0	-4	2	0	27	-27	0	-27	0	27
+1404	-54	0	54	-54	0	144	-18	0	-468	18	18	18	-36	4	-12	-2	-2	4	-2	6	0	-6	6	0	0	4	-2	0	0	27	-27	27	-27	0
+1404	-54	0	54	-54	0	144	-18	0	468	-18	-18	-18	36	-4	-12	2	2	-4	2	6	0	-6	6	0	0	-4	2	0	0	27	-27	27	-27	0
+1404	-54	0	-54	0	54	0	0	0	156	-6	12	-6	-6	-12	-12	-12	6	6	6	6	0	6	0	-6	0	0	0	0	-27	0	27	9	36	63
+1404	-54	0	-54	0	54	0	0	0	-156	6	-12	6	6	12	-12	12	-6	-6	-6	6	0	6	0	-6	0	0	0	0	-27	0	27	9	36	63
+1404	-54	0	54	-54	0	144	-18	0	-468	18	18	18	-36	4	-12	-2	-2	4	-2	6	0	-6	6	0	0	4	-2	0	-27	0	27	0	27	-27
+1404	-54	0	54	-54	0	144	-18	0	468	-18	-18	-18	36	-4	-12	2	2	-4	2	6	0	-6	6	0	0	-4	2	0	-27	0	27	0	27	-27
+2106	-81	0	0	81	-81	0	0	0	234	-9	-9	18	-9	-6	-6	3	-6	3	3	3	0	0	-3	3	0	0	0	0	-27	54	-27	-27	-27	54
+2106	-81	0	0	81	-81	0	0	0	-234	9	9	-18	9	6	-6	-3	6	-3	-3	3	0	0	-3	3	0	0	0	0	-27	54	-27	-27	-27	54
+2106	-81	0	0	81	-81	0	0	0	234	-9	-9	18	-9	-6	-6	3	-6	3	3	3	0	0	-3	3	0	0	0	0	-27	-27	54	54	-27	-27
+2106	-81	0	0	81	-81	0	0	0	-234	9	9	-18	9	6	-6	-3	6	-3	-3	3	0	0	-3	3	0	0	0	0	-27	-27	54	54	-27	-27
+2106	-81	0	0	81	-81	0	0	0	234	-9	-9	18	-9	-6	-6	3	-6	3	3	3	0	0	-3	3	0	0	0	0	54	-27	-27	-27	54	-27
+2106	-81	0	0	81	-81	0	0	0	-234	9	9	-18	9	6	-6	-3	6	-3	-3	3	0	0	-3	3	0	0	0	0	54	-27	-27	-27	54	-27
+2106	-81	0	-81	0	81	0	0	0	234	-9	18	-9	-9	18	18	18	-9	-9	-9	-9	0	-9	0	9	0	0	0	0	0	0	0	54	54	54
+2106	-81	0	-81	0	81	0	0	0	-234	9	-18	9	9	-18	18	-18	9	9	9	-9	0	-9	0	9	0	0	0	0	0	0	0	54	54	54
+2106	-81	0	81	-81	0	216	-27	0	-702	27	27	27	-54	-6	18	3	3	-6	3	-9	0	9	-9	0	0	-6	3	0	0	0	0	0	0	0
+2106	-81	0	81	-81	0	216	-27	0	702	-27	-27	-27	54	6	18	-3	-3	6	-3	-9	0	9	-9	0	0	6	-3	0	0	0	0	0	0	0
+4212	-162	0	0	162	-162	0	0	0	468	-18	-18	36	-18	12	12	-6	12	-6	-6	-6	0	0	6	-6	0	0	0	0	27	27	-54	-54	27	27
+4212	-162	0	0	162	-162	0	0	0	468	-18	-18	36	-18	12	12	-6	12	-6	-6	-6	0	0	6	-6	0	0	0	0	-54	27	27	27	-54	27
+4212	-162	0	0	162	-162	0	0	0	-468	18	18	-36	18	-12	12	6	-12	6	6	-6	0	0	6	-6	0	0	0	0	-54	27	27	27	-54	27
+4212	-162	0	0	162	-162	0	0	0	-468	18	18	-36	18	-12	12	6	-12	6	6	-6	0	0	6	-6	0	0	0	0	27	27	-54	-54	27	27
+4212	-162	0	0	162	-162	0	0	0	468	-18	-18	36	-18	12	12	-6	12	-6	-6	-6	0	0	6	-6	0	0	0	0	27	-54	27	27	27	-54
+4212	-162	0	0	162	-162	0	0	0	-468	18	18	-36	18	-12	12	6	-12	6	6	-6	0	0	6	-6	0	0	0	0	27	-54	27	27	27	-54
+5616	-216	0	-216	0	216	0	0	0	624	-24	48	-24	-24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-54	54	-18	-72	36
+5616	-216	0	-216	0	216	0	0	0	-624	24	-48	24	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-54	54	-18	-72	36
+5616	-216	0	-216	0	216	0	0	0	624	-24	48	-24	-24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-54	54	0	-72	36	-18
+5616	-216	0	-216	0	216	0	0	0	-624	24	-48	24	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-54	54	0	-72	36	-18
+5616	-216	0	216	-216	0	-72	9	0	0	0	0	0	0	16	0	-8	-8	16	-8	0	0	0	0	0	0	-2	1	0	54	0	-54	0	-54	54
+5616	-216	0	216	-216	0	-72	9	0	0	0	0	0	0	-16	0	8	8	-16	8	0	0	0	0	0	0	2	-1	0	54	0	-54	0	-54	54
+5616	-216	0	216	-216	0	-72	9	0	0	0	0	0	0	16	0	-8	-8	16	-8	0	0	0	0	0	0	-2	1	0	0	-54	54	-54	54	0
+5616	-216	0	216	-216	0	-72	9	0	0	0	0	0	0	-16	0	8	8	-16	8	0	0	0	0	0	0	2	-1	0	0	-54	54	-54	54	0
+5616	-216	0	216	-216	0	-72	9	0	0	0	0	0	0	16	0	-8	-8	16	-8	0	0	0	0	0	0	-2	1	0	-54	54	0	54	0	-54
+5616	-216	0	216	-216	0	-72	9	0	0	0	0	0	0	-16	0	8	8	-16	8	0	0	0	0	0	0	2	-1	0	-54	54	0	54	0	-54
+5616	-216	0	-216	0	216	0	0	0	624	-24	48	-24	-24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	54	0	-54	36	-18	-72
+5616	-216	0	-216	0	216	0	0	0	-624	24	-48	24	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	54	0	-54	36	-18	-72
+6318	-243	0	0	243	-243	0	0	0	702	-27	-27	54	-27	-18	-18	9	-18	9	9	9	0	0	-9	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+6318	-243	0	0	243	-243	0	0	0	-702	27	27	-54	27	18	-18	-9	18	-9	-9	9	0	0	-9	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

-3	0	3	0	-3	0	-2	1	1	1	0	-3	-3	6	-3	0	3	-2	1	1	0	3	-3	1	-2	1	1	-2	1	0	0	-2	1	1	0	0	0
-3	0	3	0	-3	0	2	-1	-1	-1	0	-3	-3	6	-3	0	3	2	-1	-1	0	3	-3	-1	2	-1	-1	2	-1	0	0	2	-1	-1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-3	-3	-3	0	3	0	-3	3	-3	0	3	0	-3	3	0	3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-3	-3	-3	0	3	0	3	-3	-3	0	3	0	3	-3	0	-3	3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	6	-3	3	-3	0	3	0	-3	0	3	-3	3	0	-3	3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	6	-3	3	-3	0	-3	0	3	0	3	-3	-3	0	3	-3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-3	-3	3	-3	0	1	-2	1	3	-3	0	1	1	-2	-2	1	1	0	0	1	-2	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-3	-3	3	-3	0	-1	2	-1	3	-3	0	-1	-1	2	2	-1	-1	0	0	-1	2	-1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	6	-3	0	3	-3	1	1	-2	-3	0	3	-2	1	1	1	1	-2	0	0	1	1	-2	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	6	-3	0	3	-3	-1	-1	2	-3	0	3	2	-1	-1	-1	-1	2	0	0	-1	-1	2	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	6	0	3	-3	-3	3	0	3	-3	0	-3	3	0	-3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	6	0	3	-3	3	-3	0	3	-3	0	3	-3	0	3	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	6	-3	0	3	-2	1	1	0	3	-3	1	-2	1	1	-2	1	0	0	-2	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	6	-3	0	3	2	-1	-1	0	3	-3	-1	2	-1	-1	2	-1	0	0	2	-1	-1	0	0	0
-3	0	0	-3	3	0	1	1	-2	1	0	3	3	-6	-3	3	0	3	0	-3	3	0	-3	0	-3	3	-3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	0	0	-3	3	0	-1	-1	2	-1	0	3	3	-6	-3	3	0	-3	0	3	3	0	-3	0	3	-3	3	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	0	0	-3	3	0	1	1	-2	1	0	-6	3	3	0	-3	3	-3	3	0	0	-3	3	3	0	-3	0	3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	0	0	-3	3	0	-1	-1	2	-1	0	-6	3	3	0	-3	3	3	-3	0	0	-3	3	-3	0	3	0	-3	3	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	0	0	-3	3	0	1	1	-2	1	0	3	-6	3	3	0	-3	0	-3	3	-3	3	0	-3	3	0	3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	0	0	-3	3	0	-1	-1	2	-1	0	3	-6	3	3	0	-3	0	3	-3	-3	3	0	3	-3	0	-3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	3	-3	0	0	-1	2	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	3	-3	0	0	1	-2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	-3	0	3	0	2	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	-3	0	3	0	-2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	3	3	0	-3	3	-3	3	0	0	-3	3	3	0	-3	0	3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	-6	3	3	0	-3	0	-3	3	-3	3	0	-3	3	0	3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	-6	3	3	0	-3	0	3	-3	-3	3	0	3	-3	0	-3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	3	3	0	-3	3	3	-3	0	0	-3	3	-3	0	3	0	-3	3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-6	-3	3	0	3	0	-3	3	0	-3	0	-3	3	-3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-6	-3	3	0	-3	0	3	3	0	-3	0	3	-3	3	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	-2	-2	0	0	0	-2	4	-2	-2	4	-2	0	0	-2	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	2	2	0	0	0	2	-4	2	2	-4	2	0	0	2	-1	-1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	4	0	0	0	4	-2	-2	-2	-2	4	0	0	1	1	-2	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	-4	0	0	0	-4	2	2	2	2	-4	0	0	-1	-1	2	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	4	-2	0	0	0	-2	-2	4	4	-2	-2	0	0	1	-2	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	-4	2	0	0	0	2	2	-4	-4	2	2	0	0	-1	2	-1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	3	-3	0	-1	-1	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	3	-3	0	1	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

```
 -9  18  -9   0   0   0   9   9 -18   0   9  -9   0  -9   9   0   0   0   0   6  -3  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6  -2
 -9  18  -9   0   0   0  -9  -9  18   0  -9   9   0   9  -9   0   0   0   0   6  -3  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6   2
  9 -18   9   0 -18   0  12  21   3  -6   3   3   3   3  -6  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -3  -6   3   0   0   0   0   3   0   0   0   0   0
  9 -18   9   0 -18   0 -12 -21  -3   6  -3  -3  -3  -3   6   6   0   0   0   0   0   0   0   0   3   3  -6   3   0   0   0   0  -3   0   0   0   0   0
  9   9 -18   0 -18   0  21   3  12   3  -6   3   3  -6   3  -6   0   0   0   0   0   0   0   0  -6   0   3   3   0   0   0   3  -3   0   0   0   0   0
  9   9 -18   0 -18   0 -21  -3 -12  -3   6  -3  -3   6  -3   6   0   0   0   0   0   0   0   0  -6   0   3   3   0   0   0  -3   3   0   0   0   0   0
  9   9 -18   0   0   0  -9  18  -9   9   0  -9   9  -9   0   0   0   0   0   3   3  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  9   9 -18   0   0   0   9 -18   9  -9   0   9  -9   9   0   0   0   0   0   3   3  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-18   9   9   0   0   0  18  -9  -9  -9   9   0  -9   0   9   0   0   0   0   3  -6   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-18   9   9   0   0   0 -18   9   9   9  -9   0   9   0  -9   0   0   0   0   3  -6   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-18   9   9   0 -18   0   3  12  21   3   3  -6  -6   3   3  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   3   3   3  -6   0   0   0  -3   0   0   0   0   0   0
-18   9   9   0 -18   0  -3 -12 -21  -3  -3   6   6  -3  -3   6   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -3   3  -6   0   0   0   3   0   0   0   0   0   0
  9 -18   9   0   0   0  -9  -9  18   0  -9   9   0   9  -9   0   0   0   0  -6   3   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  9 -18   9   0   0   0   9   9 -18   0   9  -9   0  -9   9   0   0   0   0  -6   3   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 27 -27   0   0   0   0  18  -9  -9   9   0  -9   0   9  -9   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6  -2
 27 -27   0   0   0   0 -18   9   9  -9   0   9   0  -9   9   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6   2
  0  27 -27   0   0   0  -9  -9  18  -9   9   0   9  -9   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6  -2
  0  27 -27   0   0   0   9   9 -18   9  -9   0  -9   9   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6   2
-27   0  27   0   0   0  -9  18  -9   0  -9   9  -9   0   9   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6  -2
-27   0  27   0   0   0   9 -18   9   0   9  -9   9   0  -9   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6   2
  0   0   0   0 -27   0  18  18  18   0   0   0   0   0   0  -9   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6   2
  0   0   0   0 -27   0 -18 -18 -18   0   0   0   0   0   0   9   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6  -2
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6   2
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6  -2
  0 -27  27   0   0   0   9   9 -18   9  -9   0  -9   9   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 27   0 -27   0   0   0   9 -18   9   0   9  -9   9   0  -9   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 27   0 -27   0   0   0  -9  18  -9   0  -9   9  -9   0   9   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0 -27  27   0   0   0  -9  -9  18  -9   9   0   9  -9   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-27  27   0   0   0   0 -18   9   9  -9   0   9   0  -9   9   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-27  27   0   0   0   0  18  -9  -9   9   0  -9   0   9  -9   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-18 -18  36   0   9   0 -24  12  -6  -6  12  -6  -6  12  -6   3   0   0   0   0   0   0   0  -6   0   3   3   0   0   0   3  -3   0   0   0   0   0
-18 -18  36   0   9   0  24 -12   6   6 -12   6   6 -12   6  -3   0   0   0   0   0   0   0  -6   0   3   3   0   0   0  -3   3   0   0   0   0   0
-18  36 -18   0   9   0  -6 -24  12  12  -6  -6  -6  -6  12   3   0   0   0   0   0   0   0   3  -3  -6   3   0   0   0   0   3   0   0   0   0   0
-18  36 -18   0   9   0   6  24 -12 -12   6   6   6   6 -12  -3   0   0   0   0   0   0   0   3   3  -6   3   0   0   0   0  -3   0   0   0   0   0
-18  36 -18   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6   3   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-18  36 -18   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6   3   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 36 -18 -18   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 36 -18 -18   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -6   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-18 -18  36   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3   3  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-18 -18  36   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3   3  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 36 -18 -18   0   9   0  12  -6 -24  -6  -6  12  12  -6  -6   3   0   0   0   0   0   0   0   0   3   3   3  -6   0   0   0  -3   0   0   0   0   0   0
 36 -18 -18   0   9   0 -12   6  24   6   6 -12 -12   6   6  -3   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -3   3  -6   0   0   0   3   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
  0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
```

Die **Irrationalitäten** lauten:

$$\begin{aligned} A &= \zeta + \zeta^3 + \zeta^9 = d_{13}, \\ B &= \zeta^2 + \zeta^5 + \zeta^6 = d_{13} * 2, \\ C &= 2 \cdot (\zeta + \zeta^3 + \zeta^9) = 2d_{13}, \\ D &= 2 \cdot (\zeta^2 + \zeta^5 + \zeta^6) 2d_{13} * 2, \end{aligned}$$

dabei ist ζ eine 13. Einheitswurzel.

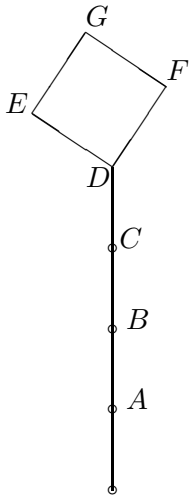
Das **Seitenlayout** ist aus Übersichtsgründen ungewöhnlich:

Seite 128	Seite 129	Seite 130	Seite 131
Seite 132, oben	Seite 133, oben	Seite 132, unten	0

B.9.1 Zur Konstruktion und Struktur

Als Normalisator eines 3A-Elementes in Fi_{23} erhält man eine Gruppe U, welche (laut ATLAS) die Kompositionsstruktur $S_3 \times O_7(3)$ hat. Da $O_7(3)$ einfach ist, ist folglich $V := U'' = U^\infty$ von ebendiesem Isomorphietyp. Durch Einschränken der Operation auf einen Orbit erhält man dazu auch eine handliche Permutationsdarstellung auf 351 Punkten, die es uns gestattet, eine gesamte Klasse kurzzeitig im Speicher zu halten. In dieser Gruppe V soll nun eine elementar abelsche Untergruppe $3A^3$ bestimmt werden, deren Normalisator vom Typ $3^{3+3} : L_3(3)$ ist. Dazu wird ein Element g aus der Klasse $3A$ nebst seinem Zentralisator in V bestimmt. Dieser hat Index 7280. Wir haben also als mögliche Erzeuger der Untergruppe den Schnitt des Zentralisators mit der Klasse g^V zu bestimmen. Diese Menge enthält zirka 300 Elemente. Wählen wir einen weiteren Erzeuger aus, und untersuchen die damit kommutierenden Elemente, so verbleiben nur noch etwa jeweils 100 Stück.
Wir wählen also einen zweiten Erzeuger, und untersuchen, ob sich für die möglichen dritten Erzeuger ein Normalisator $N_V(3A^3)$ von Ordnung 4094064 ergibt.

Nach wenigen Tests erhält man eine passende elementar abelsche Untergruppe A. Als Normalisator dieser Untergruppe in Fi_{23} ergibt sich eine Gruppe $N = N_{Fi_{23}}(A)$ von Ordnung 663238368. Wäre sie nicht maximal, so müßte sie in der maximalen Untergruppe $M \cong O_8^+(3) : S_3$ liegen. Aus Ordnungsgründen kann sie aber nicht Untergruppe von $T := O_8^+(3)$ sein. Also hätte $\langle T, N\rangle$ die Struktur $T : 3$ oder $T : S_3$. Nach dem Isomorphiesatz hätte N dann einen Normalteiler $T \cap N$ von Index 3 oder 6. Dies ist — wie man aus dem berechneten Normalteilerverband ersieht — aber nicht der Fall.

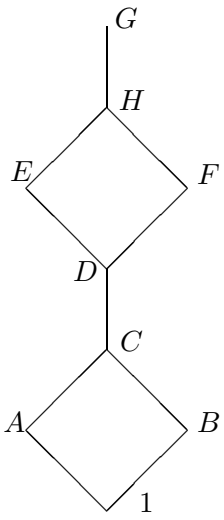


		Ordnung
A		27
B		81
C		2187
D		59049
E		118098
F	G'	331619184
G		663238368

Der Permutationscharakter in Fi_{23} ist:

1a +30888aa +106743aa +752675a +5533110a
+7468032a +8783424a +12077208aaa
+20322225a +26838240aa +37573536aaa
+40840800a +55740960a +58708650aaa
+73531392a +93933840a +176125950a
+216154575aa +216770400aaa +286274560a
+289103904aa +313112800a +313112800c
+341577600a +343529472a +476702577a
+504627200ab +559458900a.

B.10 $Fi_{23}M10$



		Ordnung
A		4
B		2
C		8
D		2048
E	G^∞	53084160
F		6144
H	G'	159252480
G		318504960

Der Permutationscharakter in Fi_{23} lautet

1a +782a +30888aaa +60996a +106743aa
+274482aa +812889aaa +1951872a
+5533110aaaa +7468032aaa +8783424aa
+10567557a +12077208aaaaa +18812574aa
+20322225aa +21348600aa +26838240aaaa
+28464800a +29354325aaaaaa +37573536aaa
+42270228aa +55740960a +56360304aabb
+58708650aa +73531392aa +97976320aa
+166559744bbb +176125950aabb +216154575a
+216770400aaaaaa +264536064b
+287721720aa +289027200aabb
+289103904aaa +313112800aaaa
+322058880aaaa +362316240aa +476702577a
+496897335aa +504627200ab

Zum **Seitenlayout**:

Seite 135	Seite 136	Seite 139	Seite 140, linke Spalte
Seite 137	Seite 138	Seite 141	Seite 140, rechte Spalte

$(2^2 \times 2_+^{1+8}).(3 \times U_4(2)).2$

;	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	5301179	393	331	77	884	294	24	36	18	6	1	36	12	2	2	1		124	31	1	10	4	3	2	5	2				20		6	2
59252480	84160	648	216	776	760	736	912	576	864	432	144	728	864	288	048	048	536	288	416	104	944	368	608	456	592	184	592	864	576	864	736	648	912	304
p power	A	A	A	A	A	A	A	A	A	B	B	AE	A	A	C	C	B	AI	A	A	A	CA	BB	BD	CD	A	A	FA	EB	ED	A	A	GA	GB
p' part	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	AE	A	A	A	A	A	AI	A	A	A	CA	BB	BD	CD	A	A	FA	EB	ED	A	A	GA	GB
ind	1A	2A	2B	2C	2D	3A	2E	2F	2G	2H	4A	4B	6A	2I	2J	4C	4D	4E	6B	3B	3C	3D	6C	6D	6E	6F	3E	3F	6G	6H	6I	3G	3H	6J	6K
+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
+	10	10	10	10	10	10	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	-2	-2	-2	-2	-2	4	4	4
+	6	6	6	6	6	6	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	2	2	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	3	3	3	3	3	0	0	0	0
+	6	6	6	6	6	6	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	2	2	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	3	3	3	3	3	0	0	0	0
+	20	20	20	20	20	20	4	4	4	4	4	4	4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-7	-7	-7	-7	-7	-7	-7	2	2	2	2	2	2	2	2	2
+	15	15	15	15	15	15	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	6	6	6	6	6	6	6	3	3	3	3	3	0	0	0	0
+	15	15	15	15	15	15	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	6	6	6	6	6	6	6	3	3	3	3	3	0	0	0	0
+	15	15	15	15	15	15	7	7	7	7	7	7	7	3	3	3	3	3	3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	3	3	3	3
+	15	15	15	15	15	15	7	7	7	7	7	7	7	3	3	3	3	3	3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	3	3	3	3
+	20	20	20	20	20	20	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	2	2	2	2	2	2	5	5	5	5	5	-1	-1	-1	-1
+	20	20	20	20	20	20	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	2	2	2	2	2	2	5	5	5	5	5	-1	-1	-1	-1
+	24	24	24	24	24	24	8	8	8	8	8	8	8	0	0	0	0	0	0	6	6	6	6	6	6	6	0	0	0	0	0	3	3	3	3
+	24	24	24	24	24	24	8	8	8	8	8	8	8	0	0	0	0	0	0	6	6	6	6	6	6	6	0	0	0	0	0	3	3	3	3
+	30	30	30	30	30	30	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
+	30	30	30	30	30	30	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
+	60	60	60	60	60	60	12	12	12	12	12	12	12	4	4	4	4	4	4	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-6	-6	-6	-6	-6	0	0	0	0
+	80	80	80	80	80	80	-16	-16	-16	-16	-16	-16	-16	0	0	0	0	0	0	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-4	-4	-4	-4	-4	2	2	2	2
+	90	90	90	90	90	90	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	9	9	9	9	9	9	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	60	60	60	60	60	60	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	4	4	4	4	4	4	6	6	6	6	6	6	6	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
+	60	60	60	60	60	60	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	4	4	4	4	4	4	6	6	6	6	6	6	6	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
+	64	64	64	64	64	64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	4	4	4	4	4	-2	-2	-2	-2
+	64	64	64	64	64	64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	4	4	4	4	4	-2	-2	-2	-2
+	81	81	81	81	81	81	9	9	9	9	9	9	9	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	81	81	81	81	81	81	9	9	9	9	9	9	9	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	2	2	2	2	-1	2	2	2	2	2	2	-1	2	2	2	2	2	2	-1	-1	2	-1	2	-1	-1	2	2	-1	-1	2	-1	2	-1	2	2
+	10	10	10	10	-5	-6	-6	-6	-6	-6	-6	3	2	2	2	2	2	2	-1	-5	1	4	1	-5	-5	1	1	-2	-2	1	1	4	-2	4	4
+	10	10	10	10	-5	-6	-6	-6	-6	-6	-6	3	2	2	2	2	2	2	-1	4	1	-5	1	4	4	1	1	-2	-2	1	1	4	-2	4	4
+	12	12	12	12	-6	-4	-4	-4	-4	-4	-4	2	4	4	4	4	4	4	-2	3	-6	3	-6	3	3	-6	-3	6	6	-3	-3	0	0	0	0
+	20	20	20	20	-10	4	4	4	4	4	4	-2	-4	-4	-4	-4	-4	-4	2	-1	-7	8	-7	-1	-1	-7	-1	2	2	-1	-1	2	-1	2	2
+	20	20	20	20	-10	4	4	4	4	4	4	-2	-4	-4	-4	-4	-4	-4	2	8	-7	-1	-7	8	8	-7	-1	2	2	-1	-1	2	-1	2	2
+	30	30	30	30	-15	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	-6	12	-6	12	-6	-6	12	-3	6	6	-3	-3	0	0	0	0
+	30	30	30	30	-15	14	14	14	14	14	14	-7	6	6	6	6	6	6	-3	3	-6	3	3	-6	0	0	0	0	0	6	-3	6	6		
+	40	40	40	40	-20	8	8	8	8	8	8	-4	8	8	8	8	8	8	-4	-2	4	-2	4	-2	-2	4	-5	10	10	-5	-5	-2	1	-2	-2
+	48	48	48	48	-24	16	16	16	16	16	16	-8	0	0	0	0	0	0	-6	12	-6	12	-6	-6	12	0	0	0	0	0	6	-3	6	6	
+	60	60	60	60	-30	-20	-20	-20	-20	-20	-20	10	4	4	4	4	4	4	-2	-3	6	-3	6	-3	-3	6	-3	6	6	-3	-3	6	-3	6	6
+	60	60	60	60	-30	12	12	12	12	12	12	-6	4	4	4	4	4	4	-2	-12	-3	15	-3	-12	-12	-3	3	-6	-6	3	3	0	0	0	0
+	60	60	60	60	-30	12	12	12	12	12	12	-6	4	4	4	4	4	4	-2	15	-3	-12	-3	15	15	-3	3	-6	-6	3	3	0	0	0	0
+	80	80	80	80	-40	-16	-16	-16	-16	-16	-16	8	0	0	0	0	0	0	-4	-10	14	-10	-4	-4	-10	2	-4	-4	2	2	2	-1	2	2	
+	80	80	80	80	-40	-16	-16	-16	-16	-16	-16	8	0	0	0	0	0	0	14	-10	-4	-10	14	14	-10	2	-4	-4	2	2	2	-1	2	2	
+	90	90	90	90	90	-45	-6	-6	-6	-6	-6	-6	3	-6	-6	-6	-6	-6	3	-18	9	9	9	-18	-18	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	90	90	90	90	90	-45	-6	-6	-6	-6	-6	-6	3	-6	-6	-6	-6	-6	3	9	9	-18	9	9	9	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	120	120	120	120	120	-60	-8	-8	-8	-8	-8	4	8	8	8	8	8	8	-4	-6	12	-6	12	-6	-6	12	3	-6	-6	3	3	-6	3	-6	-6
+	128	128	128	128	128	-64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	-16	8	-16	8	8	-16	-4	8	8	-4	-4	-4	2	-4	-4
+	162	162	162	162	162	-81	18	18	18	18	18	18	-9	-6	-6	-6	-6	-6	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	120	120	-8	-8	8	0	24	24	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	36	3	0	3	4	-4	-1	6	0	0	-2	2	6	3	6	-2
+	120	120	-8	-8	8	0	24	24	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	36	3	0	3	4	-4	-1	6	0	0	-2	2	6	3	6	-2
+	135	135	7	7	-9	0	-33	-33	-1	15	-1	-1	0	3	3	3	3	-5	0	27	0	0	0	-5	3	0	9	0	0	1	-3	9	0	9	1
+	135	135	7	7	-9	0	-33	-33	-1	15	-1	-1	0	3	3	3	3	-5	0	27	0	0	0	-5	3	0	9	0	0	1	-3	9	0	9	1
+	135	135	7	7	-9	0	39	39	7	-9	-1	-1	0	15	15	-1	-1	-1	0	27	0	0	0	-5	3	0	9	0	0	1	-3	9	0	9	1
+	135	135	7	7	-9	0	39	39	7	-9	-1	-1	0	15	15	-1	-1	-1	0	27	0	0	0	-5	3	0	9	0	0	1	-3	9	0	9	1
+	240	240	-16	-16	16	0	48	48	-16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-36	6	0	6	-4	4	-2	-6	0	0	2	-2	12	-3	12	-4
o	240	240	-16	-16	16	0	-48	-48	16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-36	6	0	6	-4	4	-2	-6	0	0	2	-2	12	-3	12	-4
o	240	240	-16	-16	16	0	-48	-48	16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-36	6	0	6	-4	4	-2	-6	0	0	2	-2	12	-3	12	-4
+	270	270	14	14	-18	0	-66	-66	-2	30	-2	-2	0	6	6	6	6	-10	0	-27	0	0	0	5	-3	0	-9	0	0	-1	3	18	0	18	2
+	270	270	14	14	-18	0	6	6	6	6	-2	-2	0	18	18	2	2	-6	0	-27	0	0	0	5	-3	0	18	0	0	2	-6	-9	0	-9	-1
+	270	270	14	14	-18	0	6	6	6	6	-2	-2	0	18	18	2	2	-6	0	-27	0	0	0	5	-3	0	18	0	0	2	-6	-9	0	-9	-1
+	270	270	14	14	-18	0	78	78	14	-18	-2	-2	0	30	30	-2	-2	-2	0	-27	0	0	0	5	-3	0	-9	0	0	-1	3	18	0	18	2
+	360	360	-24	-24	24	0	72	72	-24	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	9	0	0	-3	0	0	0	0	0	18	0	18	-6
+	360	360	-24	-24	24	0	72	72	-24	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	9	0	0	-3	0	0	0	0	0	18	0	18	-6
+	480	480	-32	-32	32	0	-96	-96	32	-32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	36	12	0	12	4	-4	-4	6	0	0	-2	2	24	3	24	-8
+	540	540	28	28	-36	0	-84	-84	-20	12	4	4	0	12	12	-4	-4	4	0	-54	0	0	0	10	-6	0	9	0	0	1	-3	9	0	9	1
+	540	540	28	28	-36	0	-84	-84	-20	12	4	4	0	12	12	-4	-4	4	0	-54	0	0	0	10	-6	0	9	0	0	1	-3	9	0	9	1
+	540	540	28	28	-36	0	12	12	12	12	-4	-4	0	36	36	4	4	-12	0	27	0	0	0	-5	3	0	-18	0	0	0	-2	6	-18	0	-18	-2
+	540	540	28	28	-36	0	60	60	-4	-36	4	4	0	-12	-12	4	4	-4	0	-54	0	0	0	10	-6	0	9	0	0	1	-3	9	0	9	1
+	540	540	28	28	-36	0	60	60	-4	-36	4	4	0	-12	-12	4	4	-4	0	-54	0	0	0	10	-6	0	9	0	0	1	-3	9	0	9	1
+	720	720	-48	-48	48	0	-48	-48	16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-108	-9	0	-9	-12	12	3	18	0	0	-6	6	0	0	0	0
+	720	720	-48	-48	48	0	-48	-48	16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	0	0	-9	0	0	3	-18	0	0	6	-6	0	9	0	0
+	720	720	-48	-48	48	0	-48	-48	16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	108	-9	0	-9	12	-12	3	0	0	0	0	0	-9	0	0	0
+	810	810	42	42	-54	0	18	18	18	18	-6	-6	0	-18	-18	-2	-2	6	0	81	0	0	0	-15	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	810	810	42	42	-54	0	18	18	18	18	-6	-6	0	-18	-18	-2	-2	6	0	81	0	0	0	-15	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	960	960	-64	-64	64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	72	24	0	24	8	-8	-8	12	0	0	-4	4	-6	6	-6	2
+	960	960	-64	-64	64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	72	24	0	24	8	-8	-8	12	0	0	-4	4	-6	6	-6	2
+1080	1080	56	56	-72	0	-168	-168	-40	24	8	8	0	24	24	-8	-8	8	0	54	0	0	0	-10	6	0	-9	0	0	-1	3	18	0	18	2	
+1080	1080	56	56	-72	0	-24	-24	-24	-24	8	8	0	0	0	0	0	0	0	54	0	0	0	-10	6	0	18	0	0	2	-6	-9	0	-9	-1	
+1080	1080	56	56	-72	0	-24	-24	-24	-24	8	8	0	0	0	0	0	0	0	54	0	0	0	-10	6	0	18	0	0	2	-6	-9	0	-9	-1	
+1080	1080	56	56	-72	0	120	120	-8	-72	8	8	0	-24	-24	8	8	-8	0	54	0	0	0	-10	6	0	-9	0	0	-1	3	18	0	18	2	
+1215	1215	63	63	-81	0	-81	-81	15	63	-9	-9	0	-9	-9	7	7	-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+1215	1215	63	63	-81	0	-81	-81	15	63	-9	-9	0	-9	-9	7	7	-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+1215	1215	63	63	-81	0	135	135	39	-9	-9	-9	0	27	27	-5	-5	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+1215	1215	63	63	-81	0	135	135	39	-9	-9	-9	0	27	27	-5	-5	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+1440	1440	-96	-96	96	0	96	96	-32	32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-108	-18	0	-18	-12	12	6	0	0	0	0	0	0	9	0	0	
+1440	1440	-96	-96	96	0	96	96	-32	32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-18	0	-18	0	0	6	18	0	0	-6	6	0	-9	0	0	
+1440	1440	-96	-96	96	0	96	96	-32	32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	108	-18	0	-18	12	-12	6	-18	0	0	6	-6	0	0	0	0	
+1620	1620	84	84	-108	0	36	36	36	36	-12	-12	0	-36	-36	-4	-4	12	0	-81	0	0	0	15	-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+1920	1920	-128	-128	128	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-72	48	0	48	-8	8	-16	-12	0	0	4	-4	-12	-6	-12	4	
+2160	2160	-144	-144	144	0	-144	-144	48	-48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-27	0	-27	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
+2160	2160	112	112	-144	0	-48	-48	-48	-48	16	16	0	0	0	0	0	0	0	-54	0	0	0	10	-6	0	-18	0	0	-2	6	-18	0	-18	-2	
+	120	-40	24	-8	0	0	48	-16	0	0	12	-4	0	12	-4	4	-4	0	0	0	12	0	-4	0	0	0	0	3	-1	0	0	21	0	-7	-3
+	120	-40	24	-8	0	0	48	-16	0	0	12	-4	0	12	-4	4	-4	0	0	0	12	0	-4	0	0	0	0	3	-1	0	0	21	0	-7	-3
+	120	-40	24	-8	0	0	-48	16	0	0	-12	4	0	12	-4	4	-4	0	0	0	12	0	-4	0	0	0	0	3	-1	0	0	21	0	-7	-3
+	120	-40	24	-8	0	0	-48	16	0	0	-12	4	0	12	-4	4	-4	0	0	0	12	0	-4	0	0	0	0	3	-1	0	0	21	0	-7	-3
+	240	-80	48	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24	-8	8	-8	0	0	0	24	0	-8	0	0	0	0	6	-2	0	0	-12	0	4	12
+	240	-80	48	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24	-8	8	-8	0	0	0	24	0	-8	0	0	0	0	6	-2	0	0	-12	0	4	12

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
	3	1		4	1											3	3	1		1			1							1						
768	456	152	216	608	536	384	144	768	256	128	128	24	120	40	15	456	456	152	216	152	288	288	728	432	432	144	192	288	144	728	576	216	576	192	72	288
GC	GD	GD	HD	E	F	H	AF	I	I	C	C	BI	A	AA	AA	CE	BE	CF	DE	BH	DA	CH	EE	FE	EE	FF	EG	EH	HA	GE	GF	HE	KA	KB	HH	FI
GC	GD	GD	HD	A	A	A	AF	A	A	A	A	AI	A	AA	AA	CE	BE	CF	DE	BH	BA	CH	EE	FE	EE	FF	EG	EH	EA	GE	GF	HE	GA	GB	HH	FI
6L	6M	6N	6O	4F	4G	4H	12A	4I	4J	8A	8B	12B	5A	10A	15A	6P	6Q	6R	6S	6T	12C	6U	6V	6W	6X	6Y	6Z	6A1	12D	6B1	6C1	6D1	12E	12F	6E1	6F1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	4	4	4	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
0	0	0	0	2	2	2	2	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-1
0	0	0	0	2	2	2	2	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-1
2	2	2	2	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2
0	0	0	0	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	2	2	2	2	2	2	-1
0	0	0	0	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	2	2	2	2	2	2	-1
3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	0
3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	0
-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0
3	3	3	3	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
3	3	3	3	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2
2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0
0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1
-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1
-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-3	-3	-3	-3	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	-1	2	2	2	-1	2	2	2	2	-1	2	2	-1	2	-1	2	-1	-1	-1	2	-1	2	-1	2	-1	-1	-1	2	2	-1	2	2	-1	2
4	4	4	-2	2	2	2	-1	-2	-2	-2	-2	1	0	0	0	-3	3	-3	0	3	3	-3	3	0	-3	0	3	3	-3	0	0	0	0	0	0	2
4	4	4	-2	2	2	2	-1	-2	-2	-2	-2	1	0	0	0	-3	0	-3	3	0	0	-3	-3	0	3	0	-3	-3	3	0	0	0	0	0	0	2
0	0	0	0	4	4	4	-2	0	0	0	0	0	2	2	-1	2	-1	2	-1	-1	-1	2	-1	2	-1	2	-1	-1	-1	-4	-4	2	-4	-4	2	-2
2	2	2	-1	4	4	4	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-5	1	4	-5	-5	1	1	-2	1	-2	1	1	1	-2	-2	1	-2	-2	1	2
2	2	2	-1	4	4	4	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4	1	-5	4	4	1	1	-2	1	-2	1	1	1	-2	-2	1	-2	-2	1	2
0	0	0	0	6	6	6	-3	-2	-2	-2	-2	1	0	0	0	4	-2	4	-2	-2	-2	4	1	-2	1	-2	1	1	1	4	4	-2	4	4	-2	-2
6	6	6	-3	-2	-2	-2	1	2	2	2	2	-1	0	0	0	2	-1	2	-1	-1	-1	2	2	-4	2	-4	2	2	2	2	2	-1	2	2	-1	0
-2	-2	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	2	-4	2	2	2	-4	-1	2	-1	2	-1	-1	-1	2	2	-1	2	2	-1	2
6	6	6	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	1	4	-2	4	-2	-2	-2	4	-2	4	-2	4	-2	-2	-2	-2	-2	1	-2	-2	1	0
6	6	6	-3	-4	-4	-4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	1	-2	1	1	1	-2	1	-2	1	-2	1	1	1	-2	-2	1	-2	-2	1	-2
0	0	0	0	4	4	4	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	-3	3	0	0	-3	-3	0	3	0	-3	-3	3	0	0	0	0	0	0	-2
0	0	0	0	4	4	4	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	3	-3	0	3	3	-3	3	0	-3	0	3	3	-3	0	0	0	0	0	0	-2
2	2	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	-4	2	2	-4	-4	2	2	2	-4	2	2	2	-4	2	2	-1	2	2	-1	0
2	2	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	-4	2	2	2	-4	2	2	2	-4	-4	2	2	2	-1	2	2	-1	0
0	0	0	0	2	2	2	-1	2	2	2	2	-1	0	0	0	-3	6	-3	-3	6	6	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	2	2	2	-1	2	2	2	2	-1	0	0	0	-3	-3	-3	6	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-6	-6	-6	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	-2	4	-2	-2	-2	4	1	-2	1	-2	1	1	1	-2	-2	1	-2	-2	1	2
-4	-4	-4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-6	-6	-6	3	-2	-2	-2	-2	1	2	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	2	2	-1	12	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	12	3	0	-4	0	-1	6	0	0	0	-2	2	0	0	0	3	0	0	-1	0
-2	2	2	-1	12	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	12	3	0	-4	0	-1	6	0	0	0	-2	2	0	0	0	3	0	0	-1	0
1	-3	-3	0	3	3	-1	0	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	3	0	0	3	-1	0	-9	0	3	0	-1	3	-1	3	3	0	-1	-1	0	0
1	-3	-3	0	3	3	-1	0	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	3	0	0	3	-1	0	-9	0	3	0	-1	3	-1	3	3	0	-1	-1	0	0
1	-3	-3	0	3	3	-1	0	3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	3	0	0	3	-1	0	9	0	3	0	1	-3	-1	3	3	0	-1	-1	0	0
1	-3	-3	0	3	3	-1	0	3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	3	0	0	3	-1	0	9	0	3	0	1	-3	-1	3	3	0	-1	-1	0	0
-4	4	4	1	24	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	-12	6	0	4	0	-2	-6	0	0	0	2	-2	0	0	0	-3	0	0	1	0
-4	4	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	12	-6	0	-4	0	2	6	0	0	0	-2	2	0	0	0	3	0	0	-1	0
-4	4	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	12	-6	0	-4	0	2	6	0	0	0	-2	2	0	0	0	3	0	0	-1	0
2	-6	-6	0	6	6	-2	0	-6	-6	2	2	0	0	0	0	0	-3	0	0	-3	1	0	9	0	-3	0	1	-3	1	6	6	0	-2	-2	0	0
-1	3	3	0	6	6	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	-3	1	0	0	0	6	0	0	0	-2	-3	-3	0	1	1	0	0
-1	3	3	0	6	6	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	-3	1	0	0	0	6	0	0	0	-2	-3	-3	0	1	1	0	0
2	-6	-6	0	6	6	-2	0	6	6	-2	-2	0	0	0	0	0	-3	0	0	-3	1	0	-9	0	-3	0	-1	3	1	6	6	0	-2	-2	0	0
-6	6	6	0	-12	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	9	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-6	6	6	0	-12	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	9	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-8	8	8	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-12	-12	-12	0	4	0	4	-6	0	0	0	2	-2	0	0	0	-3	0	0	1	0
1	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	0	6	-2	0	9	0	-3	0	1	-3	1	-3	-3	0	1	1	0	0
1	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	0	6	-2	0	9	0	-3	0	1	-3	1	-3	-3	0	1	1	0	0
-2	6	6	0	12	12	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	3	-1	0	0	0	-6	0	0	0	2	-6	-6	0	2	2	0	0
1	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	0	6	-2	0	-9	0	-3	0	-1	3	1	-3	-3	0	1	1	0	0
1	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	0	6	-2	0	-9	0	-3	0	-1	3	1	-3	-3	0	1	1	0	0
0	0	0	0	24	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	12	3	0	-4	0	-1	6	0	0	0	-2	2	0	0	0	-6	0	0	2	0
0	0	0	-3	24	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	-24	3	0	8	0	-1	6	0	0	0	-2	2	0	0	0	3	0	0	-1	0
0	0	0	3	24	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	12	3	0	-4	0	-1	-12	0	0	0	4	-4	0	0	0	3	0	0	-1	0
0	0	0	0	6	6	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	0	9	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	6	6	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	0	9	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	0	0	-6	2	0	-9	0	3	0	-1	3	-1	-6	-6	0	2	2	0	0
-1	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	0	0	-6	2	0	0	0	-6	0	0	0	2	3	3	0	-1	-1	0	0
-1	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	0	0	-6	2	0	0	0	-6	0	0	0	2	3	3	0	-1	-1	0	0
2	-6	-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	0	0	-6	2	0	9	0	3	0	1	-3	-1	-6	-6	0	2	2	0	0
0	0	0	0	-9	-9	3	0	3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-9	-9	3	0	3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-9	-9	3	0	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-9	-9	3	0	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	12	-6	0	-4	0	2	-12	0	0	0	4	-4	0	0	0	3	0	0	-1	0
0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	-24	-6	0	8	0	2	6	0	0	0	-2	2	0	0	0	3	0	0	-1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6	12	-6	0	-4	0	2	6	0	0	0	-2	2	0	0	0	-6	0	0	2	0
0	0	0	0	12	12	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	0	0	-9	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	-4	-4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-24	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	9	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	6	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	0	6	-2	0	0	0	6	0	0	0	-2	6	6	0	-2	-2	0	0
1	9	-3	0	0	0	0	0	6	-2	2	-2	0	0	0	0	12	0	-4	0	0	0	0	0	3	0	-1	0	0	0	3	-1	0	3	-1	0	3
1	9	-3	0	0	0	0	0	6	-2	2	-2	0	0	0	0	12	0	-4	0	0	0	0	0	3	0	-1	0	0	0	3	-1	0	3	-1	0	3
1	9	-3	0	0	0	0	0	-6	2	-2	2	0	0	0	0	-12	0	4	0	0	0	0	0	-3	0	1	0	0	0	-3	1	0	-3	1	0	3
1	9	-3	0	0	0	0	0	-6	2	-2	2	0	0	0	0	-12	0	4	0	0	0	0	0	-3	0	1	0	0	0	-3	1	0	-3	1	0	3
-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6

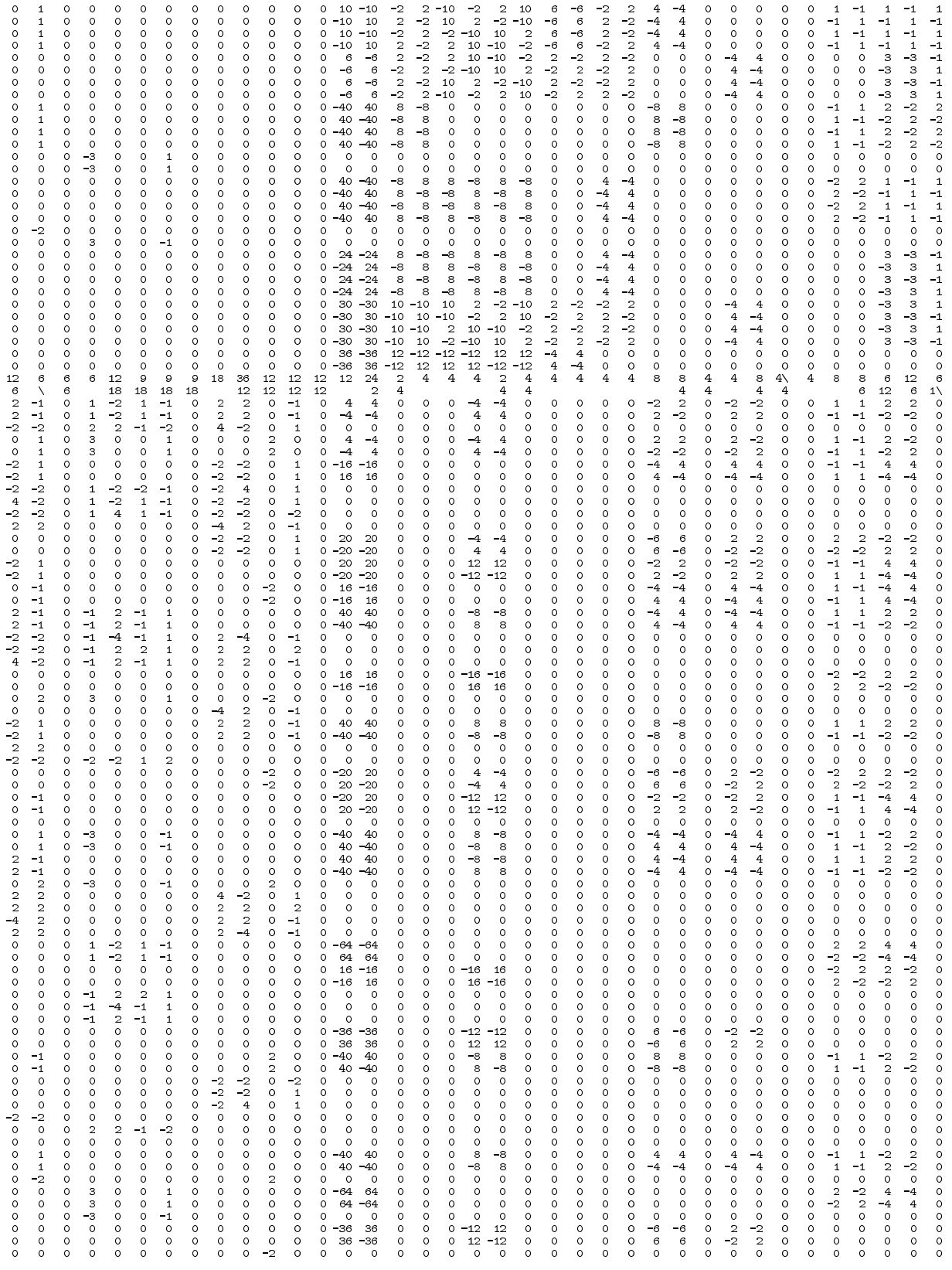
```
  + 360  -120   72  -24    0    0   48  -16    0    0   12   -4    0  -12    4   -4    4    0    0    0   36    0  -12    0    0    0    0    9   -3    0    0    9    0   -3    9
  + 360  -120   72  -24    0    0   48  -16    0    0   12   -4    0  -12    4   -4    4    0    0    0   36    0  -12    0    0    0    0    9   -3    0    0    9    0   -3    9
  + 360  -120   72  -24    0    0  -48   16    0    0  -12    4    0  -12    4   -4    4    0    0    0   36    0  -12    0    0    0    0    9   -3    0    0    9    0   -3    9
  + 360  -120   72  -24    0    0  -48   16    0    0  -12    4    0  -12    4   -4    4    0    0    0   36    0  -12    0    0    0    0    9   -3    0    0    9    0   -3    9
  + 648  -216  -24    8    0    0 -144   48    0    0   12   -4    0   36  -12   -4    4    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   27    0   -9    3
  + 648  -216  -24    8    0    0 -144   48    0    0   12   -4    0   36  -12   -4    4    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   27    0   -9    3
  + 648  -216  -24    8    0    0  144  -48    0    0  -12    4    0   36  -12   -4    4    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   27    0   -9    3
  + 648  -216  -24    8    0    0  144  -48    0    0  -12    4    0   36  -12   -4    4    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   27    0   -9    3
  + 720  -240  144  -48    0    0   96  -32    0    0   24   -8    0   24   -8    8   -8    0    0    0  -36    0   12    0    0    0    0    9   -3    0    0    0    0    0    0
  + 720  -240  144  -48    0    0   96  -32    0    0   24   -8    0   24   -8    8   -8    0    0    0  -36    0   12    0    0    0    0    9   -3    0    0    0    0    0    0
  + 720  -240  144  -48    0    0  -96   32    0    0  -24    8    0   24   -8    8   -8    0    0    0  -36    0   12    0    0    0    0    9   -3    0    0    0    0    0    0
  + 720  -240  144  -48    0    0  -96   32    0    0  -24    8    0   24   -8    8   -8    0    0    0  -36    0   12    0    0    0    0    9   -3    0    0    0    0    0    0
  + 960  -320  192  -64    0    0 -192   64    0    0  -48   16    0    0    0    0    0    0    0    0  -12    0    4    0    0    0    0 -12    4    0    0   42    0  -14   -6
  + 960  -320  192  -64    0    0  192  -64    0    0   48  -16    0    0    0    0    0    0    0    0  -12    0    4    0    0    0    0 -12    4    0    0   42    0  -14   -6
 +1440  -480  288  -96    0    0   96  -32    0    0   24   -8    0    0    0    0    0    0    0    0   36    0  -12    0    0    0    0    0    0    0    0   -9    0    3   -9
 +1440  -480  288  -96    0    0   96  -32    0    0   24   -8    0    0    0    0    0    0    0    0   36    0  -12    0    0    0    0    0    0    0    0   -9    0    3   -9
 +1440  -480  288  -96    0    0  -96   32    0    0  -24    8    0    0    0    0    0    0    0    0   36    0  -12    0    0    0    0    0    0    0    0   -9    0    3   -9
 +1440  -480  288  -96    0    0  -96   32    0    0  -24    8    0    0    0    0    0    0    0    0   36    0  -12    0    0    0    0    0    0    0    0   -9    0    3   -9
 +1440  -480  288  -96    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -48   16  -16   16    0    0    0  -72    0   24    0    0    0    0   18   -6    0    0    0    0    0    0
 +1920  -640  384 -128    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -24    0    8    0    0    0    0  -24    8    0    0  -24    0    8   24
 +2592  -864  -96   32    0    0 -288   96    0    0   24   -8    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   27    0   -9    3
 +2592  -864  -96   32    0    0 -288   96    0    0   24   -8    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   27    0   -9    3
 +2592  -864  -96   32    0    0  288  -96    0    0  -24    8    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   27    0   -9    3
 +2592  -864  -96   32    0    0  288  -96    0    0  -24    8    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   27    0   -9    3
 +3240 -1080  120   40    0    0  144  -48    0    0  -12    4    0   36  -12   -4    4    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -27    0    9   -3
 +3240 -1080  120   40    0    0  144  -48    0    0  -12    4    0   36  -12   -4    4    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -27    0    9   -3
 +3240 -1080  120   40    0    0 -144   48    0    0   12   -4    0   36  -12   -4    4    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -27    0    9   -3
 +3240 -1080  120   40    0    0 -144   48    0    0   12   -4    0   36  -12   -4    4    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -27    0    9   -3
 +3888 -1296  144   48    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -72   24    8   -8    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
 +3888 -1296  144   48    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -72   24    8   -8    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
ind    1     2    2    2    4    3    2    2    2    4    4    4    6    2    2    4    4    4    6    3    3    3    6    6   12   12    3    3    6    6   12    3    3    6    \
       2     2                   6    2    2                        6    2    2                        6    6    6    6    6                        6    6    6              6    6    6
  +   16   -16    0    0    0    1    8   -8    0    0    0    0   -1   -4   -4    0    0    0   -1   -8   -2    1    2    0    0    0    4    1   -1    0    0    4   -2   -4    0
  +   16   -16    0    0    0    1    8   -8    0    0    0    0   -1   -4   -4    0    0    0   -1   -8   -2    1    2    0    0    0    4    1   -1    0    0    4   -2   -4    0
  +   32   -32    0    0    0   -1   16  -16    0    0    0    0    1   -8   -8    0    0    0    1    8   -4   -1    4    0    0    0   -4    2   -2    0    0    8    2   -8    0
  +   48    16    0    0    0    0  -24   -8    0    0    0    0    0  -12    4    0    0    0    0    0   -6    0   -2    0    0    0    0    3    1    0    0   12    0    4    0
  +   48    16    0    0    0    0  -24   -8    0    0    0    0    0  -12    4    0    0    0    0    0   -6    0   -2    0    0    0    0    3    1    0    0   12    0    4    0
  +   96   -96    0    0    0    6  -16   16    0    0    0    0    2   -8   -8    0    0    0   -2   24    6   -3   -6    0    0    0   12    3   -3    0    0    0    0    0    0
  +   96   -96    0    0    0    6  -16   16    0    0    0    0    2   -8   -8    0    0    0   -2   24    6   -3   -6    0    0    0   12    3   -3    0    0    0    0    0    0
 + 160  -160    0    0    0   -5  -48   48    0    0    0    0   -3   -8   -8    0    0    0    1  -32   -2   -5    2    0    0    0    4   -2    2    0    0   16    4  -16    0
 + 160  -160    0    0    0   10  -48   48    0    0    0    0    6   -8   -8    0    0    0   -2   -8   -2    1    2    0    0    0   -8   -2    2    0    0   16   -8  -16    0
 + 160  -160    0    0    0   -5  -48   48    0    0    0    0   -3   -8   -8    0    0    0    1   40   -2    4    2    0    0    0    4   -2    2    0    0   16    4  -16    0
 + 192  -192    0    0    0   -6  -32   32    0    0    0    0   -2  -16  -16    0    0    0    2  -24   12    3  -12    0    0    0  -12    6   -6    0    0    0    0    0    0
 + 240  -240    0    0    0   15   56  -56    0    0    0    0   -7  -12  -12    0    0    0   -3   24    6   -3   -6    0    0    0    0    0    0    0    0   12   -6  -12    0
 + 240  -240    0    0    0   15   56  -56    0    0    0    0   -7  -12  -12    0    0    0   -3   24    6   -3   -6    0    0    0    0    0    0    0    0   12   -6  -12    0
 + 240  -240    0    0    0   15   -8    8    0    0    0    0    1    4    4    0    0    0    1  -48  -12    6   12    0    0    0   12    3   -3    0    0    0    0    0    0
 + 240  -240    0    0    0   15   -8    8    0    0    0    0    1    4    4    0    0    0    1  -48  -12    6   12    0    0    0   12    3   -3    0    0    0    0    0    0
 + 288    96    0    0    0    0   48   16    0    0    0    0    0  -24    8    0    0    0    0    0   18    0    6    0    0    0    0    9    3    0    0    0    0    0    0
 + 288    96    0    0    0    0   48   16    0    0    0    0    0  -24    8    0    0    0    0    0   18    0    6    0    0    0    0    9    3    0    0    0    0    0    0
 + 320  -320    0    0    0   20   32  -32    0    0    0    0   -4  -16  -16    0    0    0   -4  -16   -4    2    4    0    0    0   20    5   -5    0    0   -4    2    4    0
 + 320  -320    0    0    0   20   32  -32    0    0    0    0   -4  -16  -16    0    0    0   -4  -16   -4    2    4    0    0    0   20    5   -5    0    0   -4    2    4    0
 + 320  -320    0    0    0  -10   32  -32    0    0    0    0    2   16   16    0    0    0   -2  -64   14   -1  -14    0    0    0   -4    2   -2    0    0    8    2   -8    0
 + 320  -320    0    0    0  -10   32  -32    0    0    0    0    2   16   16    0    0    0   -2    8   14    8  -14    0    0    0   -4    2   -2    0    0    8    2   -8    0
 + 320  -320    0    0    0   20   32  -32    0    0    0    0   -4   16   16    0    0    0    4   56   14   -7  -14    0    0    0    8    2   -2    0    0    8   -4   -8    0
 + 384  -384    0    0    0   24   64  -64    0    0    0    0   -8    0    0    0    0    0    0  -48  -12    6   12    0    0    0    0    0    0    0    0   12   -6  -12    0
 + 384  -384    0    0    0   24   64  -64    0    0    0    0   -8    0    0    0    0    0    0  -48  -12    6   12    0    0    0    0    0    0    0    0   12   -6  -12    0
 + 480   160    0    0    0    0  144   48    0    0    0    0    0  -24    8    0    0    0    0    0   -6    0   -2    0    0    0    0   -6   -2    0    0   48    0   16    0
 + 480  -480    0    0    0  -15  112 -112    0    0    0    0    7  -24  -24    0    0    0    3  -24   12    3  -12    0    0    0    0    0    0    0    0   24    6  -24    0
 + 480  -480    0    0    0   30  -80   80    0    0    0    0   10   -8   -8    0    0    0   -2  -24   -6    3    6    0    0    0   12    3   -3    0    0   12   -6  -12    0
 + 480  -480    0    0    0   30  -80   80    0    0    0    0   10   -8   -8    0    0    0   -2  -24   -6    3    6    0    0    0   12    3   -3    0    0   12   -6  -12    0
 + 480  -480    0    0    0  -15  -16   16    0    0    0    0   -1    8    8    0    0    0   -1   48  -24   -6   24    0    0    0  -12    6   -6    0    0    0    0    0    0
 + 640  -640    0    0    0  -20   64  -64    0    0    0    0    4  -32  -32    0    0    0    4   16   -8   -2    8    0    0    0  -20   10  -10    0    0   -8   -2    8    0
 + 720   240    0    0    0    0 -168  -56    0    0    0    0    0  -36   12    0    0    0    0    0   18    0    6    0    0    0    0    0    0    0    0   36    0   12    0
 + 720   240    0    0    0    0 -168  -56    0    0    0    0    0  -36   12    0    0    0    0    0   18    0    6    0    0    0    0    0    0    0    0   36    0   12    0
 + 720   240    0    0    0    0   24    8    0    0    0    0    0   12   -4    0    0    0    0    0  -36    0  -12    0    0    0    0    9    3    0    0    0    0    0    0
 + 720   240    0    0    0    0   24    8    0    0    0    0    0   12   -4    0    0    0    0    0  -36    0  -12    0    0    0    0    9    3    0    0    0    0    0    0
 + 768  -768    0    0    0  -24  128 -128    0    0    0    0    8    0    0    0    0    0    0   48  -24   -6   24    0    0    0    0    0    0    0    0   24    6  -24    0
 + 960   320    0    0    0    0  -96  -32    0    0    0    0    0  -48   16    0    0    0    0    0  -12    0   -4    0    0    0    0   15    5    0    0  -12    0   -4    0
 + 960   320    0    0    0    0  -96  -32    0    0    0    0    0  -48   16    0    0    0    0    0  -12    0   -4    0    0    0    0   15    5    0    0  -12    0   -4    0
 + 960  -960    0    0    0   60  -32   32    0    0    0    0    4  -16  -16    0    0    0   -4  -48  -12    6   12    0    0    0  -12   -3    3    0    0  -12    6   12    0
 + 960  -960    0    0    0   60  -32   32    0    0    0    0    4  -16  -16    0    0    0   -4  -48  -12    6   12    0    0    0  -12   -3    3    0    0  -12    6   12    0
 + 960   320    0    0    0    0  -96  -32    0    0    0    0    0   48  -16    0    0    0    0    0   42    0   14    0    0    0    0    6    2    0    0   24    0    8    0
 + 960  -960    0    0    0  -30 -160  160    0    0    0    0  -10  -16  -16    0    0    0    2   24  -12   -3   12    0    0    0  -12    6   -6    0    0   24    6  -24    0
 + 960  -960    0    0    0  -30   96  -96    0    0    0    0    6  -16  -16    0    0    0    2 -120    6  -12   -6    0    0    0   12   -6    6    0    0    0    0    0    0
 + 960  -960    0    0    0   60   96  -96    0    0    0    0  -12  -16  -16    0    0    0   -4   24    6   -3   -6    0    0    0  -24   -6    6    0    0    0    0    0    0
 + 960  -960    0    0    0  -30   96  -96    0    0    0    0    6  -16  -16    0    0    0    2   96    6   15   -6    0    0    0   12   -6    6    0    0    0    0    0    0
+1024 -1024    0    0    0   64    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   64   16   -8  -16    0    0    0   16    4   -4    0    0   -8    4    8    0
+1024 -1024    0    0    0   64    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   64   16   -8  -16    0    0    0   16    4   -4    0    0   -8    4    8    0
+1152   384    0    0    0    0 -192  -64    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -36    0  -12    0    0    0    0    0    0    0    0   36    0   12    0
+1152   384    0    0    0    0 -192  -64    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -36    0  -12    0    0    0    0    0    0    0    0   36    0   12    0
+1280 -1280    0    0    0  -40 -128  128    0    0    0    0   -8    0    0    0    0    0    0 -112   20   -4  -20    0    0    0    8   -4    4    0    0    8    2   -8    0
+1280 -1280    0    0    0  -40 -128  128    0    0    0    0   -8    0    0    0    0    0    0   32   20   14  -20    0    0    0    8   -4    4    0    0    8    2   -8    0
+1280 -1280    0    0    0   80 -128  128    0    0    0    0   16    0    0    0    0    0    0   80   20  -10  -20    0    0    0  -16   -4    4    0    0    8   -4   -8    0
+1296 -1296    0    0    0   81   72  -72    0    0    0    0   -9   12   12    0    0    0    3    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+1296 -1296    0    0    0   81   72  -72    0    0    0    0   -9   12   12    0    0    0    3    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+1440   480    0    0    0    0  240   80    0    0    0    0    0  -24    8    0    0    0    0    0  -18    0   -6    0    0    0    0    9    3    0    0   36    0   12    0
+1440   480    0    0    0    0  240   80    0    0    0    0    0  -24    8    0    0    0    0    0  -18    0   -6    0    0    0    0    9    3    0    0   36    0   12    0
+1440 -1440    0    0    0  -45  -48   48    0    0    0    0   -3   24   24    0    0    0   -3  -72  -18  -18   18    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+1440 -1440    0    0    0   90  -48   48    0    0    0    0    6   24   24    0    0    0    6  -72  -18    9   18    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+1440 -1440    0    0    0  -45  -48   48    0    0    0    0   -3   24   24    0    0    0   -3  144  -18    9   18    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+1920 -1920    0    0    0  -60  -64   64    0    0    0    0   -4  -32  -32    0    0    0    4   48  -24   -6   24    0    0    0   12   -6    6    0    0  -24   -6   24    0
+2048 -2048    0    0    0  -64    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0  -64   32    8  -32    0    0    0  -16    8   -8    0    0  -16   -4   16    0
+2592 -2592    0    0    0  -81  144 -144    0    0    0    0    9   24   24    0    0    0   -3    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+2880   960    0    0    0    0   96   32    0    0    0    0    0  -48   16    0    0    0    0    0  -36    0  -12    0    0    0    0   -9   -3    0    0  -36    0  -12    0
+2880   960    0    0    0    0   96   32    0    0    0    0    0  -48   16    0    0    0    0    0  -36    0  -12    0    0    0    0   -9   -3    0    0  -36    0  -12    0
+2880   960    0    0    0    0 -288  -96    0    0    0    0    0  -48   16    0    0    0    0    0   18    0    6    0    0    0    0  -18   -6    0    0    0    0    0    0
+3072  1024    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   48    0   16    0    0    0    0   12    4    0    0  -24    0   -8    0
+3072  1024    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   48    0   16    0    0    0    0   12    4    0    0  -24    0   -8    0
+3840  1280    0    0    0    0  384  128    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0   60    0   20    0    0    0    0  -12   -4    0    0   24    0    8    0
+3888  1296    0    0    0    0 -216  -72    0    0    0    0    0   36  -12    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+3888  1296    0    0    0    0 -216  -72    0    0    0    0    0   36  -12    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
+4320  1440    0    0    0    0  144   48    0    0    0    0    0   72  -24    0    0    0    0    0  -54    0  -18    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
```

```
-3   9  -3   0   0   0   0   0  -6   2  -2   2   0   0   0   0  12   0  -4   0   0   0   0   0   3   0  -1   0   0   0   3  -1   0   3  -1   0  -3
-3   9  -3   0   0   0   0   0  -6   2  -2   2   0   0   0   0  12   0  -4   0   0   0   0   0   3   0  -1   0   0   0   3  -1   0   3  -1   0  -3
-3   9  -3   0   0   0   0   0   6  -2   2  -2   0   0   0   0 -12   0   4   0   0   0   0   0  -3   0   1   0   0   0  -3   1   0  -3   1   0  -3
-3   9  -3   0   0   0   0   0   6  -2   2  -2   0   0   0   0 -12   0   4   0   0   0   0   0  -3   0   1   0   0   0  -3   1   0  -3   1   0  -3
-1  -9   3   0   0   0   0   0  -6   2   2  -2   0   3  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -9   3   0   3  -1   0   0
-1  -9   3   0   0   0   0   0  -6   2   2  -2   0   3  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -9   3   0   3  -1   0   0
-1  -9   3   0   0   0   0   0   6  -2  -2   2   0   3  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   9  -3   0  -3   1   0   0
-1  -9   3   0   0   0   0   0   6  -2  -2   2   0   3  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   9  -3   0  -3   1   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -12   0   4   0   0   0   0   0  -3   0   1   0   0   0   6  -2   0   6  -2   0  -3
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -12   0   4   0   0   0   0   0  -3   0   1   0   0   0   6  -2   0   6  -2   0  -3
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  12   0  -4   0   0   0   0   0   3   0  -1   0   0   0  -6   2   0  -6   2   0  -3
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  12   0  -4   0   0   0   0   0   3   0  -1   0   0   0  -6   2   0  -6   2   0  -3
 2  18  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -12   0   4   0   0   0   0   0   6   0  -2   0   0   0   6  -2   0   6  -2   0   0
 2  18  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  12   0  -4   0   0   0   0   0  -6   0   2   0   0   0  -6   2   0  -6   2   0   0
 3  -9   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -12   0   4   0   0   0   0   0   6   0  -2   0   0   0  -3   1   0  -3   1   0   0
 3  -9   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -12   0   4   0   0   0   0   0   6   0  -2   0   0   0  -3   1   0  -3   1   0   0
 3  -9   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  12   0  -4   0   0   0   0   0  -6   0   2   0   0   0   3  -1   0   3  -1   0   0
 3  -9   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  12   0  -4   0   0   0   0   0  -6   0   2   0   0   0   3  -1   0   3  -1   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6
-8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
-1  -9   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   9  -3   0  -3   1   0   0
-1  -9   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   9  -3   0  -3   1   0   0
-1  -9   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -9   3   0   3  -1   0   0
-1  -9   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -9   3   0   3  -1   0   0
 1   9  -3   0   0   0   0   0  -6   2   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   9  -3   0  -3   1   0   0
 1   9  -3   0   0   0   0   0  -6   2   2  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   9  -3   0  -3   1   0   0
 1   9  -3   0   0   0   0   0   6  -2  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -9   3   0   3  -1   0   0
 1   9  -3   0   0   0   0   0   6  -2  -2   2   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -9   3   0   3  -1   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   3  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 6   6  12  12  12   4   4   8  12   4   4   8   8  12   5  10  15   6   6   6   6  12  12  12   6   6   6   6   6  12  12   6   6   \   6  12  12
                 4   4       12   4   4       12  10  10  30   6   6   6   6                   6   6   6   6                   6   6   6               6
 0   0   0   0   4   0   0   1  -2   2   0   0   1   1   1   1  -2   4   2  -1   0   0   0   4   1  -2  -1   0   0   0   2   2   2   0   0   0  -1
 0   0   0   0   4   0   0   1  -2   2   0   0   1   1   1   1  -2   4   2  -1   0   0   0   4   1  -2  -1   0   0   0   2   2   2   0   0   0  -1
 0   0   0   0   8   0   0  -1  -4   4   0   0  -1   2   2  -1  -4  -4   4   1   0   0   0  -4   2   2  -2   0   0   0   4   4  -2   0   0   0  -2
 0   0   0   0   0  -4   0   0   6   2   0   0   0   3  -1   0   6   0   2   0   0   0   0  -3   0  -1   0   0   0  -6   2   0   0   0   0  -3
 0   0   0   0   0  -4   0   0   6   2   0   0   0   3  -1   0   6   0   2   0   0   0   0  -3   0  -1   0   0   0  -6   2   0   0   0   0  -3
 0   0   0   0   8   0   0   2   0   0   0   0   0   1   1   1  -2   4   2  -1   0   0   0   4   1  -2  -1   0   0   0  -4  -4  -4   0   0   0   1
 0   0   0   0   8   0   0   2   0   0   0   0   0   1   1   1  -2   4   2  -1   0   0   0   4   1  -2  -1   0   0   0  -4  -4  -4   0   0   0   1
 0   0   0   0   8   0   0  -1   4  -4   0   0   1   0   0   0   6   0  -6  -3   0   0   0 -12   0  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2
 0   0   0   0   8   0   0   2   4  -4   0   0  -2   0   0   0   6 -12  -6   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2
 0   0   0   0   8   0   0  -1   4  -4   0   0   1   0   0   0   6  12  -6   0   0   0   0  12   0   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2
 0   0   0   0  16   0   0  -2   0   0   0   0   0   2   2  -1  -4  -4   4   1   0   0   0  -4   2   2  -2   0   0   0  -8  -8   4   0   0   0   2
 0   0   0   0  -4   0   0  -1  -2   2   0   0   1   0   0   0  -2   4   2  -1   0   0   0  -8  -2   4   2   0   0   0   2   2   2   0   0   0   0
 0   0   0   0  -4   0   0  -1  -2   2   0   0   1   0   0   0  -2   4   2  -1   0   0   0  -8  -2   4   2   0   0   0   2   2   2   0   0   0   0
 0   0   0   0  12   0   0   3   2  -2   0   0  -1   0   0   0  -4   8   4  -2   0   0   0  -4  -1   2   1   0   0   0   4   4   4   0   0   0   1
 0   0   0   0  12   0   0   3   2  -2   0   0  -1   0   0   0  -4   8   4  -2   0   0   0  -4  -1   2   1   0   0   0   4   4   4   0   0   0   1
 0   0   0   0   0  -8   0   0   0   0   0   0   0   3  -1   0   6   0   2   0   0   0   0  -3   0  -1   0   0   0  12  -4   0   0   0   0   3
 0   0   0   0   0  -8   0   0   0   0   0   0   0   3  -1   0   6   0   2   0   0   0   0  -3   0  -1   0   0   0  12  -4   0   0   0   0   3
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4  -8  -4   2   0   0   0   4   1  -2  -1   0   0   0   2   2   2   0   0   0  -1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   4  -8  -4   2   0   0   0   4   1  -2  -1   0   0   0   2   2   2   0   0   0  -1
 0   0   0   0  16   0   0  -2   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  16   2   5   0   0   0   4  -2  -2   2   0   0   0  -4  -4   2   0   0   0  -2
 0   0   0   0  16   0   0  -2   0   0   0   0   0   0   0   0  -2 -20   2  -4   0   0   0   4  -2  -2   2   0   0   0  -4  -4   2   0   0   0  -2
 0   0   0   0  16   0   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0  -2   4   2  -1   0   0   0  -8  -2   4   2   0   0   0  -4  -4  -4   0   0   0  -2
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1  -1  -4   8   4  -2   0   0   0   8   2  -4  -2   0   0   0  -2  -2  -2   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1  -1  -4   8   4  -2   0   0   0   8   2  -4  -2   0   0   0  -2  -2  -2   0   0   0   0
 0   0   0   0   0  -8   0   0 -12  -4   0   0   0   0   0   0 -18   0  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6
 0   0   0   0  -8   0   0   1  -4   4   0   0  -1   0   0   0  -4  -4   4   1   0   0   0   8  -4  -4   4   0   0   0   4   4  -2   0   0   0   0
 0   0   0   0  -8   0   0  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -4  -2   1   0   0   0  -4  -1   2   1   0   0   0  -2  -2  -2   0   0   0   1
 0   0   0   0  -8   0   0  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   2  -4  -2   1   0   0   0  -4  -1   2   1   0   0   0  -2  -2  -2   0   0   0   1
 0   0   0   0  24   0   0  -3   4  -4   0   0   1   0   0   0  -8  -8   8   2   0   0   0   4  -2  -2   2   0   0   0   8   8  -4   0   0   0   2
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   8   8  -8  -2   0   0   0  -4   2   2  -2   0   0   0   4   4  -2   0   0   0  -2
 0   0   0   0   0   4   0   0   6   2   0   0   0   0   0   0   6   0   2   0   0   0   0   0   6   0   2   0   0   0  -6   2   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   4   0   0   6   2   0   0   0   0   0   0   6   0   2   0   0   0   0   0   6   0   2   0   0   0  -6   2   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0 -12   0   0  -6  -2   0   0   0   0   0   0  12   0   4   0   0   0   0   0   3   0   1   0   0   0 -12   4   0   0   0   0   3
 0   0   0   0   0 -12   0   0  -6  -2   0   0   0   0   0   0  12   0   4   0   0   0   0   0   3   0   1   0   0   0 -12   4   0   0   0   0   3
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2   1  -8  -8   8   2   0   0   0  -8   4   4  -4   0   0   0  -4  -4   2   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -12   0  -4   0   0   0   0   0  -3   0  -1   0   0   0  -6   2   0   0   0   0  -3
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -12   0  -4   0   0   0   0   0  -3   0  -1   0   0   0  -6   2   0   0   0   0  -3
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4   8   4  -2   0   0   0  -4  -1   2   1   0   0   0  -2  -2  -2   0   0   0  -1
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4   8   4  -2   0   0   0  -4  -1   2   1   0   0   0  -2  -2  -2   0   0   0  -1
 0   0   0   0   0 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6   0   2   0   0   0   0   6   0   2   0   0   0  12  -4   0   0   0   0  -6
 0   0   0   0 -16   0   0   2   0   0   0   0   0   0   0   0   4   4  -4  -1   0   0   0   4  -2  -2   2   0   0   0  -4  -4   2   0   0   0   2
 0   0   0   0  16   0   0  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   6  12  -6   0   0   0   0  12   0   6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2
 0   0   0   0  16   0   0   4   0   0   0   0   0   0   0   0   6 -12  -6   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2
 0   0   0   0  16   0   0  -2   0   0   0   0   0   0   0   0   6   0  -6  -3   0   0   0 -12   0  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -1  -1  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   1   0  12   0   4   0   0   0   0   0  -6   0  -2   0   0   0   6  -2   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   1   0  12   0   4   0   0   0   0   0  -6   0  -2   0   0   0   6  -2   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4   8   4   4   0   0   0 -16   2  -4  -2   0   0   0   4   4  -2   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4 -16   4  -2   0   0   0   8   2   8  -2   0   0   0   4   4  -2   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -4   8   4  -2   0   0   0   8   2  -4  -2   0   0   0   4   4   4   0   0   0
 0   0   0   0 -12   0   0  -3   2  -2   0   0  -1   1   1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0 -12   0   0  -3   2  -2   0   0  -1   1   1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6   0  -2   0   0   0   0   0   3   0   1   0   0   0   6  -2   0   0   0   3
 0   0   0   0   8   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -6   0  -2   0   0   0   0   0   3   0   1   0   0   0   6  -2   0   0   0   3
 0   0   0   0   8   0   0  -1  -4   4   0   0  -1   0   0   0   6 -12  -6  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   8   0   0   2  -4   4   0   0   2   0   0   0   6 -12  -6   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   8   0   0  -1  -4   4   0   0  -1   0   0   0   6  24  -6   3   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -8  -8   8   2   0   0   0   4  -2  -2   2   0   0   0  -4  -4   2   0   0   0  -2
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -2  -2   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0 -24   0   0   3   4  -4   0   0   1   2   2  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  12   0   4   0   0   0   0   0   3   0   1   0   0   0   6  -2   0   0   0  -3
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  12   0   4   0   0   0   0   0   3   0   1   0   0   0   6  -2   0   0   0  -3
 0   0   0   0   0 -16   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0 -18   0  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   6
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  -3   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0  12   0   4   0   0   0   0   0  -6   0  -2   0   0   0 -12   4   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0  12   0   0  -6  -2   0   0   0   3  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0  12   0   0  -6  -2   0   0   0   3  -1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
 0   0   0   0   0  -8   0   0  12   4   0   0   0   0   0   0 -18   0  -6   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
```

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
													46	46	3	3	3	3	3	3																
144	96	48	108	108	27	36	36	144	144	48	36	48	080	080	072	072	072	072	072	072	512	512	384	384	768	768	128	256	256	128	64	72	72	288	288	96
EI	FJ	HE	C	C	C	AC	BF	PF	QF	RG	SF	TH	A	A	B	C	A	C	B	A	C	B	D	D	I	J	C	I	J	C	D	FK	GK	GK	JK	KL
EI	FJ	EE	A	A	A	AA	BD	CF	BF	CG	DF	BH	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	FK	FK	GK	GK	GL
6G1	6H1	12G	9A	9B	9C	18A	18B	12H	12I	12J	12K	12L	2K	4K	4L	4M	2L	4N	4O	4P	4Q	4R	4S	4T	4U	4V	8C	4W	4X	8D	8E	6I1	12M	6J1	12N	12O
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	2	2	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	2	2	2	2	1	1	-2	-2	-2
-1	-1	-1	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-4	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-1	-1	2	2	2
2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	5	5	5	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	2	2	2
-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-5	-5	-5	-5	3	3	3	3	3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-2	-2	-2
0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	5	5	5	5	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	-1	-1	-1	-1	2	2	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-5	-5	-5	-5	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-3	-3	-3	1	1	1	1	-2	-2	1	1	1
1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	10	10	10	10	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1
1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	-10	-10	-10	-10	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	2	2	-1	-1	-1
-1	-1	-1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	10	10	10	10	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-4	-4	-4	0	0	0	0	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	-10	-10	-10	-10	2	2	2	2	2	2	2	2	4	4	4	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1
-2	-2	-2	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	10	10	10	2	2	2	2	2	2	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-10	-10	-10	-10	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	2	2	2	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	16	16	16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2
0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	-16	-16	-16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	9	9	9	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	3	3	3	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9	-9	-9	-9	3	3	3	3	3	3	3	3	-3	-3	-3	1	1	1	1	0	0	0	0	0
-1	2	-1	2	-1	-1	2	-1	2	-1	2	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	2	-1	1	-2	1	1	-2	-1	-1	-1	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	2	-1	1	1	-2	1	1	-1	2	-1	-1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-2	1	0	0	0	0	0	-2	1	-2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	2	-1	-1	-1	2	-1	-1	1	1	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	1	-2	1	1	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-2	1	-2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	2	-1	-2	1	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-2	1	0	0	0	0	0	2	-1	2	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-2	1	0	0	0	0	0	1	-2	1	1	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-2	1	0	0	0	0	0	1	1	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-1	2	-1	-1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-1	-1	2	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-1	2	-1	-1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	2	-1	-1	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	0	0	-1	3	0	-1	0	0	0	0	0	0	8	-8	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	0	0	-1	3	0	-1	0	0	0	0	0	0	-8	8	8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	0	1	0	0	0	0	0	0	3	0	0	-1	-15	-15	1	1	5	5	5	5	-3	-3	1	1	3	3	-1	-1	-1	3	-1	0	0	-3	-3	1
-3	0	1	0	0	0	0	0	0	3	0	0	-1	15	15	-1	-1	-5	-5	-5	-5	3	3	-1	-1	-3	-3	1	1	1	-3	1	0	0	3	3	-1
3	0	-1	0	0	0	0	0	0	3	0	0	-1	-15	-15	1	1	-7	-7	-7	-7	1	1	1	1	-3	-3	1	-3	-3	1	1	0	0	-3	-3	1
3	0	-1	0	0	0	0	0	0	3	0	0	-1	15	15	-1	-1	7	7	7	7	-1	-1	-1	-1	3	3	-1	3	3	-1	-1	0	0	3	3	-1
0	0	0	0	-3	0	0	1	6	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	-1	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	1	-30	-30	2	2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	0	0	0	-4	-4	4	0	0	0	3	3	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	1	30	30	-2	-2	2	2	2	2	2	2	-2	-2	0	0	0	4	4	-4	0	0	0	-3	-3	1
-3	0	1	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	1	0	0	0	0	0	0	8	-8	-8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	1	0	0	0	0	0	0	-8	8	8	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-30	-30	2	2	2	2	2	2	2	2	-2	-2	6	6	-2	-2	-2	-2	2	0	0	3	3	-1
-3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30	30	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	-6	-6	2	2	2	2	-2	0	0	-3	-3	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-30	-30	2	2	2	2	2	2	2	2	-2	-2	-6	-6	2	2	2	2	-2	0	0	3	3	-1
3	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30	30	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	2	2	6	6	-2	-2	-2	-2	2	0	0	-3	-3	1
0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	1	0	0	0	0	-12	-12	-12	-12	4	4	0	0	6	6	-2	2	2	2	-2	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	0	0	1	0	0	0	0	12	12	12	12	-4	-4	0	0	-6	-6	2	-2	-2	-2	2	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	-16	-16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-16	16	16	-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-60	-60	4	4	4	4	4	4	4	4	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3	-3	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60	60	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	-1
-3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-45	-45	3	3	3	3	3	3	-5	-5	3	3	3	3	-1	3	3	-1	-1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	45	45	-3	-3	-3	-3	-3	-3	5	5	-3	-3	-3	-3	1	-3	-3	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-45	-45	3	3	-9	-9	-9	-9	-1	-1	3	3	-3	-3	1	1	1	-3	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	45	45	-3	-3	9	9	9	9	1	1	-3	-3	3	3	-1	-1	-1	3	-1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-1	0	3	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	-10	10	2	-2	-6	2	-2	6	2	-2	-2	2	-4	4	0	0	0	0	0	-1	1	-1	1	-1
0	-1	0	3	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	10	-10	-2	2	6	-2	2	-6	-2	2	2	-2	4	-4	0	0	0	0	0	1	-1	1	-1	1
0	-1	0	3	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	-10	10	2	-2	2	-6	6	-2	2	-2	2	-2	4	-4	0	0	0	0	0	-1	1	-1	1	-1
0	-1	0	3	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	10	-10	-2	2	-2	6	-6	2	-2	2	-2	2	-4	4	0	0	0	0	0	1	-1	1	-1	1
0	-2	0	-3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	20	-20	-4	4	4	4	-4	-4	-4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	-2	2	-2	2
0	-2	0	-3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	-20	20	4	-4	-4	-4	4	4	4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	2	-2	2	-2

@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
96	96	96	96	96	48	48	32	32	32	32	20	20	24	24
LM	GL	KO	LN	JP	NS	MT	F	G	H	H	AK	AK	F1U	H1V
GM	GL	GO	GN	GP	GS	GT	A	A	A	A	AK	AK	FU	FV
12P	6K1	12Q	12R	12S	12T	12U	8F	8G	8H	I**	10B	20A	12V	12W
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	1	1
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	1	1
-2	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	-1	-1
-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	-1	-1
-1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	-1	-1	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	1	1
-1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	-1	-1
-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	-1	-1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2	-2	-2	2	0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0
0	-2	2	2	-2	0	0	-2	2	0	0	0	0	0	0
1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	0	0	0	0
-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0
1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	0	0	0	0
-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2i2	2i2	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2i2	-2i2	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	1	1	1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2	-2	-2	2	0	0	-2	2	0	0	0	0	0	0
0	-2	2	2	-2	0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-2	2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2	-2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	-1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	-1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-3	1	-1	3	1	-1	0	0	0	0	0	0	-1	1
-1	3	-1	1	-3	-1	1	0	0	0	0	0	0	1	-1
1	-1	3	-3	1	-1	1	0	0	0	0	0	0	1	-1
-1	1	-3	3	-1	1	-1	0	0	0	0	0	0	-1	1
-2	-2	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	-2	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

-1	-1	-1	1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	1	-1
1	1	1	-1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	-1	1
-1	1	1	-1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	-1	1
1	-1	-1	1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	1	-1
1	-1	-1	1	1	-1	1	0	0	0	0	1	-1	0	0
-1	1	1	-1	-1	1	-1	0	0	0	0	-1	1	0	0
1	1	1	-1	-1	1	-1	0	0	0	0	1	-1	0	0
-1	-1	-1	1	1	-1	1	0	0	0	0	-1	1	0	0
-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1
-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	-1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	1	1	-1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-1	-1	1	1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	-1	-1	1	-1	0	0	0	0	-1	1	0	0
-1	-1	-1	1	1	-1	1	0	0	0	0	1	-1	0	0
1	-1	-1	1	1	-1	1	0	0	0	0	-1	1	0	0
-1	1	1	-1	-1	1	-1	0	0	0	0	1	-1	0	0
-1	1	1	-1	-1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-1	-1	1	1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	-1	1	1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	-1	-1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0
12	12	12	6	12	12	12	24	24	8	8	16	16	10	20
2				12	12				8	8			10	20
0	0	-2	-2	0	0	0	0	-2	0	0	1	-1	-1	1
0	0	2	2	0	0	0	0	2	0	0	-1	1	1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	2	-2	0	0	0	2	0	0	0	1	1	1	1
0	0	-2	2	0	0	0	-2	0	0	0	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	-1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-2	-2	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0
0	0	2	2	0	0	0	0	-2	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	-1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	-2	0	0	0	0	1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	-1
0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1
0	0	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0
0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1
0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-2	2	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
0	0	2	-2	0	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	-2	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1
0	0	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0
0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0
0	0	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	-1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-2	0	0	-1	1	0	0
0	0	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
0	0	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-2	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	-1	-1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



Literatur

Die alphabetische Angabe (Tor-Ups) auf dem Schutzumschlag
und dem Buchrücken war die gleiche wie bei unserem Exemplar,
doch statt aus 917 Seiten bestand es aus 921 Seiten.
Diese vier zusätzlichen Seiten enthielten den Artikel über Uqbar;
in der alphabetischen Angabe (wie der Leser bemerkt haben wird)
war er nicht berücksichtigt.

JORGE LUIS BORGES: Tlön, Uqbar, Orbis Tertius

[Atk84] Michael D. Atkinson (Herausgeber). *Computational Group theory*. Academic press, 1984.

[Bur11] William Burnside. *Theory of groups of finite order*. Dover Publications, 1911. Nachdruck der zweiten Auflage, 1955.

[CCN+85] John Horton Conway, R.T. Curtis, Simon P. Norton, Richard Parker und Robert A. Wilson. *ATLAS of finite groups*. Oxford University Press, 1985.

[Chi86] David Chillag. Character values of finite groups as eigenvalues of nonnegative integer matrices. *Proceedings A.M.S.*, **97**:565–567, 1986.

[Con90] S.B. Conlon. Computing modular and projective character degrees of soluble groups. *J. Symbolic Computation*, **9**(5/6):551–570, 1990.

[Dix67] John D. Dixon. High speed computation of group characters. *Num. Math.*, **10**:446–450, 1967.

[Dix90] John D. Dixon. eMail an Joachim Neubüser, November 1990.

[GO90] H.W. Gollan und T.W. Ostermann. Operation of class sums on permutation modules. *J. Symbolic Computation*, **9**:39–47, 1990.

[Hup67] Bertram Huppert. *Endliche Gruppen I*, Band 134 der *Grundlagen der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen*. Springer, 1967.

[Isa76] Irving Martin Isaacs. *Character theory of finite groups*, Band 69 der *Pure and applied mathematics*. Academic Press, 1976.

[Kau92] Ansgar Kaup. Gitterbasen und Charaktere endlicher Gruppen. Diplomarbeit, Lehrstuhl D für Mathematik, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule, Aachen, 1992.

[Lau82] Reinhard Laue. Computing double coset representatives for the generation of solvable groups. In *Computer Algebra, EUROCAM '82, Conference, Marseille*, 1982.

[LN83] Rudolf Lidl und Harald Niederreiter. *Finite Fields*, Band 20 der *Encyclopedia of mathematics and its applications*. Addison-Wesley, 1983.

[LNS84] Reinhard Laue, Joachim Neubüser und Ulrich Schoenwaelder. Algorithms for finite soluble groups and the SOGOS system. In Atkinson [Atk84], Seiten 105–135.

[McK68] John K.S. McKay. The character table of a finite group. In R.F. Churchhouse und J.-C. Herz (Herausgeber) *Computers in Mathematical Research*. North-Holland, 1968.

[MN89] Matthias Mecky und Joachim Neubüser. Some remarks on the computation of conjugacy classes of soluble groups. *Bulletin of the Australian Mathematical Society*, **40**(2), 1989.

[Mni92] Jürgen Mnich. Untergruppenverbände und auflösbare Gruppen in GAP. Diplomarbeit, Lehrstuhl D für Mathematik, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule, Aachen, 1992.

[NPP84] Joachim Neubüser, Herbert Pahlings und Wilhelm Plesken. CAS: design and use of a system for the handling of characters of finite groups. In Atkinson [Atk84], Seiten 195–247.

[Sch90] Gerhard J. Schneider. Dixon's character table algorithm revisited. *J. Symbolic Computation*, **9**(5/6):601–606, 1990.

[Sch93] Martin Schönert (Herausgeber). *GAP 3.2*. Lehrstuhl D für Mathematik, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule, Aachen, 1993.

[Sla92] Mike Slattery. Double cosets and transversals in finite soluble groups. Computational Group Theory, Bericht der Tagung vom 7. bis 13. Juni in Oberwolfach, 1992.

[SO80] Winfried Scharlau und Hans Opolka. *Von Fermat bis Minkowski*. Springer, 1980.

[Soi92] Leonard H. Soicher. Getting started with GRAPE. Technical report, School of Mathematical Sciences, Queen Mary and Westfield College, London, U.K., August 1992.

[The93] Heiko Theißen. Methoden zur Bestimmung der rationalen Konjugiertheit in endlichen Gruppen. Diplomarbeit, Lehrstuhl D für Mathematik, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule, Aachen, 1993.

[Wil86] Robert A. Wilson. Maximal subgroups of sporadic groups. In E.F. Robertson und C.M. Campbell (Herausgeber), *Proceedings of Groups — St Andrews 1985*, Seiten 352–358. Cambridge University Press, 1986.